



UNIVERSIDAD TÉCNICA PARTICULAR DE LOJA

ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL

MODALIDAD PRESENCIAL

**“Verificación de las herramientas de dinámica de estructuras en él VLEE e
implementación del análisis de sistemas de dos grados de libertad”**

Tesis previa a la obtención del
título de Ingeniero Civil

AUTOR:

Agusto Rodrigo Viñán Peláez

DIRECTOR:

Dr. Vinicio Suarez Chacón

Loja-Ecuador

CERTIFICACIÓN

Dr. Vinicio Suarez Chacón,

DIRECTOR DE TESIS

CERTIFICO:

Que he dirigido la presente tesis desde su inicio hasta su culminación, la misma que se encuentra científica y reglamentariamente en condiciones de presentarse para la graduación del postulante.

Por lo expuesto, autorizo su presentación, disertación y defensa.

Loja, diciembre de 2009.

Dr. Vinicio Suarez Chacón

DIRECTOR DE TESIS

CESIÓN DE DERECHOS

Agusto Rodrigo Viñán Peláez, declaro conocer y aceptar la disposición del Art. 67 del Estatuto Orgánico de la Universidad Técnica Particular de Loja, que en su parte textualmente dice: *“Forman parte del patrimonio de la Universidad, la propiedad intelectual de investigaciones, trabajos científicos o técnicos y tesis de grado que se realicen a través, o con el apoyo financiero, académico o institucional (operativo) de la Universidad”*.

Agusto Rodrigo Viñán Peláez

AUTOR

AUTORÍA

El proceso de investigación realizado en la presente tesis como: análisis, diseños, verificaciones, comprobaciones, conclusiones y recomendaciones, así también como observaciones son de absoluta responsabilidad del autor.

Además, cabe indicar que la información recopilada para el presente trabajo, se encuentra debidamente especificada en el apartado de las referencias.

AGRADECIMIENTO

Agradezco primeramente a Dios, por darme la vida y la fuerza espiritual para no desmayar en mi formación profesional. A todos los docentes de la Escuela de Ingeniería Civil y Minas por su valiosa entrega al proceso de mi formación integral. De manera especial al Dr. Vinicio Suarez Chacón, quien generosamente me orientó para culminar con éxito la presente investigación. También quiero agradecer a los ingenieros que de alguna u otra manera me brindaron su apoyo académico en la elaboración de la presente: Ing. Carmen Esparza, Ing. Santiago Quiñones, Ing. Daniel Irene, Ing. José Hurtado. Además a aquellos profesores que me encaminaron más de lleno en mi carrera y son aquellos quienes considero que me han brindado su conocimiento sin egoísmo: Ing. Humberto Ramírez, Ing. Fabián Armijos, Ing. Diomedes Obaco.

A mis compañeros y amigos de los cuales aprendí mucho. Finalmente a la Universidad Técnica Particular de Loja, por ofrecerme el soporte académico, técnico y humano que consolidó mi formación profesional.

Agusto Rodrigo Viñán Peláez

AUTOR

DEDICATORIA

Por el apoyo que he obtenido de ellos no solo en mis estudios, sino también el transcurso de toda mi vida. Dedico mi investigación a toda mi familia en especial a mis padres: Luis Viñán Jiménez y Angelita Peláez Guamán. También a mis hermanos: Fernando, Verónica, Rafael, Carmen, Amparito. Finalmente a mis sobrinos Geovanny y Thalía, y espero que todos ellos algún día lo hagan mejor que yo. Con todo mi corazón el fruto de mi aprendizaje.

Agusto Rodrigo Viñán Peláez

RESUMEN

Se inicia el desarrollo de esta investigación con la revisión de ciertos conceptos sobre dinámica de estructuras que ayudarán a centrarse más en el tema de la investigación. Seguidamente con el aprendizaje de lenguajes de programación.

Una vez realizada la fase de revisión de teoría, se procede a la verificación mediante el uso del software “OpenSees”, “NONLIN” y además manualmente, de las herramientas que existen en el “Laboratorio Virtual de ingeniería Sísmica”, en la sección de “Dinámica de estructuras”. Luego se procede a implementar la herramienta “SDOF-Dynamics” nuevamente para ser mejorada, debido a que esta ya estaba antes implementada, y se desarrolla un tutorial.

Además se elaboran dos herramientas, que son denominadas por el autor como: 2DOF-Dynamics y 2S-Porch, de las cuales también se realiza un tutorial. Todo lo resumido se lo podrá ver en hechos si se visita el sitio web: www.utpl.edu.ec/VLEE. Y para ello se busca en la sección de “Simulación”-“Dinámica de estructuras”.

El presente documento muestra secuencialmente:

En el CAPITULO I, se verá una descripción general del proyecto. Es aquí donde se expondrán los objetivos de esta investigación. Además de la problemática y su respectiva justificación.

En el CAPITULO II, se expone una serie de definiciones, algoritmos, etc. En si un capítulo dedicado a la comprensión de ciertos términos de dinámica estructural.

En el CAPITULO III, se desarrolla un tutorial para la herramienta de un grado de libertad. Esta se denomina “SDOF-Dynamics”.

En el CAPITULO IV, se desarrolla un breve tutorial para las herramientas de dos grados de libertad. Estas se denominan “2DOF-Dynamics” y “2S-Porch”.

En el CAPITULO V, aquí se podrá encontrar las conclusiones y recomendaciones del proyecto.

Finalmente, se podrá encontrar los ANEXOS, y las REFERENCIAS.

TABLA DE CONTENIDO

INDICE DE FIGURAS	i
INDICE DE TABLAS.....	ii
NONMECLATURA.....	iii
CAPITULO I	1
1. DESCRIPCION GENERAL DEL PROYECTO	1
1.1 INTRODUCCION.....	1
1.2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA	1
1.3 JUSTIFICACIÓN.....	1
1.4 OBJETIVOS.....	2
1.4.1 Objetivo General	2
1.4.2 Objetivos Específicos	2
CAPITULO II	3
2. MARCO TEORICO	3
2.1 PRIMERAS INTERROGANTES	3
2.1.1 ¿Qué es el LVIS o VLEE?.....	3
2.1.2 ¿Qué herramientas de dinámica de estructuras hay en el VLEE?	3
2.1.3 ¿Qué es un análisis dinámico?.....	4
2.1.4 ¿Cuál es el fin del software OpenSees?.....	4
2.2 GRADOS DE LIBERTAD.....	4
2.3 TEORÍA GENERAL DE VIBRACIONES	5
2.3.1 Vibración libre sin amortiguamiento.....	6
2.3.2 Vibración libre con amortiguamiento viscoso.....	8
2.3.3 Tipos de Movimiento	9
2.3.4 Sistema subamortiguado.....	10
2.4 TIPOS DE MODELO DE MATERIAL	12
2.4.1 Modelo elástico lineal.....	12
2.4.2 Modelo bilineal.....	13
2.5 TIPOS DE EXCITACIÓN	15

2.5.1	Función de carga lineal.....	16
2.5.2	Función de carga trilineal	17
2.5.3	Función de carga armónica.....	19
2.6	ANALISIS DE HISTORIA EN EL TIEMPO.....	20
2.6.1	Método de Newmark	20
	<i>Caso "ELÁSTICO"</i>	22
	<i>Caso "BILINEAL"</i>	23
CAPITULO III.....		25
3.	MANUAL DE LA HERRAMIENTA SDOF-DYMMAMICS	25
3.1	INTRODUCCIÓN	25
3.2	SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD	25
3.2.1	Algunas ecuaciones	26
3.3	FUNCIONAMIENTO DE LA HERRAMIENTA	27
3.4	LIMITACIONES DE LA HERRAMIENTA	27
3.5	UTILIZACIÓN DE LA HERRAMIENTA	28
3.5.1	Iconos utilizados	28
3.5.2	Propiedades del sistema.....	28
3.5.3	Tipo de material.....	29
3.5.4	Tipo de excitación	30
3.5.5	Análisis	34
3.5.6	Gráficos	34
3.5.7	Ejercicios	35
3.6	VERIFICACIÓN DE LA HERRAMIENTA.....	50
CAPITULO IV		51
4.	MANUAL DE LAS HERRAMIENTAS DE DOS GRADOS DE LIBERTAD.....	51
4.1	INTRODUCCIÓN	51
4.2	SISTEMA SIMPLE: PÓRTICO DE DOS PISOS	51
4.2.1	Usando la segunda ley de movimiento de Newton	52
4.2.2	Equilibrio dinámico	54
4.3	RAYLEIGH DAMPING	55
4.4	MANUAL DE LA HERRAMIENTA 2DOF-DYMMAMICS.....	59

4.4.1	Breve vistazo a la herramienta.....	59
4.4.2	Ejercicios	59
4.4.3	Verificación	70
4.5	MANUAL DE LA HERRAMIENTA 2S-PORCH.....	71
4.5.1	Breve descripción de la herramienta	71
4.5.2	Ejercicio.....	71
4.5.3	Verificación	77
CAPITULO V		78
5.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	78
5.1	CONCLUSIONES	78
5.2	RECOMENDACIONES	78
ANEXOS		80
REFERENCIAS		90

INDICE DE FIGURAS

Fig.2.3.1 Vibración libre de un sistema críticamente amortiguado, sobreamortiguado y subamortiguado.....	9
Fig.2.3.2 Efecto del amortiguamiento en vibración libre.....	11
Fig.2.4.1 Modelo lineal elástico.....	13
Fig.2.4.2 Modelo bilineal (a) Steel 01 (b) Steel 02.....	14
Fig.2.5.1 Función de carga lineal.....	16
Fig.2.5.2 Función de carga trilineal.....	18
Fig.2.5.3 Otras cargas a partir de la función trilineal.....	18
Fig.2.5.4 Función de carga armónica.....	19
Fig.3.1.1 Esquema de la herramienta SDOF-Dynamics.....	25
Fig.3.1.2 Ejemplos de figuras modeladas con un solo grado de libertad.....	26
Fig.3.5.1 Propiedades del sistema.....	29
Fig.3.5.2 Tipo de material (Elástico).....	29
Fig.3.5.3 Tipo de material (Bilineal 1).....	30
Fig.3.5.4 Tipo de material (Bilineal 2).....	30
Fig.3.5.5 Tipo de excitación (Función de fuerza lineal).....	31
Fig.3.5.6 Tipo de excitación (Función de fuerza trilineal).....	31
Fig.3.5.7 Tipo de excitación (Función de fuerza armónica).....	32
Fig.3.5.8 Tipo de excitación (Acelerograma).....	32
Fig.3.5.9a Formato del acelerograma (en una columna).....	33
Fig.3.5.9b Formato del acelerograma (en varias columnas).....	33
Fig.3.5.9c Formato del acelerograma (incorrecto).....	33
Fig.3.5.10 Análisis.....	34
Fig.3.5.11 Esquema del ejercicio 3.5.1.....	35
Fig.4.2.1 (a) Pórtico de dos pisos (b) Fuerzas que actúan en las dos masas.....	51
Fig.4.2.2 Diagramas de cuerpo libre.....	55
Fig.4.3.1 (a) Amortiguamiento proporcional a la masa; (b) amortiguamiento proporcional a la rigidez.....	56
Fig.4.3.2 Variación de la relación de amortiguamiento modal con la frecuencia natural: (a) Amortiguamiento proporcional a la masa y amortiguamiento proporcional a la rigidez (b) Rayleigh Damping.....	57
Fig.4.4.1 Esquema principal de la herramienta 2DOF-.....	59
Fig.4.5.1 Esquema principal de la herramienta 2S-Porch.....	71

INDICE DE TABLAS

Tabla 2.4.1 Estructura del comando Elastic Material.....	13
Tabla 2.4.2 Estructura del comando uniaxialMaterial Steel01.....	14
Tabla 2.4.3 Estructura del comando uniaxialMaterial Steel02.....	15
Tabla 2.5.1 Algoritmo para generar una función de carga lineal	17
Tabla 2.5.2 Algoritmo para generar una función de carga trilineal.....	18
Tabla 2.5.3 Algoritmo para generar una función de carga armónica	20
Tabla 2.6.1 Algoritmo para aplicar el método de Newmark	21
Tabla 3.5.1 Utilidad de los iconos de la herramienta	28
Tabla 3.6.1 Comparación de resultados SDOF-Dynamics.....	49
Tabla 4.4.1 Cuadro comparativo de la herramienta 2DOF-Dynamics	70
Tabla 4.5.1 Cuadro comparativo de la herramienta 2S-Poch.....	77

NONMECLATURA

T ó T_n = Periodo natural de vibración

m = masa

k ó EI = Rigidez

t = tiempo

I = Impulso

DI = Duración del impulso

P_o = Amplitud máxima

f = Frecuencia

ω_n = Frecuencia natural de un sistema dinámico

ω_D = Frecuencia de un sistema dinámico amortiguado

ω_a = Frecuencia de excitación

$u_{(t)}$ = Desplazamiento.

u_{max} = Desplazamiento máximo.

$\dot{u}_{(t)}$ = Velocidad.

c = Constante de amortiguamiento

c_{cr} = Constante de amortiguamiento crítico

\dot{u}_{max} = Velocidad máxima.

$\ddot{u}_{(t)}$ = Aceleración.

\ddot{u}_{max} = Aceleración máxima.

F = Fuerza interna

$P_{(t)}$ ó $p(t)$ = Función de fuerza externa

P_{max} = Fuerza externa máxima

\mathbf{u} = Vector de desplazamiento.

$\dot{\mathbf{u}}$ = Vector de velocidad.

$\ddot{\mathbf{u}}$ = Vector de aceleración.

F_y = Fuerza de fluencia.

r = Coeficiente post-fluencia.

R = Control de transición del estado elástico al plástico.

CAPITULO I



1. DESCRIPCION GENERAL DEL PROYECTO

1.1 INTRODUCCION

Actualmente se encuentran operativas en el Laboratorio Virtual de Ingeniería Sísmica” (LVIS) con sus siglas de su versión en inglés (VLEE) ⁽¹⁾ varias herramientas que hacen el análisis dinámico de sistemas de un grado de libertad. El propósito de esta tesis es verificar que dichas herramientas estén funcionando correctamente. Además de esto se pretende implementar el análisis de sistemas de dos grados de libertad.

1.2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Debido a que se está construyendo el “Laboratorio Virtual de Ingeniería Sísmica”, para complementar las herramientas de análisis dinámico, que son: **SDOF-Dynamics, SPECTRUM, LINEARIZATION** ⁽¹⁾, se irá chequeando y comprobando la aplicación SDOF-Dynamics ya que de esta dependen las demás herramientas. Para ello se ha creído conveniente utilizar la aplicación especializada en ingeniería sísmica llamada OpenSees ⁽²⁾. Luego de verificar que dicha herramienta esté funcionando correctamente se redactará un tutorial para esta.

Lo siguiente que se realizará es la implementación de herramientas que realicen el análisis dinámico de una estructura que posea dos grados de libertad. Esto se lo lograremos con la modelación de una estructura que posea dichas características en la aplicación OpenSees. Seguidamente se añadirán las nuevas aplicaciones al laboratorio virtual, donde se hace necesario el aprendizaje de una herramienta de programación en web, llamada Visual Studio .Net 2005 ⁽³⁾.

1.3 JUSTIFICACIÓN

Es necesario que las aplicaciones antes mencionadas se sometan a una evaluación o chequeo, esto permitirá garantizar la efectividad de las herramientas en la sección de dinámica de estructuras de laboratorio virtual. Además al elaborar la guía de usuario se podrá hacer más eficiente el uso del mismo.

También, nace la necesidad de complementar estas herramientas incrementando nuevas aplicaciones, que permitan fomentar de manera más amplia los fundamentos del estudiante o usuario en lo que tiene que ver con ingeniería sísmica. O sea, con la implementación en el



laboratorio virtual de aplicaciones sobre sistemas de dos grados de libertad con sistemas de asilamiento y disipación de energía.

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 Objetivo General

Esta investigación es teórica y su objetivo global es:

- Complementar la sección de dinámica de estructuras del Laboratorio Virtual de Ingeniería Sísmica (VLEE).

1.4.2 Objetivos Específicos

- Verificar el funcionamiento de las herramientas de dinámica de estructuras de un grado de libertad y luego preparar un tutorial para una de ellas.
- Diseñar interfaces web necesarios para la implementación del análisis de sistemas de dos grados de libertad en el Laboratorio Virtual de Ingeniería Sísmica (VLEE ó LVIS) ⁽¹⁾.

CAPITULO II



2. MARCO TEORICO

2.1 PRIMERAS INTERROGANTES

2.1.1 ¿Qué es el LVIS o VLEE?

El Laboratorio Virtual de Ingeniería Sísmica (LVIS) con sus siglas de su versión en inglés VLEE ha sido desarrollado como una herramienta para la educación e investigación en ingeniería sísmica. Esta herramienta, interactiva, de acceso libre, permite realizar “Experimentos Virtuales” sin el uso directo de software especializado en simulación estructural. Además, el LVIS permite la comunicación, colaboración, discusión e intercambio de información entre sus usuarios.

El laboratorio virtual contiene una lista de **experimentos virtuales** ⁽¹⁾ clasificados en varios campos. La ejecución de los experimentos virtuales requiere del uso de herramientas de diseño y/o herramientas de simulación. En los experimentos virtuales se describe completamente, el fundamento teórico, objetivos y procedimientos de cada experimento. Las herramientas de diseño son un conjunto de programas para el diseño en línea de varios tipos de estructuras. Las herramientas de simulación son un conjunto de programas para la simulación en línea del comportamiento estructural. Algunas herramientas de simulación usan OpenSees como motor de simulación. Una vez que el experimento ha sido ejecutado, los usuarios registrados pueden publicar sus resultados, observaciones o plantear temas de discusión en foros.

2.1.2 ¿Qué herramientas de dinámica de estructuras hay en el VLEE?

Una vez que se ha ingresado al VLEE en el menú de “Simulación”, en la sección de “Análisis de Estructuras” nos ofrece hasta el momento tres aplicaciones:

- a. **SDOF-Dynamics.-** Análisis de historia en el tiempo de sistemas de un grado de libertad.
- b. **SPECTRUM.-** Análisis espectral de registros sísmicos y funciones armónicas.
- c. **LINEARIZATION.-** Estudio de los métodos de linearización equivalente usado en el diseño sísmico. ⁽¹⁾



2.1.3 ¿Qué es un análisis dinámico?

El **análisis dinámico** ⁽⁴⁾ comprende el análisis de las fuerzas, desplazamientos, velocidades y aceleraciones que aparecen en una estructura o mecanismo como resultado de los desplazamientos y deformaciones que aparecen en la estructura o mecanismo.

El análisis dinámico de estructuras se refiere al análisis de las pequeñas oscilaciones o vibraciones que puede sufrir una estructura alrededor de su posición de equilibrio. El análisis dinámico es importante porque ese movimiento oscilatorio produce una modificación de las tensiones y deformaciones existentes, que deben tenerse en cuenta por ejemplo para lograr un diseño sísmico adecuado.

Como resultado de una perturbación exterior un edificio o estructura resistente que bajo la acción de unas cargas estaba en reposo, experimenta oscilaciones que en primera aproximación pueden representarse como un **movimiento armónico compuesto** ⁽⁵⁾.

El análisis dinámico incluye estudiar y modelar al menos estos tres aspectos:

- Análisis modal de frecuencias y modos propios de vibración. Tanto las frecuencias naturales de vibración de una estructura como los modos principales de vibración dependen exclusivamente de la geometría, los materiales y la configuración de un edificio o estructura resistente.
- Análisis de la sollicitación exterior.
- Análisis de las fuerzas dinámicas inducidas.

2.1.4 ¿Cuál es el fin del software OpenSees?

El Sistema abierto para Simulación de Ingeniería Sísmica (OpenSees) ⁽²⁾ es un software en continuo desarrollo, elaborado para simular la respuesta sísmica de las estructuras y sistemas geotécnicos. OpenSees ha sido desarrollado en forma de una plataforma computacional para la investigación de la ingeniería sísmica basado en el rendimiento, gracias al Centro de investigación Ingeniería de Terremotos del Pacífico (Pacific Earthquake Engineering Research Center)

2.2 GRADOS DE LIBERTAD

En dinámica estructural se los conoce como el número de coordenadas independientes necesarias para especificar la configuración o posición de un sistema en cualquier instante de tiempo. Toda estructura continua tiene un número infinito de grados de libertad. Sin embargo, el proceso de selección o idealización de un modelo matemático apropiado permite reducir los grados de libertad a un número discreto y en algunos casos a uno solo.



2.3 TEORÍA GENERAL DE VIBRACIONES

El estudio de las vibraciones se refiere a los movimientos de los cuerpos y a las fuerzas asociadas con ellos. Todos los cuerpos que poseen masa y elasticidad, son capaces de vibrar. Una vibración mecánica es el movimiento de una partícula o cuerpo que oscila alrededor de una posición de equilibrio. La mayoría de las máquinas y estructuras experimentan vibraciones hasta cierto grado por lo que su diseño requiere la consideración de este efecto dinámico debido a que ocasiona un aumento en los esfuerzos.

Una vibración se produce cuando el sistema en cuestión es desplazado desde una posición de equilibrio estable, el sistema tiende a retornar a dicha posición, bajo la acción de fuerzas de restitución elástica o gravitacional, moviéndose de un lado a otro hasta alcanzar su posición de equilibrio. El intervalo de tiempo necesario para que el sistema efectúe un ciclo completo de movimiento se llama *periodo de vibración* (T o T_n), el número de ciclos por unidad de tiempo define la *frecuencia* (f) y el desplazamiento máximo del sistema desde su posición de equilibrio se denomina *amplitud de vibración* (u_{max}).

Los sistemas oscilatorios pueden clasificarse como lineales o no lineales. Para los sistemas lineales rige el principio de superposición y las técnicas matemáticas para su tratamiento están bien desarrolladas (Ley de Hooke). Por el contrario las técnicas para el análisis de sistemas no lineales son más complicadas y no muy conocidas.

Existen dos clases de vibraciones, las libres y las forzadas. Cualquier sistema elástico puede tener una *vibración libre* a consecuencia de un impulso inicial, donde el movimiento es mantenido únicamente por las fuerzas de restitución inherentes al mismo. El sistema bajo vibración libre vibrará en una o más de sus frecuencias naturales, dependientes de la distribución de su masa y rigidez.

Cuando al sistema se le aplica fuerzas perturbadoras externas, el movimiento resultante es una *vibración forzada*. Cuando la excitación es oscilatoria, ya sea periódica o no, como la de un sismo, el sistema es obligado a vibrar a la frecuencia de excitación, si ésta coincide con una de las frecuencias naturales del sistema se produce *resonancia*, en este estado tienen lugar oscilaciones peligrosamente grandes; así la falla por resonancia de estructuras como puentes o edificios es una dramática posibilidad que debe tenerse muy en cuenta. Por este motivo el cálculo de las frecuencias naturales de vibración es de gran importancia en el diseño sísmico de estructuras. ⁽⁶⁾

La ecuación general de movimiento es:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad (2.3.1)$$



El coeficiente de rigidez:

$$k = \omega_n^2 \cdot m \quad (2.3.2)$$

El periodo natural de vibración se expresa así:

$$T_n = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2.3.3)$$

En forma matemática la frecuencia natural del sistema:

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T_n} \quad (2.3.4)$$

También se denomina frecuencia cíclica natural del sistema a:

$$f = \frac{1}{T_n} [\text{hertz}] \quad (2.3.5)$$

2.3.1 Vibración libre sin amortiguamiento

Para el caso de vibración libre sin amortiguamiento nuestra ecuación (2.3.1) se transforma de la siguiente manera:

$$m\ddot{u}(t) + ku(t) = 0 \quad (2.3.6)$$

Tenemos las condiciones iniciales $u_{(0)}$ y $\dot{u}_{(0)}$

Asumimos:

$$u_{(t)} = A \times \text{Cos}(\omega_n t) + B \times \text{Sen}(\omega_n t) \quad (2.3.7)$$

Cuando $t=0$

$$u_{(0)} = A \times \text{Cos}(0) + B \times \text{Sen}(0)$$

$$u_{(0)} = A \times 1 + 0$$

$$A = u_{(0)}$$

Derivando:

$$u_{(t)} = -A \cdot \omega_n \cdot \text{Sen}(\omega_n \cdot t) + B \cdot \omega_n \cdot \text{Cos}(\omega_n \cdot t) \quad (2.3.8)$$



Cuando $t=0$

$$u_{(0)} = -A \cdot \omega_n \cdot \text{Sen}(\omega_n \cdot 0) + B \cdot \omega_n \cdot \text{Cos}(\omega_n \cdot 0) \\ - A \cdot \omega_n \cdot 0 + B \cdot \omega_n \cdot 1 = u_{(0)}$$

$$B = \frac{u_{(0)}}{\omega_n}$$

Reemplazando, la ecuación de desplazamiento es:

$$u_{(t)} = u_{(t)} \cdot \text{Cos}(\omega_n \cdot t) + \frac{u_{(0)}}{\omega_n} \cdot \text{Sen}(\omega_n \cdot t) \quad (2.3.9)$$

La primera derivada de la ecuación (2.3.9), es la ecuación de velocidad:

$$\dot{u}_{(t)} = -u_{(t)} \cdot \omega_n \cdot \text{Sen}(\omega_n \cdot t) + u_{(0)} \cdot \omega_n \cdot \text{Cos}(\omega_n \cdot t) \quad (2.3.10)$$

La segunda derivada de la ecuación (2.3.9), es la ecuación de aceleración:

$$\ddot{u}_{(t)} = -u_{(0)} \times \omega_n^2 \times \text{Cos}(\omega_n t) - \dot{u}_{(0)} \times \omega_n \times \text{sen}(\omega_n t) \quad (2.3.11)$$

Ejemplo 2.3.1.- Encontrar la respuesta en el tiempo de un sistema de un grado de libertad cuyo período de vibración es 0.2 s, que no tiene amortiguamiento y que en el tiempo igual a cero el desplazamiento inicial es de 2 m., y la velocidad inicial es 10 m/s. Despreciar la masa.

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega_n = \frac{2\pi}{0.2}$$

$$\omega_n = 31.416$$

$$u_{(0)} = 2 \text{ m}$$

$$\dot{u}_{(0)} = 10 \text{ m/s}$$

Aplicando la ecuación de desplazamiento con vibración libre sin amortiguamiento tenemos:



$$u_{(t)} = u_{(0)} \times \text{Cos}(\omega_n t) + \frac{\dot{u}_{(0)}}{\omega} \times \text{Sen}(\omega_n t)$$

$$u_{(t)} = 2 \times \text{Cos}(31.416t) + \frac{10}{31.416} \times \text{Sen}(31.416t)$$

$$u_{(t)} = 2 \times \text{Cos}(31.416t) + 0.3183 \times \text{Sen}(31.416t)$$

Aplicando la ecuación de velocidad con vibración libre sin amortiguamiento tenemos:

$$\dot{u}_{(t)} = -u_{(0)} \times \omega \times \text{Sen}(\omega_n t) + \dot{u}_{(0)} \times \text{Cos}(\omega_n t)$$

$$\dot{u}_{(t)} = -2 \times 31.416 \times \text{Sen}(31.416 \times t) + 10 \times \text{Cos}(31.416 \times t)$$

Aplicando la ecuación de aceleración con vibración libre sin amortiguamiento tenemos:

$$\ddot{u}_{(t)} = -2 \times (31.416)^2 \times \text{Cos}(31.416 \times t) - 10 * 31.416 \times \text{Sen}(31.416 \times t)$$

2.3.2 Vibración libre con amortiguamiento viscoso

La ecuación de movimiento para un sistema lineal amortiguado en vibración libre es:

$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + k \cdot u = 0 \quad (2.3.12)$$

Dividiendo la ecuación (2.3.12) por la masa, se obtiene:

$$\ddot{u} + 2\xi\omega_n \dot{u} + \omega_n^2 u = 0 \quad (2.3.13)$$

Donde:

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} \quad (2.3.14)$$

$$c_{cr} = 2m\omega_n = 2\sqrt{km} = \frac{2k}{\omega_n} \quad (2.3.15)$$

El coeficiente de amortiguamiento crítico, c_{cr} , y la razón o relación de amortiguamiento crítico, ξ son parámetros que determinan el tipo de movimiento del sistema.



2.3.3 Tipos de Movimiento

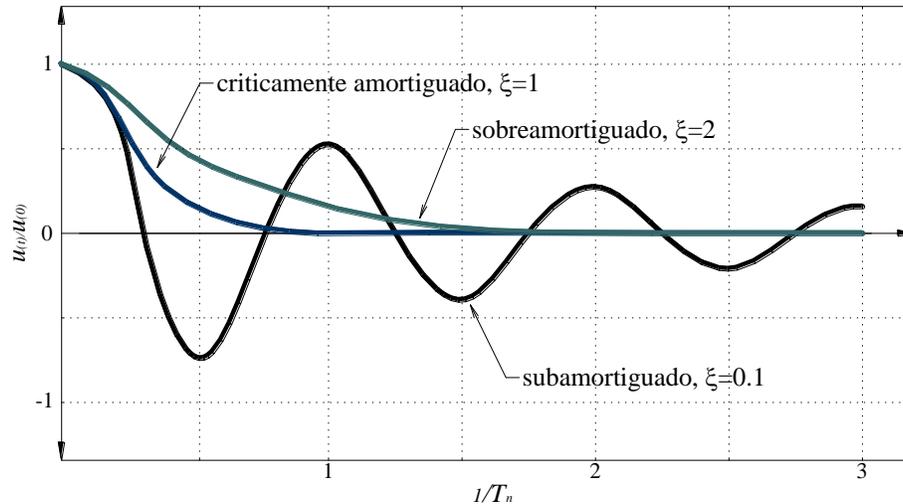


Fig.2.3.1 Vibración libre de un sistema críticamente amortiguado, sobreamortiguado y subamortiguado ⁽⁸⁾

La Fig. 2.3.1 ilustra el desarrollo de este punto; ésta es una gráfica del movimiento $u(t)$ debido a un desplazamiento inicial $u(0)$ para tres valores distintos de ζ :

- Si $c=c_{cr}$ ó $\zeta=1$ El sistema retorna a su posición inicial de equilibrio sin oscilar, por tal razón es llamado *sistema críticamente amortiguado* o sistema con amortiguamiento crítico.
- Si $c>c_{cr}$ ó $\zeta>1$ El sistema no oscila pero retorna a su posición de equilibrio lentamente, por tal motivo es denominado *sistema sobreamortiguado*.
- Si $c<c_{cr}$ ó $\zeta<1$ El sistema oscila alrededor de la posición de equilibrio con una amplitud que decrece progresivamente, y es llamado *sistema subamortiguado*.



El coeficiente de amortiguamiento crítico, c_{cr} , llamado así debido a que es un valor pequeño de c que inhibe completamente la oscilación y representa la línea de división entre el movimiento oscilatorio y mono oscilatorio.

Las estructuras civiles (puentes, edificios, embalses, etc.) poseen una relación de amortiguamiento $\zeta < 1$ la cual las cataloga como sistemas subamortiguados, es por esta razón que dichos sistemas se estudian con mayor preferencia.

2.3.4 Sistema subamortiguado

Para un sistema subamortiguado ($\zeta < 1$), y la solución de la ecuación es:

$$u_{(t)} = e^{-\zeta\omega_n t} \left[u_{(0)} \cos \omega_D t + \left(\frac{\dot{u}_{(0)} + \zeta\omega_n u_{(0)}}{\omega_D} \right) \text{sen} \omega_D t \right] \quad (2.3.16)$$

Donde ω_D es la frecuencia natural de vibración amortiguada y su valor es:

$$\omega_D = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (2.3.17)$$

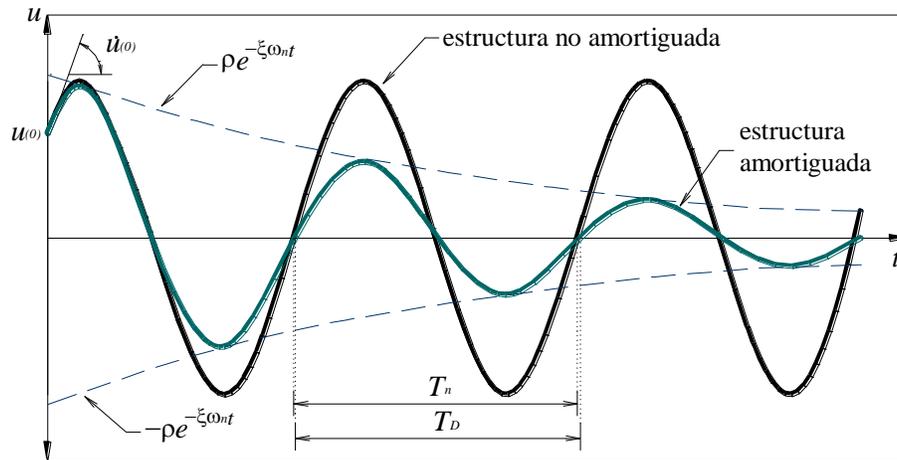


Fig.2.3.2 Efecto del amortiguamiento en vibración libre ⁽⁸⁾

Nótese que la ecuación (2.3.16) aplicada a un sistema no amortiguado ($\zeta=0$) se reduce a la ecuación (2.3.9). La **Fig.2.3.2** ilustra una comparación entre un sistema subamortiguado y uno sin amortiguamiento; se observa que la amplitud del sistema no amortiguado es la misma en todos los ciclos de vibración, en cambio para el sistema amortiguado la amplitud decrece y lo hace en forma exponencial.

El valor del periodo natural de vibración amortiguado es:

$$T_D = \frac{2\pi}{\omega_D} \quad (2.3.18)$$

y está relacionado con el periodo natural sin amortiguamiento de la siguiente forma:

$$T_D = \frac{T_n}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (2.3.19)$$



La relación entre dos desplazamientos pico en un intervalo de tiempo T_D es constante, y el decremento logarítmico está definido como el logaritmo natural de esta cantidad y está dado por:

$$\delta = \ln \frac{u_i}{u_{i+1}} = \xi \omega_n T_D = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \approx 2\pi\xi \quad (2.3.20)$$

y la relación entre dos desplazamientos cuales quiera es:

$$\delta = \frac{1}{j} \ln \frac{u_1}{u_{j+1}} \approx 2\pi\xi \quad (2.3.21)$$

El amortiguamiento tiene el efecto de reducir la frecuencia natural de ω_n a ω_D y aumentar el periodo natural de T_n a T_D ; este efecto es despreciable para una relación de amortiguamiento ξ debajo del 20%, un rango en el cual están incluidas la mayoría de las estructuras; y, valga la redundancia, para la mayoría de las estructuras ω_D y T_D son aproximadamente iguales a ω_n y T_n ⁽⁷⁾

2.4 TIPOS DE MODELO DE MATERIAL

Comúnmente los elementos de una estructura poseen ciertas propiedades que las diferencian entre sí. Para caracterizar estas propiedades se ha recurrido a idealizar modelos, que intentan simular la realidad. Lógicamente no se podrá realizar con estos modelos lo que pasa realmente en la realidad, pero nos permiten tener una idea y ciertos rangos de lo que sucederá realmente. Se ha creído conveniente conceptualizar algunos modelos: el modelo elástico lineal y el modelo bilineal.

2.4.1 Modelo elástico lineal

El modelo elástico lineal (**Fig.2.4.1**) lo poseen las estructuras que se comportan de una manera elástica, por ejemplo cuando actúan las intensidades de un sismo son relativamente pequeñas. Para caracterizar la curva carga-deformación (desplazamiento), sólo basta con la rigidez (k_o).

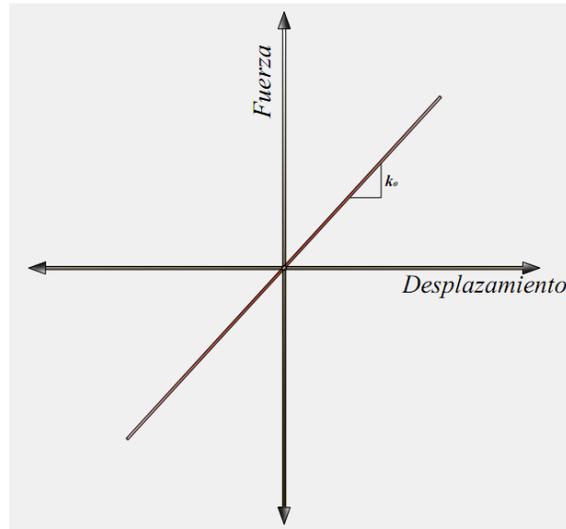


Fig2.4.1 Modelo lineal elástico

En el programa OpenSees a esto se lo ha simulado con el uso del comando que se detalla a continuación:

Comando: **Elastic Material**

Este comando es utilizado para construir un objeto de material elástico uniaxial. Su estructura es la siguiente:

Tabla 2.4.1 Estructura del comando **Elastic Material**

uniaxialMaterial Elastic \$matTag \$E <\$eta>

\$matTag = Número de etiqueta

\$E = Tangente

\$eta = Amortiguamiento de la tangente (opcional, por defecto = 0.0)

2.4.2 Modelo bilineal

Los modelos bilineales con frecuencia se utilizan para el modelado de estructuras de acero. El modelo bilineal (**Fig.2.4.2**) se define por tres parámetros: la resistencia a la fluencia (F_y), la rigidez inicial (k_o), y después de la rigidez post fluencia ($k_p = r*k_o$). La fuerza es limitada por las curvas envolventes de fluencia. La descarga de las curvas se produce con la rigidez



igual a la rigidez inicial (elástica). El modelo plástico perfectamente elástico es un caso especial obtenido estableciendo la rigidez post fluencia igual a cero ($k_p = 0$).

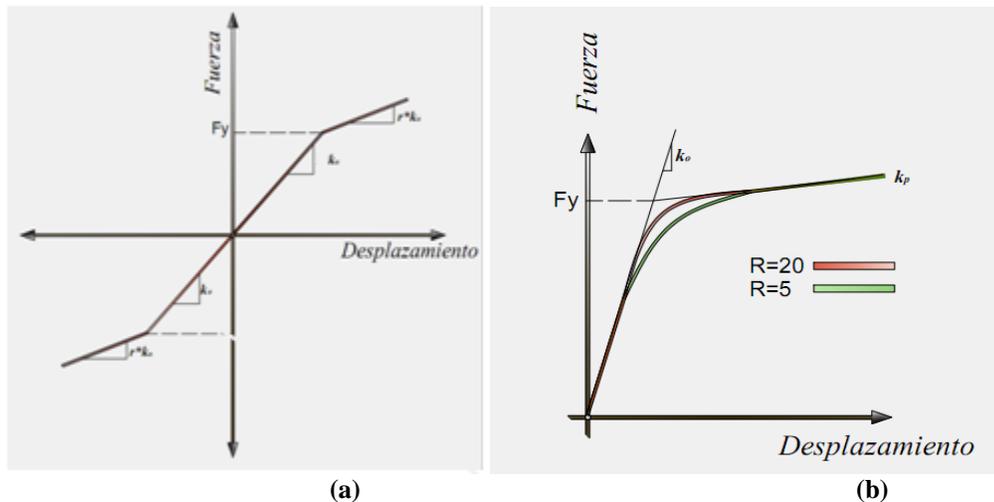


Fig.2.4.2 Modelo bilineal (a) Steel 01 (b) Steel 02 ⁽²⁾

Haciendo uso de OpenSees a los dos tipos de material se los ha simulado de la siguiente manera:

Comando (a): **Steel01 Material**

Este comando es usado para construir un material de acero uniaxial bilineal como objeto con endurecimiento cinemático y endurecimiento isotrópico descrito por una ecuación de evolución no lineal. Su estructura es la siguiente:

Tabla 2.4.2 Estructura del comando **uniaxialMaterial Steel01**

uniaxialMaterial Steel01 \$matTag \$Fy \$E0 \$b <\$a1 \$a2 \$a3 \$a4>

\$matTag = Número de etiqueta del material

\$Fy = Fuerza de fluencia

\$E0 = Tangente elástica inicial

\$b = Relación de endurecimiento (relación entre la tangente de post-fluencia y la tangente elástica inicial).

\$a1, \$a2, \$a3, \$a4 = Parámetros de endurecimiento isotrópico: (Opcional, por defecto: No isotrópico)



Comando (b): **Steel02 Material**

Este comando es usado para crear un material uniaxial Giuffre-Menegotto-Pinto como un objeto con endurecimiento de esfuerzo isotrópico. Su estructura es la siguiente:

Tabla 2.4.3 Estructura del comando **uniaxialMaterial Steel02**

uniaxialMaterial Steel02 \$matTag \$Fy \$E \$b \$R0 \$cR1 \$cR2 <\$a1 \$a2 \$a3 \$a4>

\$matTag = Numero de etiqueta del material

\$Fy = Fuerza de fluencia

\$E = Tangente elástica inicial

\$b = Relación de endurecimiento (relación entre la tangente de post-fluencia y la tangente elástica inicial).

\$R0, \$cR1, \$cR2 = Control de transición del estado elástico al plástico

Valores recomendados:

$R0 = \text{Entre } 10 \text{ y } 20, cR1 = 0.925, cR2 = 0.15$

\$a1, \$a2, \$a3, \$a4 = Parámetros de endurecimiento isotrópico: (Opcional, por defecto: No isotrópico)

Isotrópico: Se lo llama al material que posee las mismas propiedades físicas en todas las direcciones

2.5 TIPOS DE EXCITACIÓN

Las estructuras están expuestas a distintos tipos de fuerza o excitación, ya sea las generadas por el viento, por un sismo, vibraciones debidas a vehículos, entre otras. Experimentalmente se trata de simular este tipo de fuerza. Para ello se hace uso de funciones de carga $P(t)$ o $u_g(t)$ que varían según el tiempo. Una carga impulsiva consta esencialmente de un impulso principal, el cual generalmente es de corta duración las explosiones y las ráfagas de viento son excitaciones de este tipo. A continuación se ha creído conveniente mostrar algunas de estas funciones idealizadas.



2.5.1 Función de carga lineal

Este tipo de carga se lo ha definido en base a un impulso y su respectiva duración. Se sabe que el impulso es igual a: fuerza por incremento del tiempo, pero en este caso se ideó una unidad de algún tipo de impulso I [Fuerza/Tiempo] y la duración de dicho impulso DI [Tiempo]. En la **Fig.2.5.1** se muestra un esquema de este tipo de función de carga.

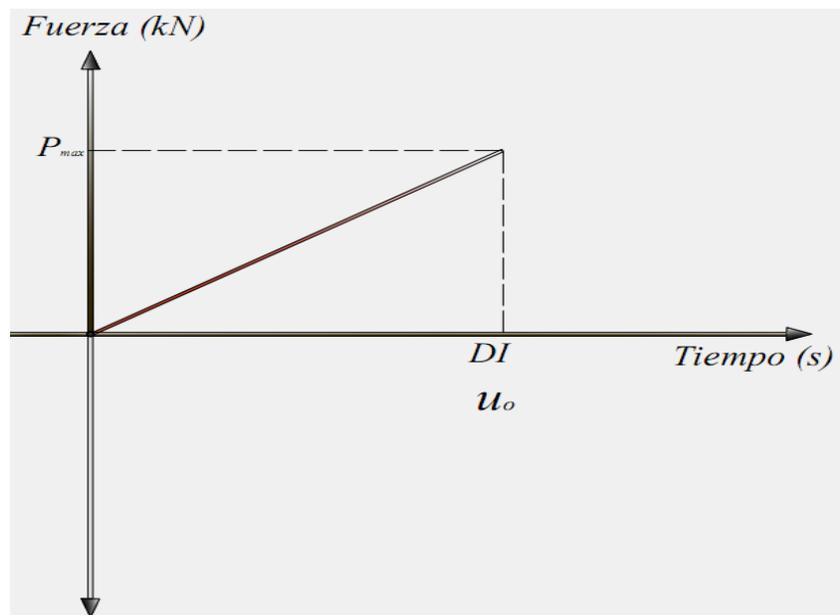


Fig.2.5.1 Función de carga lineal

En la siguiente tabla se muestra un algoritmo para generar la función de carga anteriormente descrita.



Tabla 2.5.1 Algoritmo para generar una función de carga lineal

<p><i>Datos requeridos: Impulso, Dimpulso, Δt (paso)</i></p> <p><i>Impulso = Magnitud del impulso $\left[\frac{kN}{s} \right]$</i></p> <p><i>Dimpulso = Duración del impulso [s]</i></p> <p>Carga máxima</p> <p>$P_{max} = Impulso \times Dimpulso$</p> <p>$Ndexi = 0 : t_- = 0$</p> <p>Hacer mientras $t \leq Dimpulso$</p> <p>$t_- = t_- + \Delta t$</p> <p>$Ndexi = Ndexi + 1$</p> <p>Continuar bucle</p> <p>Desde $i = 0$ Hasta $Ndexi$</p> <p>$P_{(i)} = i \times \Delta t \times Impulso$</p> <p>Siguiente i</p>

2.5.2 Función de carga trilineal

El siguiente tipo de función consta de una carga máxima P_{max} , un tiempo inicial por defecto $t_0=0$, y los tiempos t_1 , t_2 , t_3 . En el transcurso de tiempo 2 t_2 al tiempo 3 t_3 , se aplicará la carga máxima. En la **Fig.2.5.2** se muestra un esquema de este tipo de función de carga.

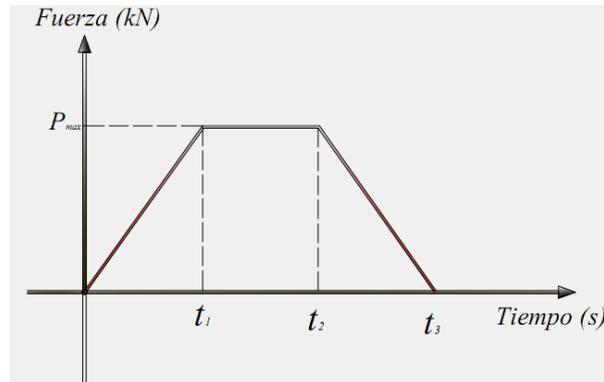


Fig.2.5.2 Función de carga trilineal

Este tipo de función permite al cambiar los tiempos t_1 , t_2 , t_3 , permite obtener: Cargas en rampa **Fig.2.5.3 (a)**, cargas triangulares **Fig.2.5.3 (b)**, entre otras formas.

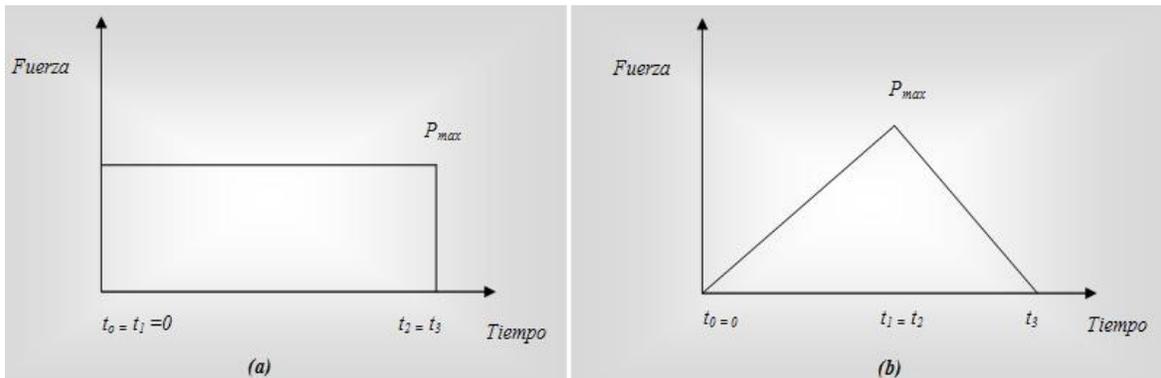


Fig.2.5.3 Otras cargas a partir de la función trilineal

En la **Tabla 2.5.2** se muestra un algoritmo para crear una función de carga trilineal. Cabe recalcar que aquellos que lo desean pueden hacer uso de este algoritmo y mejorarlo si lo desean.

Tabla 2.5.2 Algoritmo para generar una función de carga trilineal

Datos requeridos: P_{max} , t_1 , t_2 , t_3 , Δt (paso)

$$pend_1 = \frac{P_{max}}{t_1} : pend_2 = 0$$

Si $t_2 - t_3 = 0$ Entonces $t_2 = t_2 + 0.0000001$

$$pend_3 = \frac{P_{max}}{t_2 - t_3}$$

Hacer mientras $t_- \leq t_3$

$$t_- = t_- + \Delta t : nPt = nPt + 1$$

Continuar bucle



Tabla 2.5.2 Algoritmo para generar una función de carga trilineal (continuación)

```
nPt = 0 : t_ = 0
Desde i=0 hasta nPt
  Si t_ ≤ t1 y t_ > 0 Entonces
    P(i) = pend1 * t_ + 0
  Contrario Si t_ ≤ t2 y t_ > t1 Entonces
    P(i) = pend2 (t_ - t1) + Pmax
  Contrario Si t_ ≤ t3 And t_ > t2 Entonces
    P(i) = pend3 * (t_ - t2) + Pmax
  Fin Si
  t_ = t_ + Δt
  Siguiete i
```

2.5.3 Función de carga armónica

Este tipo de función de carga es comúnmente utilizado, ya que es una idealización de carga dinámica muy acertada. Para definirla necesitamos la amplitud máxima P_{max} y la frecuencia de excitación ω_a . A continuación se muestra un esquema de este tipo función.

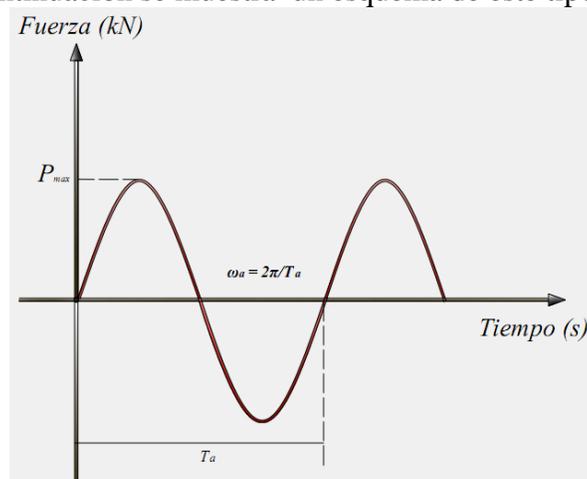


Fig.2.5.4 Función de carga armónica



Tabla 2.5.3 Algoritmo para generar una función de carga armónica

<p>Constantes: $\pi = 4 \cdot \text{Tan}^{-1}(1)$</p> <p>Datos Requeridos: P_{max}, ω_a, ξ, Δt (paso)</p> <p>$T_a = \frac{2\pi}{\omega_a}$</p> <p>$Ndexi = 0$: $t_- = 0$</p> <p>Hacer mientras $t_- \leq \text{DuracionQ}$</p> <p> $t_- = t_- + \text{paso}$</p> <p> $Ndexi = Ndexi + 1$</p> <p>Continuar bucle</p> <p>Desde $i = 0$ hasta $Ndexi$</p> <p> $P_{(i)} = P_{max} \times \text{Sin}(\omega_a \times i \times \Delta t)$</p> <p> Siguiente i</p>
--

2.6 ANALISIS DE HISTORIA EN EL TIEMPO

2.6.1 Método de Newmark

El método de Newmark-beta es un método de integración numérica utilizado para resolver ecuaciones diferenciales. Este método puede tener muchas aplicaciones como por ejemplo en análisis de elementos finitos para modelar sistemas dinámicos. Este método tiene dos coeficientes fundamentales como son γ y β . Estableciendo β a los distintos valores entre 0 y 1 puede dar una amplia gama de resultados. Existen dos métodos para la aplicación del método de Newmark: Método de aceleración promedio y Método de aceleración lineal. La diferencia de cada método está en sus factores γ y β .

- 1) Para el Método de aceleración promedio: $\gamma = 1/2$ y $\beta = 1/4$
- 2) Para el Método de aceleración lineal: $\gamma = 1/2$ y $\beta = 1/6$

El nombre del método es basado en Nathan M. Newmark, quien lo introdujo en el año 1959. A continuación se detalla en forma resumida un algoritmo del método de Newmark, para un Sistema lineal y un Sistema Bilineal. En este caso se utiliza el Método de aceleración promedio:



Tabla 2.6.1 Algoritmo para aplicar el método de Newmark ⁽⁸⁾

Datos Requeridos: $m, T, \zeta, DA, u_o, \dot{u}_o, \ddot{u}_o$

$m =$ Masa [tonne]

$\zeta =$ Amortiguamiento [%]

$T =$ Periodo [s]

$DA =$ Duración del análisis

$P_{(t)} =$ Función de carga

Condiciones iniciales :

$u_o =$ Desplazamiento inicial

$\dot{u}_o =$ Velocidad inicial

$\ddot{u}_o =$ Aceleración inicial

Cálculos previos:

Frecuencia natural

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T}$$

Constante de amortiguamiento

$$c = 2 \times \frac{\zeta}{100} \times \omega_n \times m$$

Rigidez inicial

$$k_o = \omega_n^2 \times m$$

Asumir incremento de tiempo (Δt)

*Calculamos el número de iteraciones para el análisis (**nDA**). En este caso t_{-} tan solo es un valor que se irá incrementando según el incremento del tiempo (Δt).*



Tabla 2.6.1 Algoritmo para aplicar el método de Newmark (continuación)

<p><i>Iniciamos con, $t_- = 0$ y $nDA = 0$</i></p> <p><i>Hacer mientras $t \leq DA$</i></p> <p>$t_- = t_- + \Delta t$</p> <p>$nDA = nDA + 1$</p> <p><i>Continuar bucle</i></p> <p><i>Tomar las condiciones iniciales</i></p> <p>$u_{(0)} = u_o : \dot{u}_{(0)} = \dot{u}_o : \ddot{u}_{(0)} = \ddot{u}_o : F_{(0)} = 0$</p> <p>Nota: Como el algoritmo está realizado para dos modelos de material: Lineal y Bilineal. Seleccionamos el caso según el tipo de material</p> <p>Caso "ELÁSTICO"</p> <p>Cálculos iniciales:</p> $M^* = m + \frac{(\Delta t \times c)}{2} + \frac{(\Delta t)^2 \times k}{6}$ <p>Desde $i=1$ hasta nDA</p> <p>$Vt_{(i)} = i \times \Delta t$</p> <p>$\Delta P = P_{(i)} - P_{(i-1)}$</p> $P^* = \Delta P - \Delta t \times c \times \ddot{u}_{(i-1)} - \Delta t \times k_o \times \left[\dot{u}_{(i-1)} + \frac{\Delta t \times \ddot{u}_{(i-1)}}{2} \right]$ <p>$\Delta \ddot{u} = \frac{P^*}{M^*}$</p> $\Delta \dot{u} = \Delta t \times \ddot{u}_{(i-1)} + \frac{\Delta t \times \Delta \ddot{u}}{2}$ $\Delta u = \Delta t \times \dot{u}_{(i-1)} + \frac{(\Delta t)^2 \times \ddot{u}_{(i-1)}}{2} + \frac{(\Delta t)^2 \times \Delta \ddot{u}}{6}$ <p>$u_{(i)} = u_{(i-1)} + \Delta u$</p> <p>$\dot{u}_{(i)} = \dot{u}_{(i-1)} + \Delta \dot{u}$</p> <p>$\ddot{u}_{(i)} = \ddot{u}_{(i-1)} + \Delta \ddot{u}$</p> <p>$F_{(i)} = F_{(i-1)} + k_o \times \Delta u$</p> <p>Siguiente i</p>



Tabla 2.6.1 Algoritmo para aplicar el método de Newmark (continuación)

Caso "BILINEAL"

Otras propiedades del material: F_y, r

F_y = Fuerza de fluencia del material [kN]

r = Coeficiente de post fluencia [adimensional]

a, b, D_y = Coeficientes : kt, k_{ti} = rigidez

Cálculos iniciales:

$$a = \frac{4m}{\Delta t} + 2c \quad b = 2m \quad D_y = \frac{F_y}{k_o} \quad k_{ti} = k_o$$

$$vdes = 1$$

Desde $i=1$ hasta nDA

$$Vt_{(i)} = i \times \Delta t$$

$$\Delta P^* = [P_{(i)} - P_{(i-1)}] + a \times \dot{u}_{(i-1)} + b \times \ddot{u}_{(i-1)}$$

$$\Delta R_{-} = \Delta P^*$$

$$k_{ti} = kt$$

Realizamos $nIter$ iteraciones: **Newton Raphson Modificado**

Desde $j = 1$ hasta $nIter$

$$\Delta R = \Delta R_{-}$$

Si $vant \neq vdes$

$$kt = k_o : k_{ti} = k_o$$

Fin Si

$$k^* = k_{ti} + \frac{2c}{\Delta t} + \frac{4m}{\Delta t^2}$$

$$\Delta u = \frac{\Delta R}{k^*}$$

$$u_{(i)} = u_{(i-1)} + \Delta u$$

$$F_{(i)} = F_{(i-1)} + kt \times \Delta u$$

$$Fp = k_o * [Dy + r \times (u_{(i)} - Dy)]$$

$$Fn = k_o * [-Dy + r \times (u_{(i)} + Dy)]$$

Si $F_{(i)} \geq Fp$

$$F_{(i)} = Fp : kt = k_o \times r$$

Fin Si

Si $F_{(i)} \leq Fn$

$$F_{(i)} = Fn : kt = k_o \times r$$

Fin Si

$$\Delta F = F_{(i)} - F_{(i-1)} + (k^* - k_{ti}) \times \Delta u$$



Tabla 2.6.1 Algoritmo para aplicar el método de Newmark (continuación)

$$\Delta R_{-} = \Delta R - \Delta F$$

$$Tol = 0.01$$

Si $\Delta R_{-} < Tol$ Entonces **Siga**

$$i = i + 1$$

Siguiente **j**

Siga:

$$u_{(i-j+1)} = u_{(i)}$$

$$F_{(i-j+1)} = F_{(i)}$$

$$i = i - j + 1$$

$$u_{(i-j+1)} = u_{(i)}$$

$$\Delta u = u_{(i)} - u_{(i-1)}$$

$$\Delta \dot{u} = \frac{2 \Delta u}{\Delta t} - 2 \times \dot{u}_{(i-1)}$$

$$\Delta \ddot{u} = \frac{4 \Delta u}{\Delta t^2} - \frac{4 \times \dot{u}_{(i-1)}}{\Delta t} - 2 \times \ddot{u}_{(i-1)}$$

$$\ddot{u}_{(i)} = \ddot{u}_{(i-1)} + \Delta \ddot{u}$$

Si $\dot{u}_{(i-1)} > 0$ Entonces **vant = 1** Contrario **vant = - 1**

$$\dot{u}_{(i)} = \dot{u}_{(i-1)} + \Delta \dot{u}$$

Si $\dot{u}_{(i-1)} < 0$ Entonces **vdes = - 1** Contrario **vdes = 1**

Ductilidad μ :

$$\mu = u_{(i)} / Dy$$

Siguiente **i**

CAPITULO III



3. MANUAL DE LA HERRAMIENTA SDOF-DYNAMICS

3.1 INTRODUCCIÓN

Antiguamente ya estaba funcionando la herramienta **SDOF-Dynamics**⁽⁴⁾ del LVIS. Esta herramienta realizaba el análisis dinámico de un sistema de un grado de libertad. El objetivo era verificar el funcionamiento de dicha herramienta, lo cual se lo hizo utilizando el software OpenSees. Al modelar la estructura de un grado de libertad se pudo verificar que la herramienta estaba funcionando parcialmente, por ello se decidió implementar nuevamente dicha herramienta. Se la elaboró esta vez haciéndole unas mejoras. Para ello se utilizó por detrás, para la recolección de datos y la escritura de los archivos .tcl, el software Visual Studio 2005. Y como lógica de programación para el análisis de la estructura el software OpenSees.

A continuación se muestra el esquema de la herramienta SDOF-Dynamics

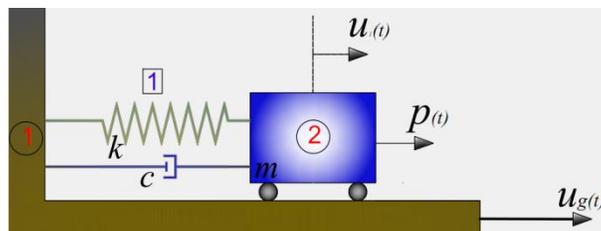


Fig.3.1.1 Esquema de la herramienta SDOF-Dynamics

El esquema pretende darnos un breve bosquejo del sistema de un grado de libertad. En el cual se muestra las variables relacionadas directamente con dicho sistema.

3.2 SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD

La Fig.3.2.1 muestra algunos ejemplos de estructuras que estableciendo ciertas condiciones de rigidez para sus respectivos elementos, pueden ser modeladas como *sistemas de un grado de libertad* para el análisis dinámico; esto son sistemas modelados como sistemas con una sola coordenada de desplazamiento. Dichos sistemas con un grado de libertad pueden ser representados convenientemente por el modelo matemático que aparece en la Fig.3.1.1 que tiene los siguientes elementos: (1) un elemento, m , que representa la masa o la propiedad de inercia de la estructura, (2) un elemento resorte, k , que representa las fuerzas internas del sistema y la capacidad de la estructura de almacenar energía potencial, (3) un elemento amortiguador, c , que representa las características friccionales y las pérdidas de energía de la estructura, (4) la fuerza de excitación, $P(t)$ ó $u_g(t)$, que representa las fuerzas exteriores que actúa sobre el sistema estructural.⁽⁹⁾

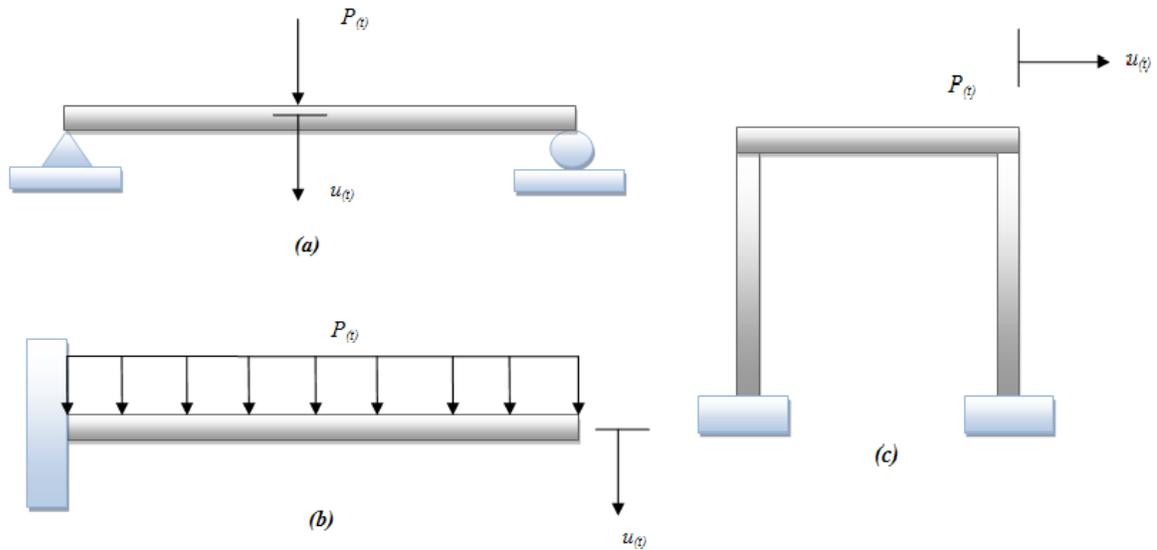


Fig.3.2.1 Ejemplos de figuras modeladas con un solo grado de libertad

3.2.1 Algunas ecuaciones

La ecuación general de movimiento está dada por:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad (3.2.1)$$

El periodo natural de vibración es

$$T_n = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (3.2.2)$$

Frecuencia natural

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T_n} \quad (3.2.3)$$

Constante de amortiguamiento



$$c = 2 \times \frac{\xi}{100} \times \omega_n \times m \quad (3.2.4)$$

Rigidez inicial

$$k_o = \omega_n^2 \times m \quad (3.2.5)$$

3.3 FUNCIONAMIENTO DE LA HERRAMIENTA

El funcionamiento de la herramienta es el siguiente:

- a) En la interfaz dinámica, el usuario introduce los datos como son: El periodo T , La masa m y El amortiguamiento ξ . De la misma manera se escoge el tipo de material que vamos a utilizar que son: *elástico*, *bilineal 1* y *bilineal 2*. Así mismo se escogerá el tipo de excitación: *función de carga lineal*, *función de carga trilineal*, *función de carga sinusoidal* y *archivo de un acelerograma*. Según la opción escogida se pedirá los datos respectivos. Finalmente se decide la duración del análisis.
- b) Se procesa todos los datos para la creación de un archivo con la extensión .tcl. Donde se modela un sistema de un grado de libertad.
- c) El archivo creado en (b) se ejecuta con aplicación OpenSees.exe ⁽²⁾
- d) Seguidamente se lee los archivos de respuesta se toma la respuesta máxima y se procede a graficar todos los resultados del análisis, incluyendo los valores máximos donde se ha pensado conveniente.

3.4 LIMITACIONES DE LA HERRAMIENTA

A esta herramienta se la ha diseñado tratando de abarcar muchos conceptos sobre dinámica de estructuras en lo que tiene que ver con sistemas de un grado de libertad. El usuario irá descubriendo las limitaciones, de una manera ingeniosa podrá experimentar y comprobar la herramienta.



3.5 UTILIZACIÓN DE LA HERRAMIENTA

Para facilidad de la utilización de la herramienta las unidades y descripción del dato pedido se indican al frente de cada casillero.

3.5.1 Iconos utilizados

Es conveniente indicar algunos de los iconos que nos ayudarán a distinguir cual es el evento que produce su pulsación:

Tabla 3.5.1 Utilidad de los iconos de la herramienta

Icono	Utilidad
	<i>Carga un ejemplo de análisis</i>
	<i>Permite subir un acelerograma.</i>
	<i>Para la descarga de resultados</i>
	<i>Ejecuta el análisis o borra análisis (el ultimo o todos)</i>

Nota: En caso de querer descargar los resultados al computador, en configuración regional de número establecer: El separador de decimales como **punto (.)** y la separación de miles con un **espacio ()**. Los resultados de los análisis permanecen en memoria por el lapso de 25 minutos, de no estar en uso la herramienta.

3.5.2 Propiedades del sistema

Lo primero que se debe tener en cuenta es el ingreso de las propiedades del sistema. En este caso son: El periodo natural de vibración **T**, la masa **m**, y el amortiguamiento **ξ** . Al frente se muestra un esquema de un sistema dinámico de un grado de libertad.

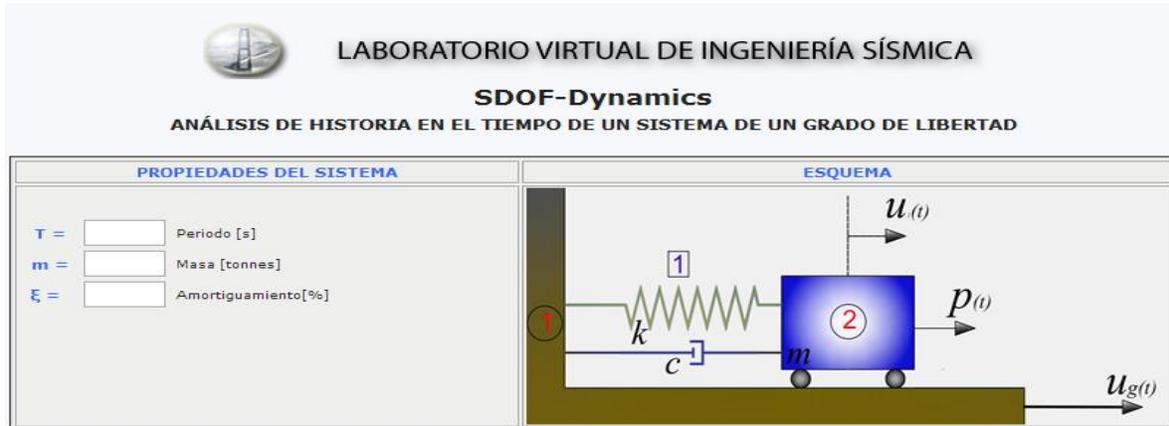


Fig.3.5.1 Propiedades del sistema

3.5.3 Tipo de material

Lo siguiente que se tiene que realizar es, la selección del tipo de material a utilizar. Se tiene la opción de Elástico, Bilineal 1 y Bilineal 2. El esquema de comportamiento tipo cambia dependiendo de la opción que se seleccione. Para el caso de un material **elástico** no se necesita ingresar ningún dato. Como se muestra:

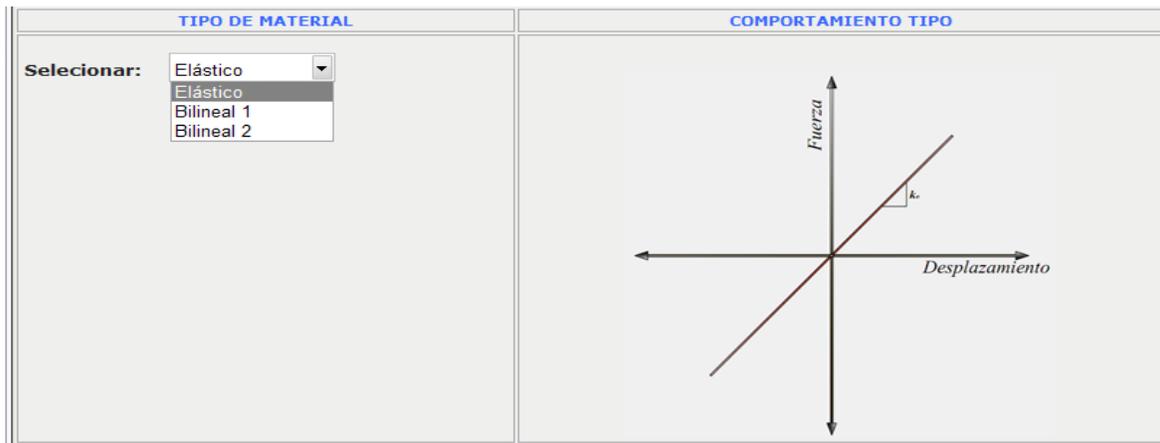


Fig.3.5.2 Tipo de material (Elástico)

Para el caso de un material **Bilineal 1**. Se deben ingresar los datos: Fuerza de fluencia **F_y** y el coeficiente post-fluencia **r**. Esto se muestra en la siguiente ilustración:

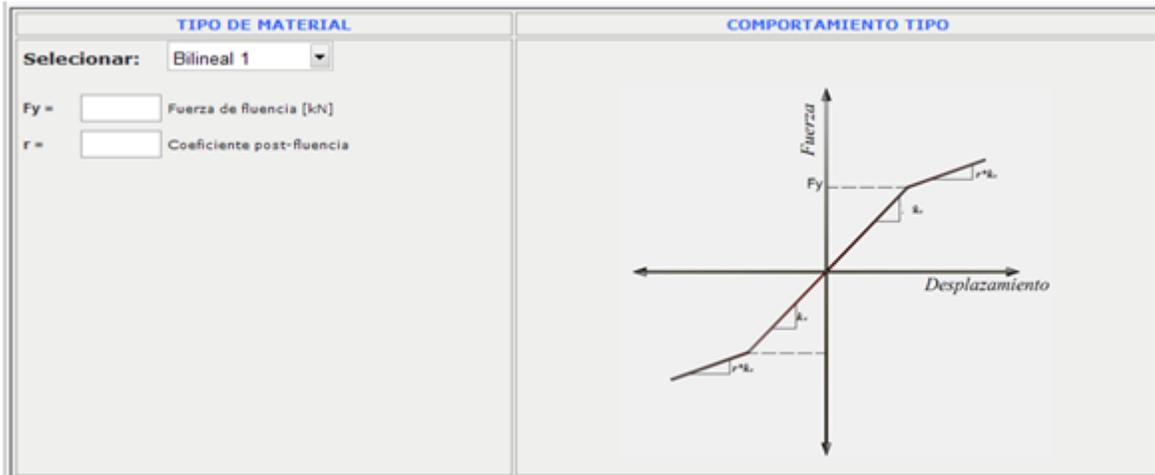


Fig.3.5.3 Tipo de material (Bilineal 1)

Para el caso de un material **Bilineal 2**. Se deben ingresar los datos: Fuerza de fluencia **Fy**, el coeficiente post-fluencia **r** y el control de transición del estado elástico al plástico **R**, cuyo valor está recomendado entre 10 y 20. Esto se muestra en la siguiente imagen:

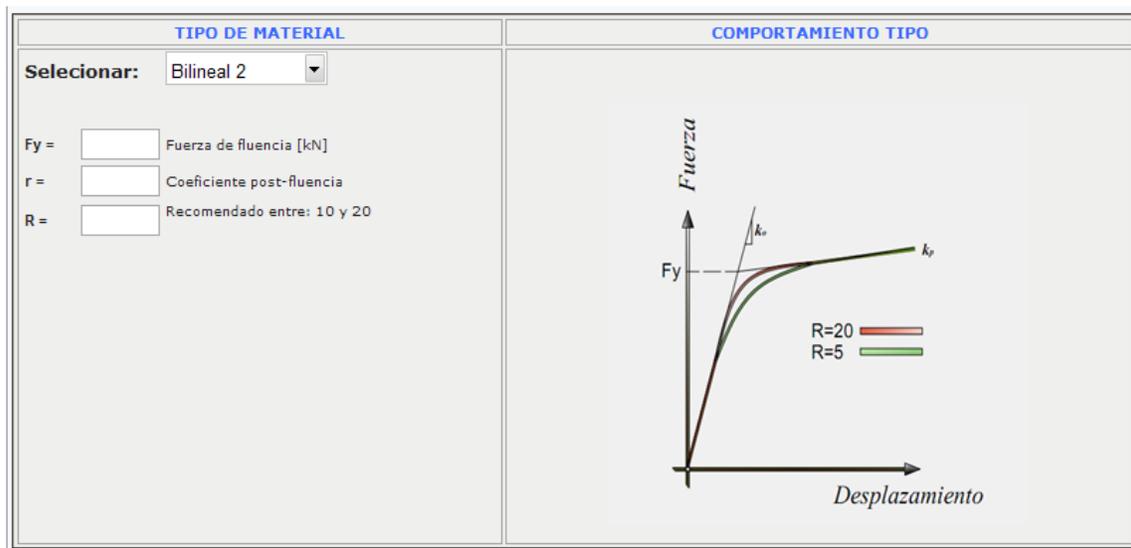


Fig.3.5.4 Tipo de material (Bilineal 2)

3.5.4 Tipo de excitación

De la misma manera se escoge el tipo de excitación a la que se desea someter el sistema. Los datos respectivos se ingresarán según la opción que se escoja. Ya sea Función de fuerza lineal, función de fuerza trilineal, función de fuerza armónica, o un acelerograma. Para el



caso de una **función de fuerza lineal**, los datos a ingresar son el Impulso **I**, y su respectiva duración **DI**.

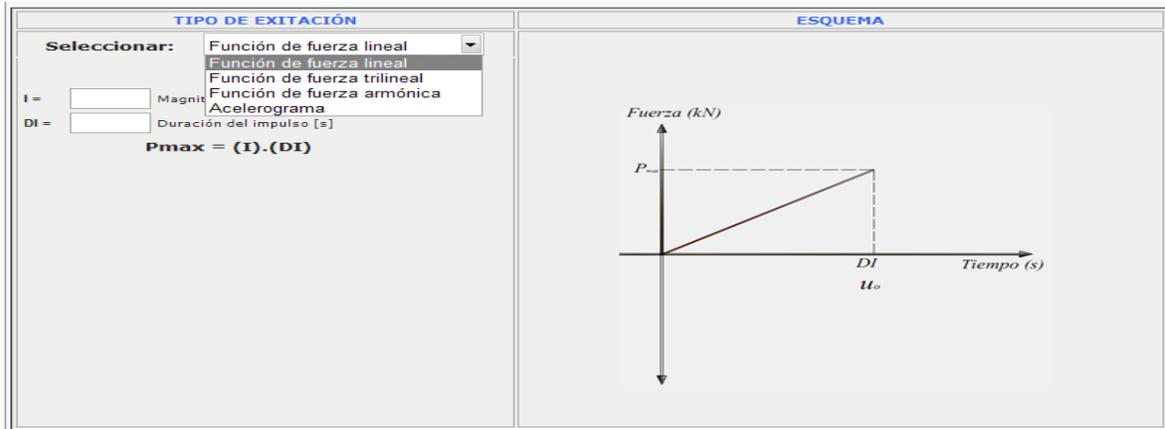


Fig.3.5.5 Tipo de excitación (Función de fuerza lineal)

Para el caso de una **función de fuerza trilineal**. Se pide ingresar una fuerza o carga máxima P_{max} y además los tiempos t_1 , t_2 , t_3 . Se puede idear algunos tipos de funciones de carga a partir de este tipo de función, es cuestión de ingenio para ir cambiando los tiempos. A continuación se muestra una imagen de esta función, los casilleros de ingreso de datos y su respectivo esquema.

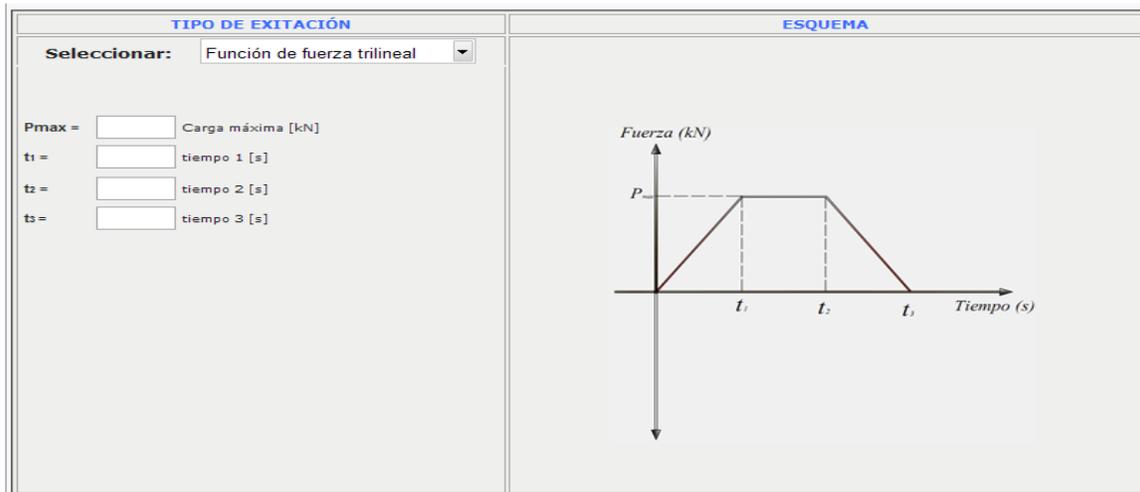


Fig.3.5.6 Tipo de excitación (Función de fuerza trilineal)

Para el caso de una **función de fuerza armónica**. Los datos que se deben ingresar es la amplitud máxima P_o (P_{max})

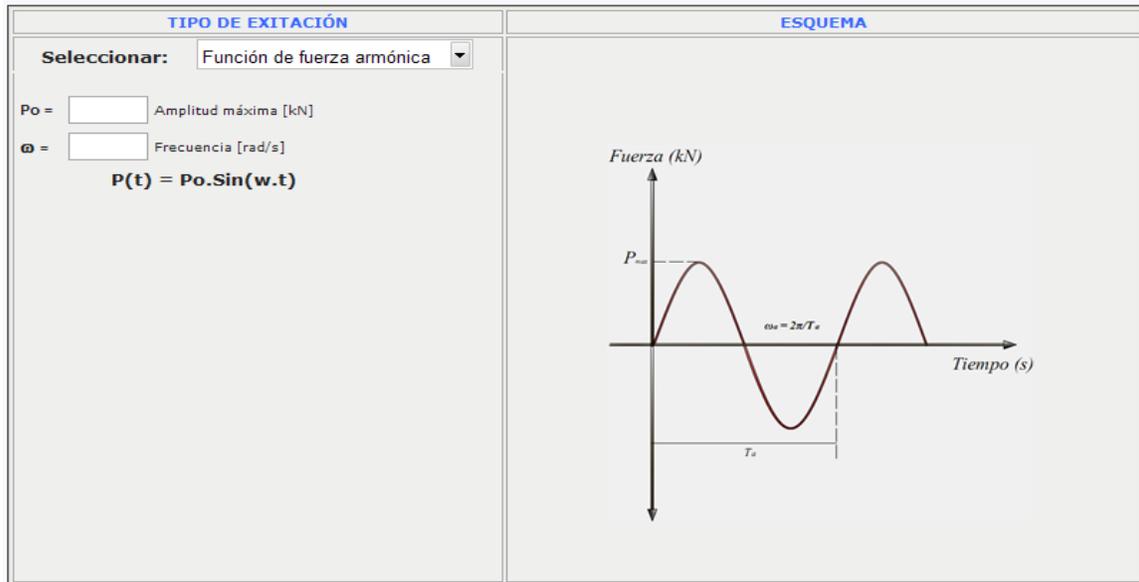


Fig.3.5.7 Tipo de excitación (Función de fuerza armónica)

Para el caso de un **acelerograma**. Antes de cargar el archivo debemos definir la duración del acelerograma, el paso o incremento de tiempo, y un factor de aceleración.

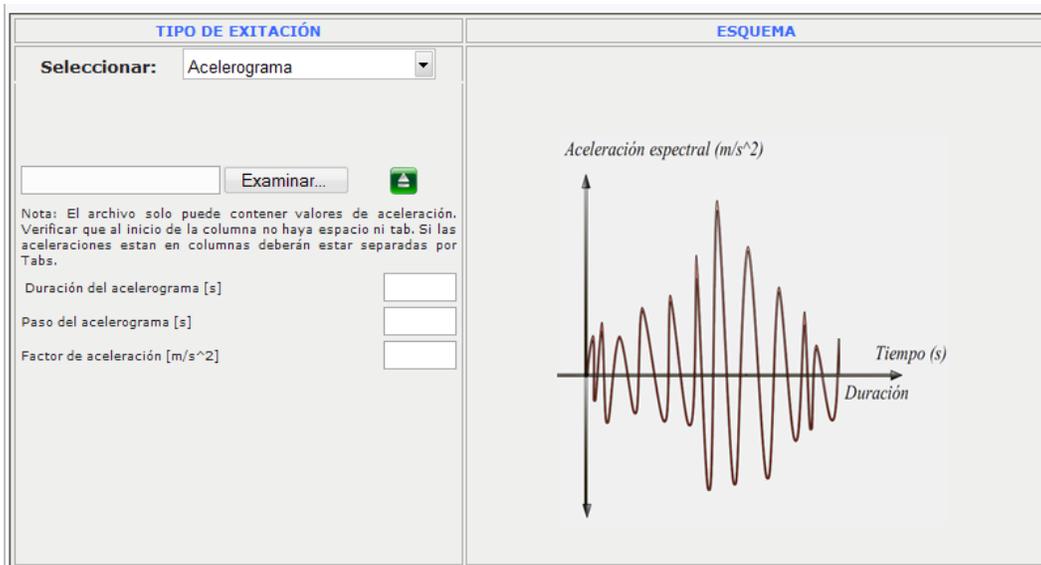


Fig.3.5.8 Tipo de excitación (Acelerograma)

Antes de cargar el Acelerograma fijarse muy bien en la nota:

Nota: El archivo solo puede contener valores de aceleración. Verificar que al inicio de la columna no haya espacio ni tab. Si las aceleraciones están en columnas deberán estar separadas por Tabs.



El archivo debe ser un archivo de texto .txt y el tipo de formato de datos de aceleración es el siguiente. El número de columnas puede ser uno o más.

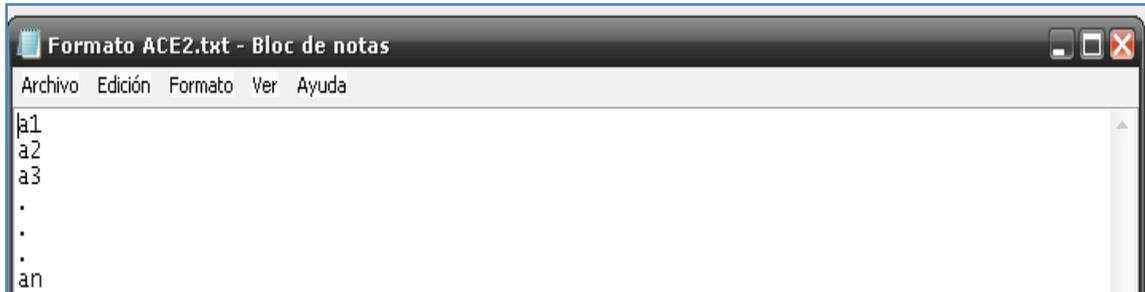


Fig.3.5.9a Formato del acelerograma (en una columna)

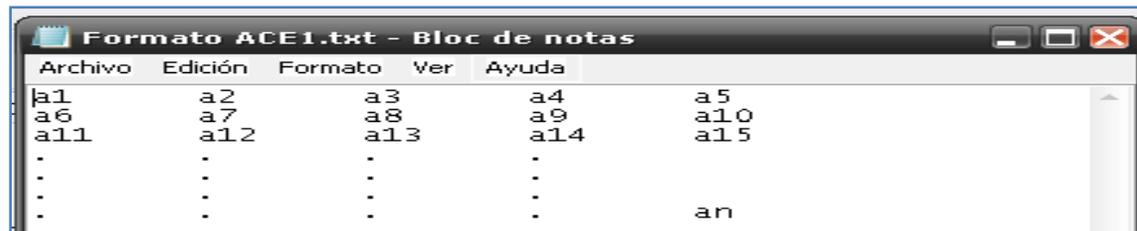


Fig.3.5.9b Formato del acelerograma (en varias columnas)

Se recomienda que al inicio del acelerograma no contenga, ninguna clase de descripción o nota. O sea caracteres, ni espacios en blanco. Esto se lo ilustra en la siguiente imagen.

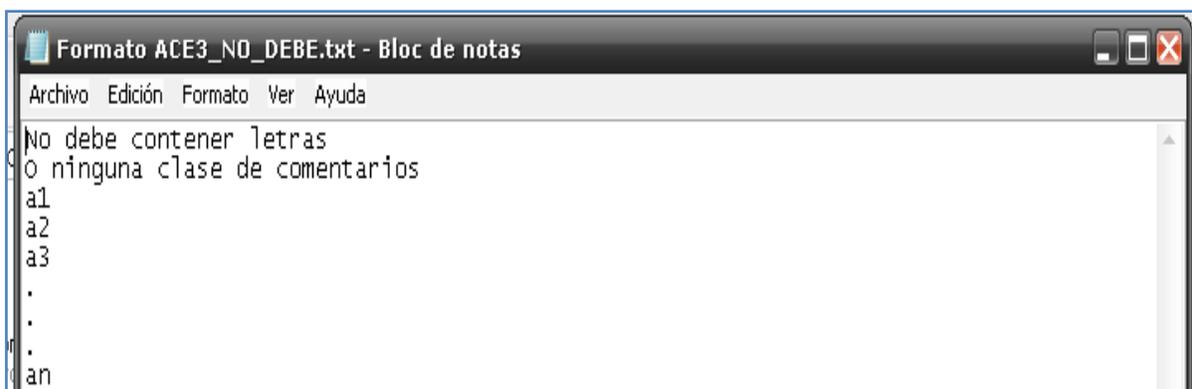


Fig.3.5.9c Formato del acelerograma (incorrecto)



3.5.5 Análisis

Una vez ingresado las propiedades del sistema, definido el material a utilizar y escogido el tipo de excitación. Procedemos a ingresar la duración del análisis (**Duración**). Además cabe destacar que se permiten tres opciones: ya sea analizar, borrar el último análisis o borrar todos los análisis. Existe un botón que permitirá cargar un ejemplo. Al frente se mostrarán las respuestas máximas de desplazamiento, velocidad, aceleración y fuerza interna. Estos resultados se registran en una hoja de Excel según el número de análisis, que los puede descargar. Lo dicho se ilustra en la siguiente imagen **Fig.3.5.10**:

Fig.3.5.10 Análisis

3.5.6 Gráficos

Una vez realizado cualquier análisis se presentan gráficamente los resultados. Estas gráficas son:

- Aceleración del suelo (solo cuando se utiliza un acelerograma)
- Tipo de excitación
- Desplazamiento relativo de la masa 1 (nudo 2)
- Velocidad relativa de la masa 1 (nudo 2)
- Aceleración relativa de la masa 1 (nudo 2)
- Fuerza interna en el elemento 1
- Histéresis en el elemento 1

Las gráficas se van sobreponiendo según el número de análisis que se realice. Así mismo en cada gráfico existe la opción de descargar en una hoja de Excel formato .xls, los resultados de todos los test que se realicen.



3.5.7 Ejercicios

Ejercicio 3.5.1.- Una torre que se utilizará para almacenar agua se comporta como un sistema de un grado de libertad. Esta posee una rigidez $k = 15000 \text{ kN/m}$, una masa de $m = 10 \text{ tonne}$ ($1 \text{ tonne} = 1000 \text{ kg}$), y además un coeficiente de amortiguamiento $c = 40$. Se quiere saber cuál es el comportamiento si se la somete una función de fuerza armónica, donde la amplitud máxima $P_0 = 100 \text{ kN}$ y el periodo de excitación $T_a = 0.15 \text{ s}$. Se considera que el material del cual está compuesta la estructura tiene un comportamiento lineal. Se pide analizar la estructura por 10 segundos. La cual es el mismo tiempo de excitación.

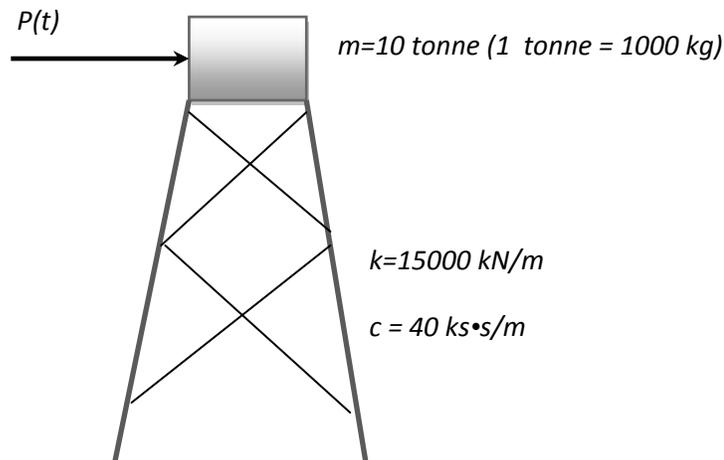


Fig.3.5.11 Esquema del ejercicio 3.5.1

Solución.

A la estructura anterior se la modela como un sistema de un grado de libertad, para luego realizar un análisis dinámico de esta.

Haciendo uso de la herramienta **SDOF-Dynamics** lo primero que se tiene que hacer es ingresar los datos de periodo natural de vibración T [s], la masa m [$\text{kN} \cdot \text{m/s}^2$], y el amortiguamiento ζ [%].

Usando la ecuación (3.2.2), para encontrar el periodo natural del sistema

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{10}{15000}} = 0.1622 \text{ s}$$

Utilizando la ecuación (3.2.3)

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T_n} = \frac{2\pi}{0.1622} = 38.7298 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

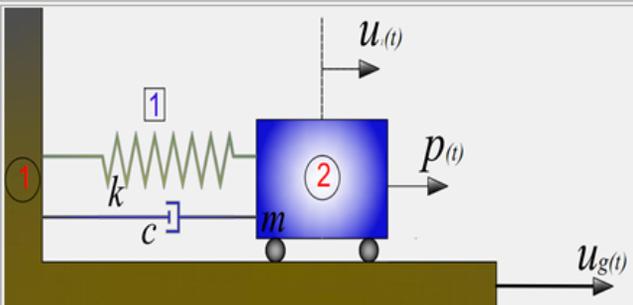
Ahora despejando ζ (3.2.4) y expresándolo en porcentaje



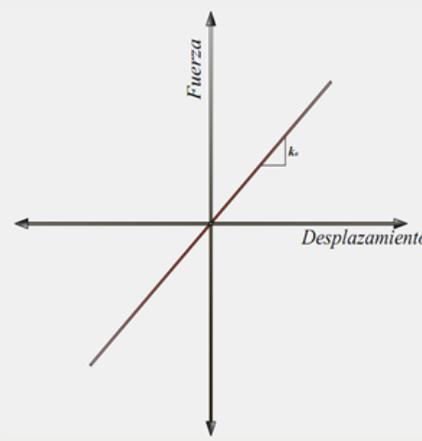
$$\xi = \left(\frac{c}{2\omega_n m} \right) 100 = \left(\frac{35}{2 \times 38.7298 \times 10} \right) 100 = 4.5185\%$$

Se ingresan estos datos en la herramienta

 **LABORATORIO VIRTUAL DE INGENIERÍA SÍSMICA**
SDOF-Dynamics
ANÁLISIS DE HISTORIA EN EL TIEMPO DE UN SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD

PROPIEDADES DEL SISTEMA	ESQUEMA
<p>T = <input type="text" value="0.1622"/> Período [s] m = <input type="text" value="10"/> Masa [tonnes] ξ = <input type="text" value="4.5185"/> Amortiguamiento[%]</p>	

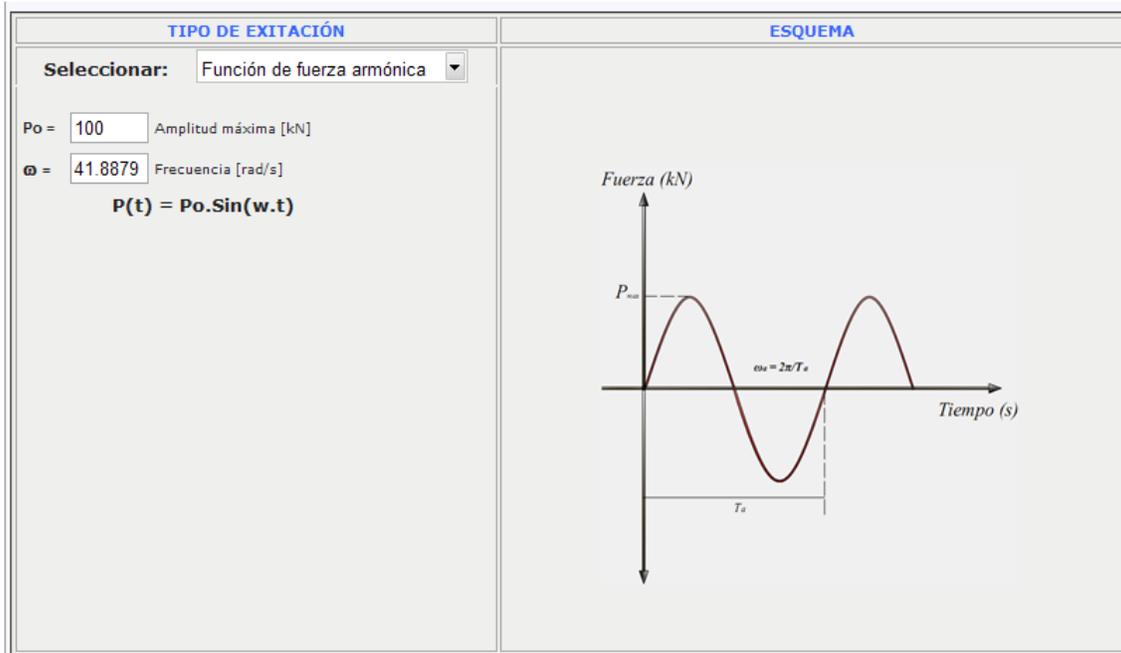
Ahora seleccionamos el tipo de material. En este caso es elástico, que posee un comportamiento lineal.

TIPO DE MATERIAL	COMPORTAMIENTO TIPO
<p>Seleccionar: <input type="text" value="Elástico"/></p>	

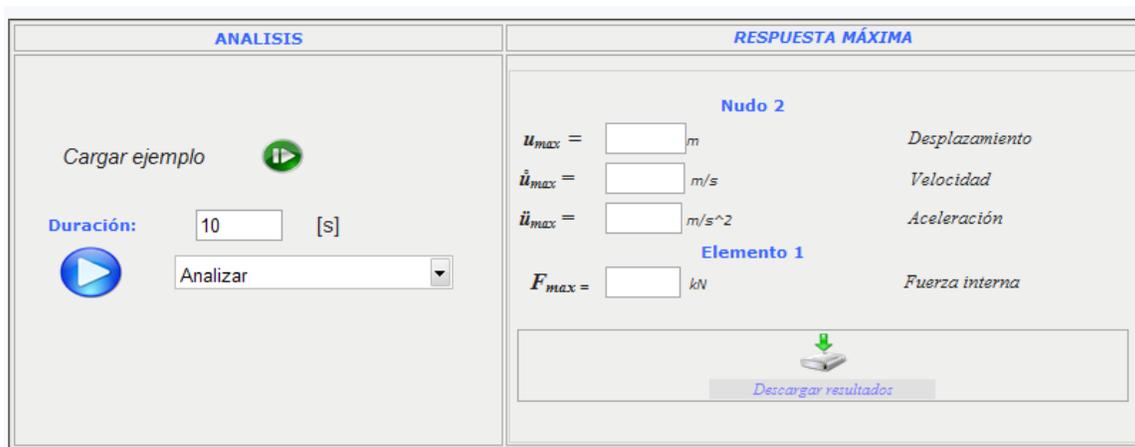
Ahora tenemos que seleccionar el tipo de excitación a la cual se va a someter a la estructura. Tenemos la amplitud máxima $P_o = 100 \text{ kN}$ y el periodo de excitación $T_a = 0.15 \text{ s}$.



$$\omega_a = \frac{2\pi}{T_a} = \frac{2\pi}{0.15} = 41.8879$$



Ahora se ingresa el tiempo de duración del análisis como se muestra en la siguiente imagen:



Se selecciona la opción analizar que por defecto aparece así y luego ejecutamos el análisis. En la parte derecha se muestran las respuestas máximas como se había ya indicado.



ANALISIS	RESPUESTA MÁXIMA
<p>Cargar ejemplo </p> <p>Duración: <input type="text" value="10"/> [s]</p> <p> <input type="text" value="Analizar"/></p>	<p>Nudo 2</p> <p>$u_{max} = 0.0409$ m (0.77 s) Desplazamiento</p> <p>$\dot{u}_{max} = 1.6836$ m/s (0.74 s) Velocidad</p> <p>$\ddot{u}_{max} = 69.5353$ m/s² (0.77 s) Aceleración</p> <p>Elemento 1</p> <p>$F_{max} = 613.762$ kN (0.77 s) Fuerza interna</p> <p> Descargar resultados</p>

Aquí se puede descargar los resultados en este caso solo tenemos un test:

Descarga de archivos

¿Desea abrir o guardar este archivo?

Nombre: Respuestas Maximas.xls
Tipo: Hoja de cálculo de Microsoft Office Excel 97-2003, 1.61 KB
De: vlee.utpl.edu.ec

Aunque los archivos procedentes de Internet pueden ser útiles, algunos archivos pueden llegar a dañar el equipo. Si no confía en el origen, no abra ni guarde este archivo. [¿Cuál es el riesgo?](#)

Desplazamiento
Velocidad
Aceleración

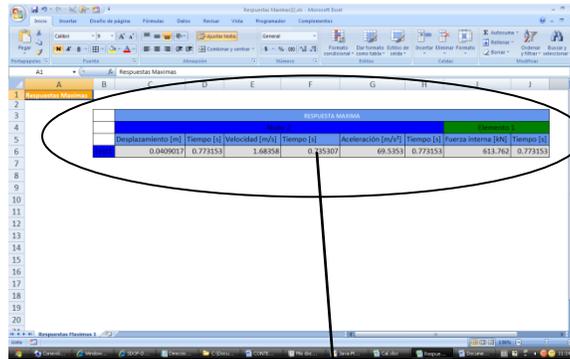
Elemento 1

$F_{max} = 613.762$ kN (0.77 s) Fuerza interna

[Descargar resultados](#)



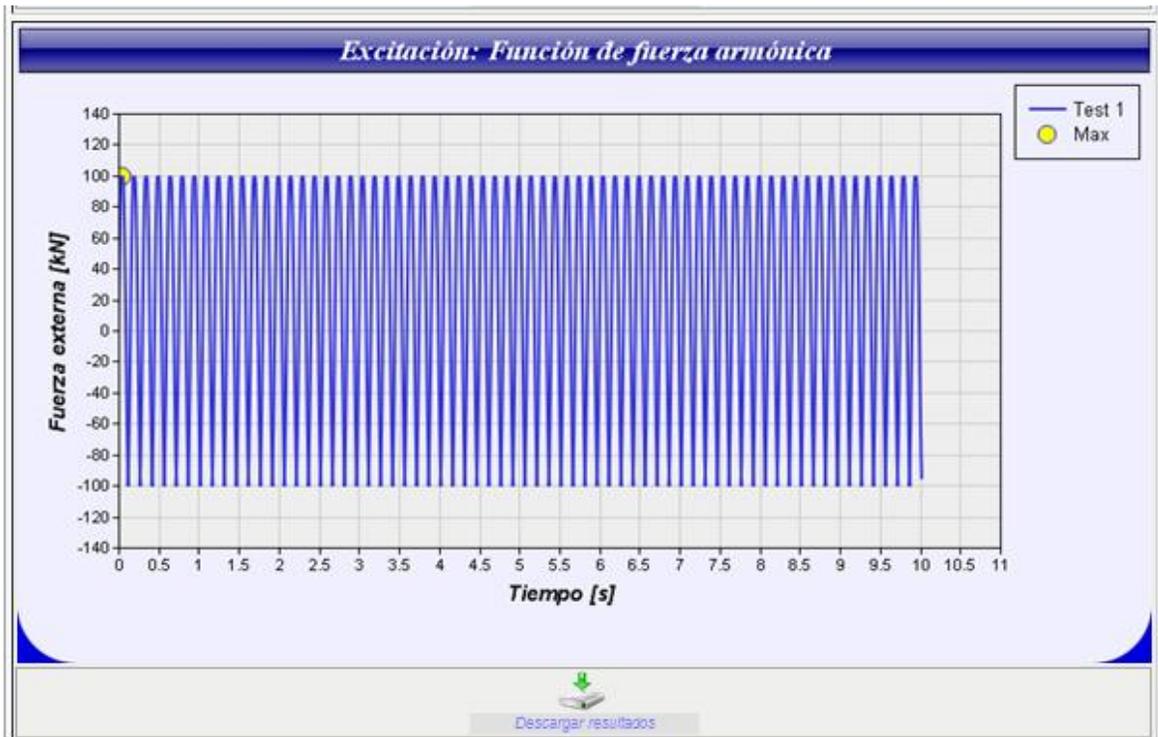
La siguiente imagen muestra los resultados que han sido descargados:



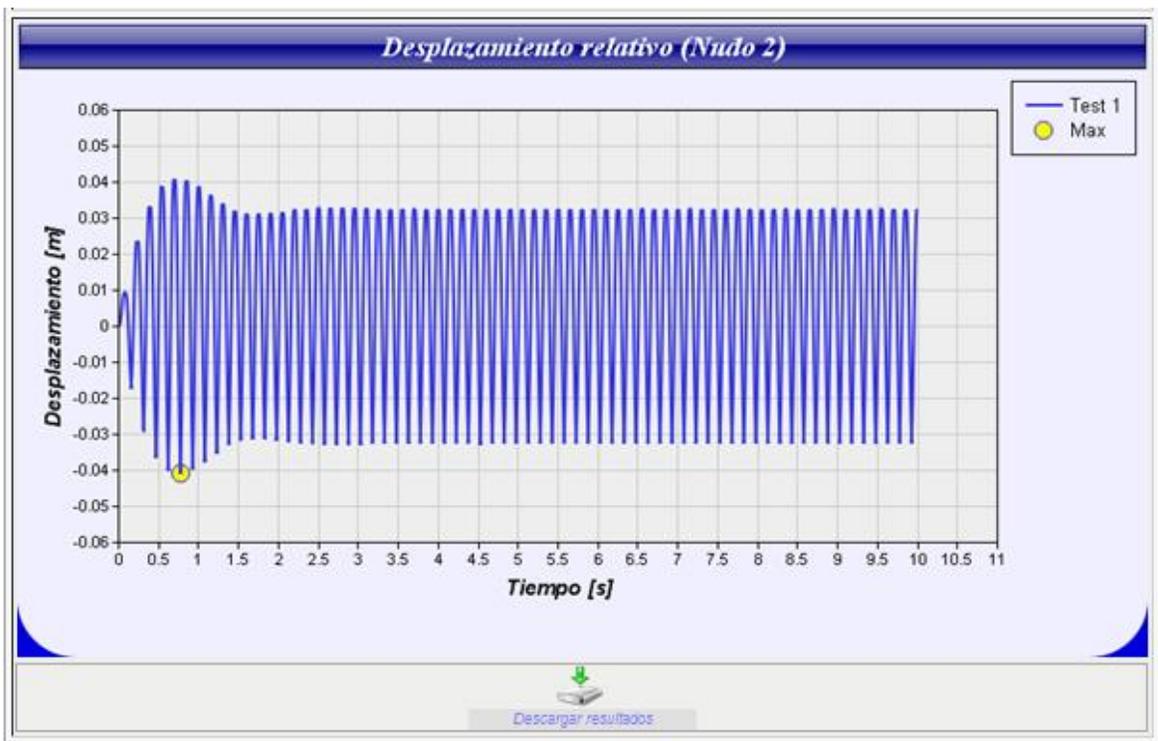
RESPUESTA MAXIMA									
Nudo 2								Elemento 1	
	Desplazamiento [m]	Tiempo [s]	Velocidad [m/s]	Tiempo [s]	Aceleración [m/s ²]	Tiempo [s]	Fuerza interna [kN]	Tiempo [s]	
Test1	0.0409017	0.773153	1.68358	0.735307	69.5353	0.773153	613.762	0.773153	

Ahora observemos las gráficas que se ha generado. Como se ve aparece una vacía, es porque esta solo se muestra para un acelerograma como ya se dijo antes. Las gráficas que se han generado se las muestra a continuación:

- El tipo de excitación: Función de carga lineal para el caso del ejemplo

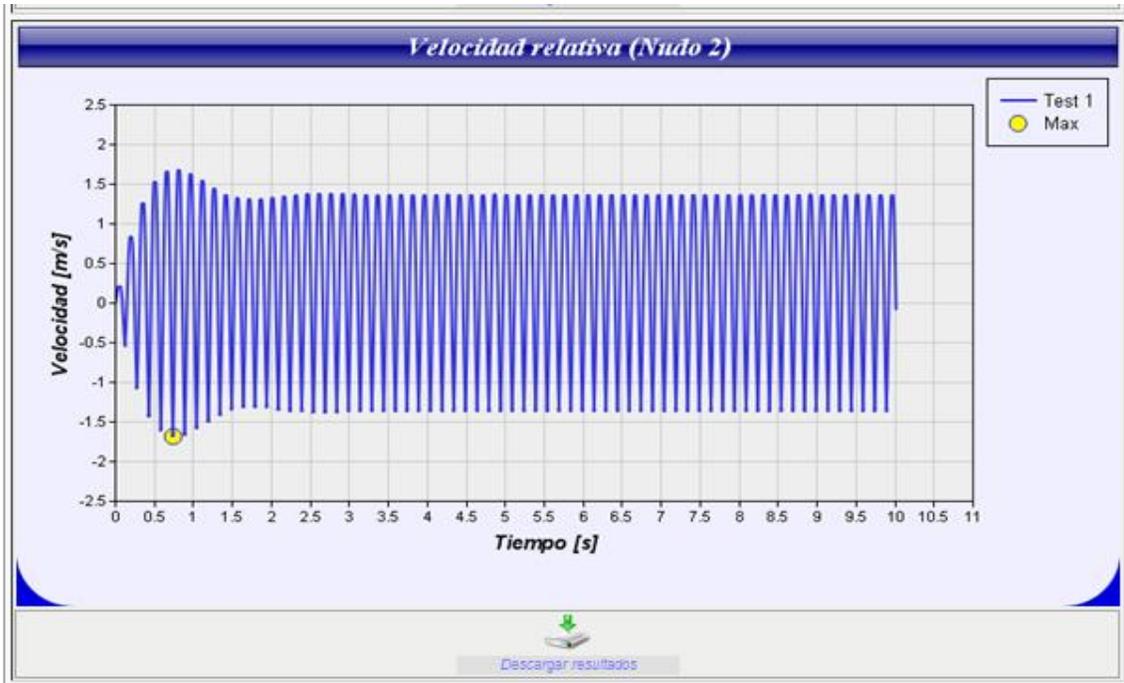


- El desplazamiento relativo para la masa 1 (nudo 2)

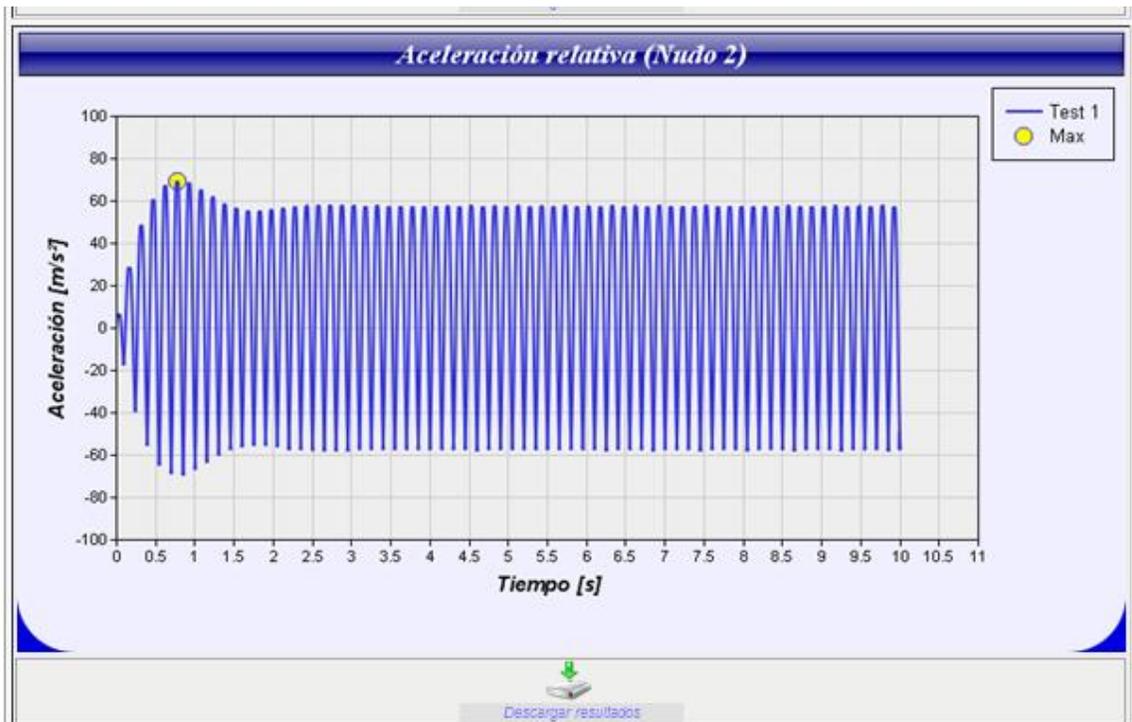




- La velocidad relativa para la masa 1 (nudo 2)

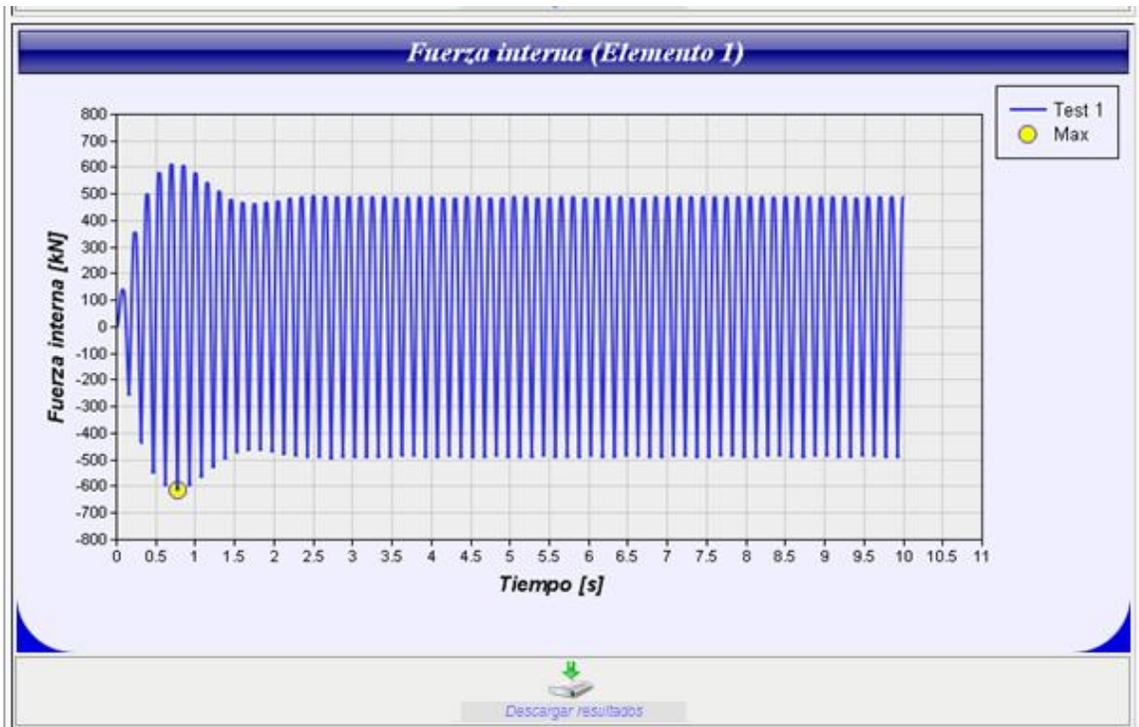


- La aceleración relativa para la masa 1 (nudo 2)

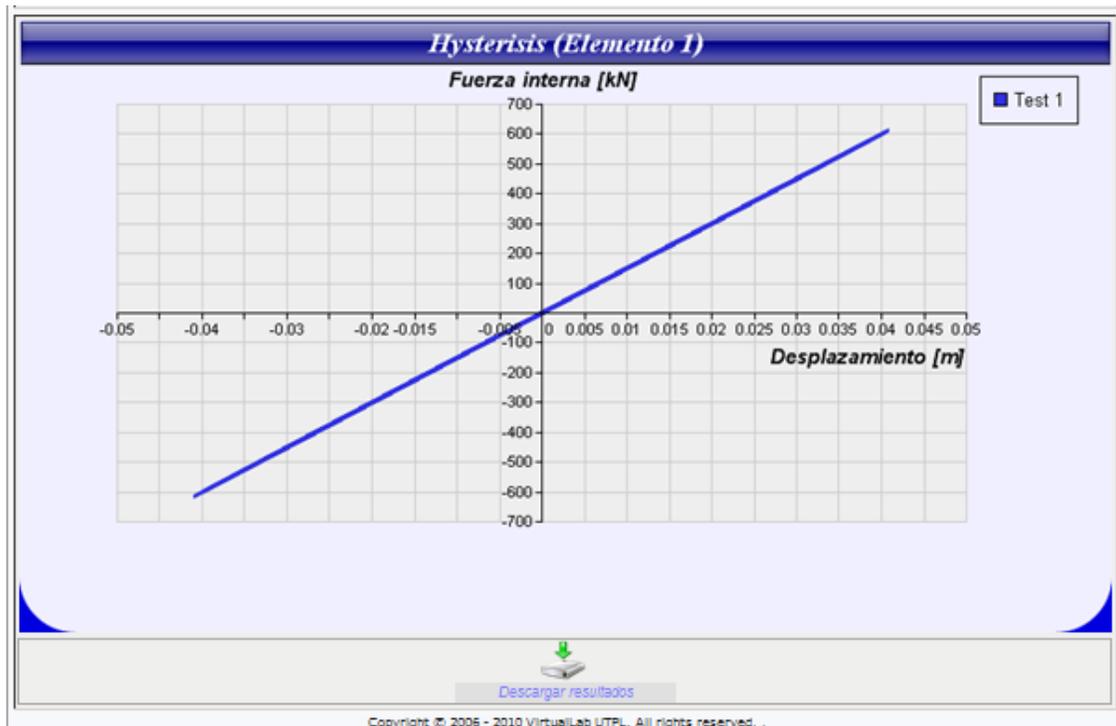




- La fuerza interna generada en el elemento



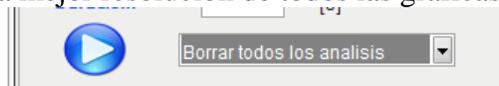
- Finalmente la grafica de comportamiento del elemento



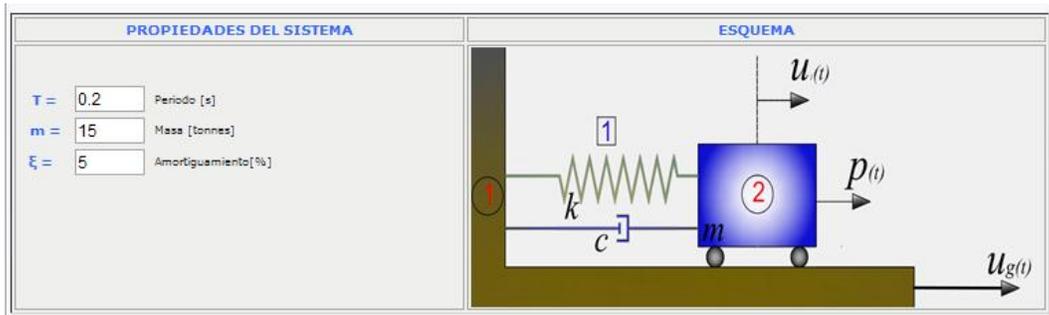
Ejercicio 3.5.2.- Para la torre del ejercicio 3.5.1, consideremos ahora que posee un periodo natural de vibración 0.2 s , una masa de 15 tonne ($1\text{ tonne} = 1000\text{ kg}$) y un amortiguamiento de 5% . Pero en este caso a dicha estructura se la someterá a un registro de aceleraciones o acelerograma. Considerar un tiempo de análisis de 20 s , pero el tiempo de excitación solo de 10 s . Además un paso o incremento de tiempo del acelerograma de 0.01 s . También se considera un factor de aceleración de 9.81 m/s^2 . Ahora consideremos que la estructura posee un material con un comportamiento no-lineal, y para ello tomemos un valor fuerza de fluencia $F_y = 100\text{ kN}$ un coeficiente de post-fluencia $r = 0.02$.

Solución:

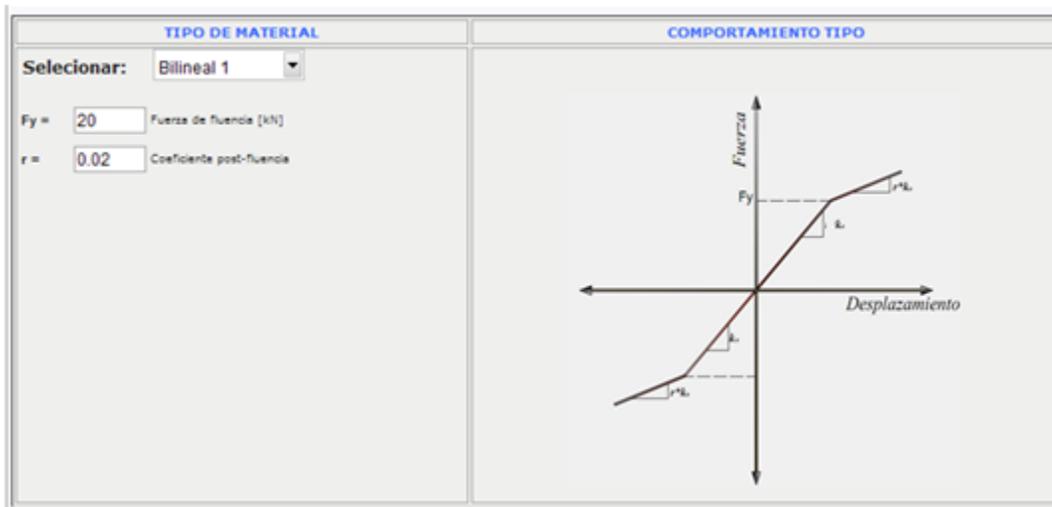
Antes de proceder a volver a utilizar la herramienta se ha escogido la opción borrar todos los análisis. Para tener una mejor resolución de todos las graficas.



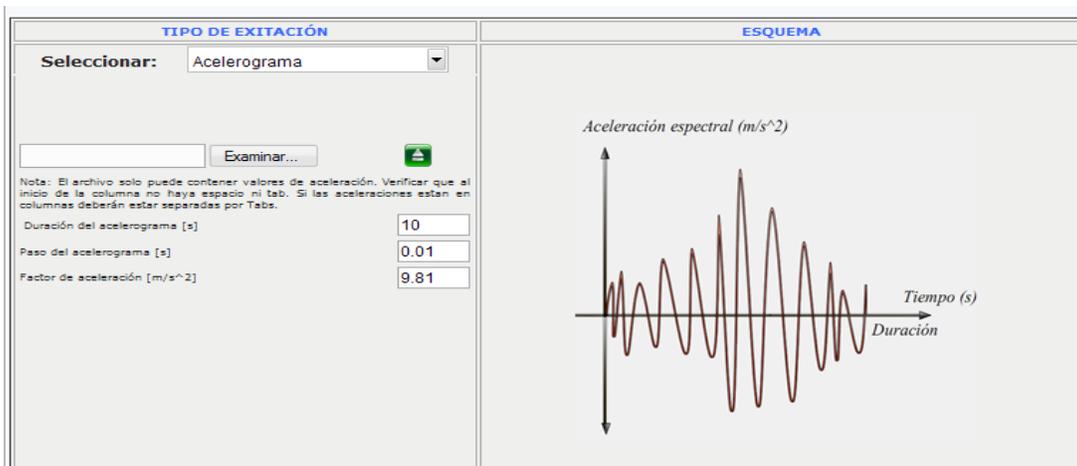
Al igual que el ejercicio anterior debemos primero ingresar las propiedades del sistema:



Se selecciona el tipo de material, en este caso se escoge el material Bilineal 1 que posee un comportamiento no-lineal.

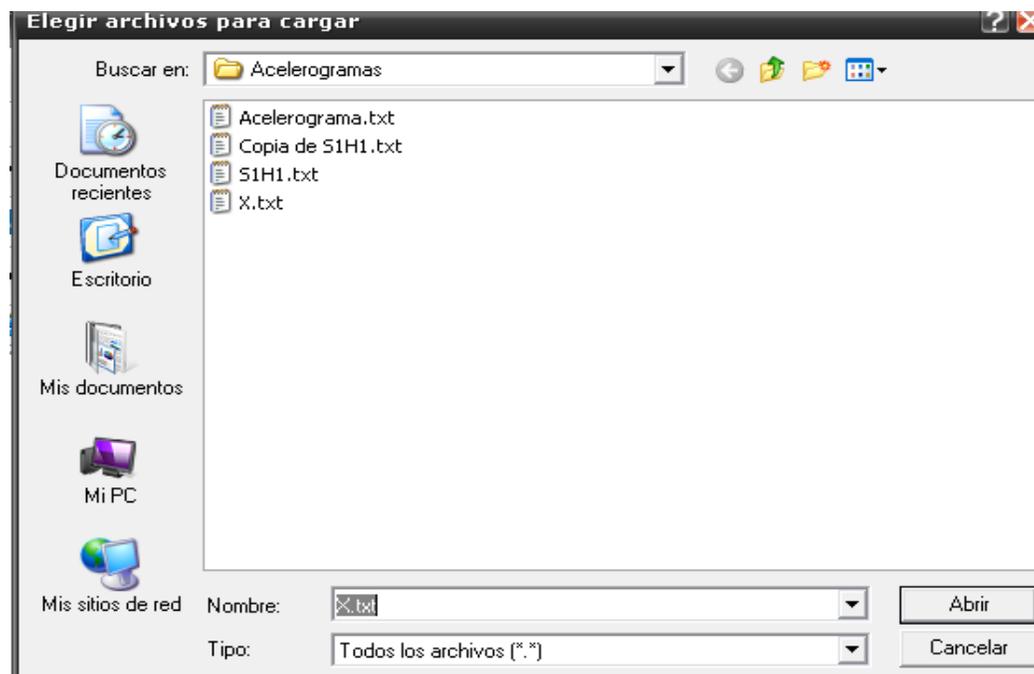
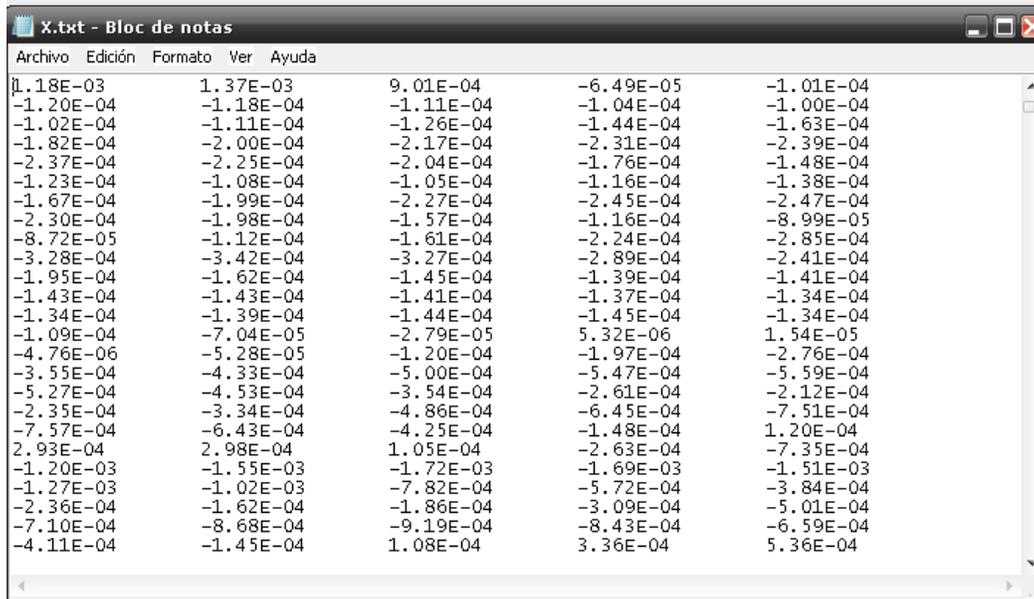


Ahora se escoge en tipo de excitación la opción acelerograma. Y antes de cargar algún archivo debemos ingresar la duración, el paso y el factor de aceleración. Si el acelerograma no posee el número suficiente de datos, aumenta el paso o incremento de tiempo.





Ahora examinamos el registro de aceleraciones en el computador. Recuerde que este debe ser un archivo de formato .txt. Y que los datos deben estar dispuestos como indicó anteriormente.



Una vez que se que se encontrado la ubicación del acelerograma, procedemos a cargarlo. Si el formato de dos y de archivo es el correcto tendremos el mensaje de que el archivo ha sido cargado correctamente. En caso contrario se presenta un error.



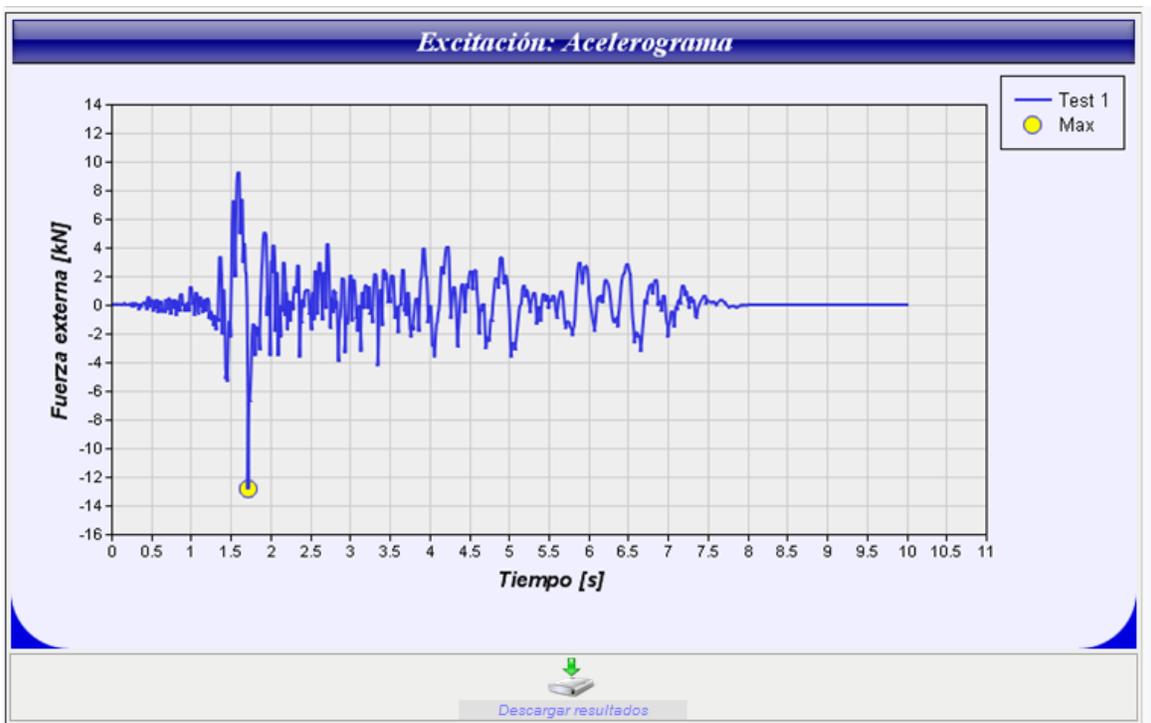
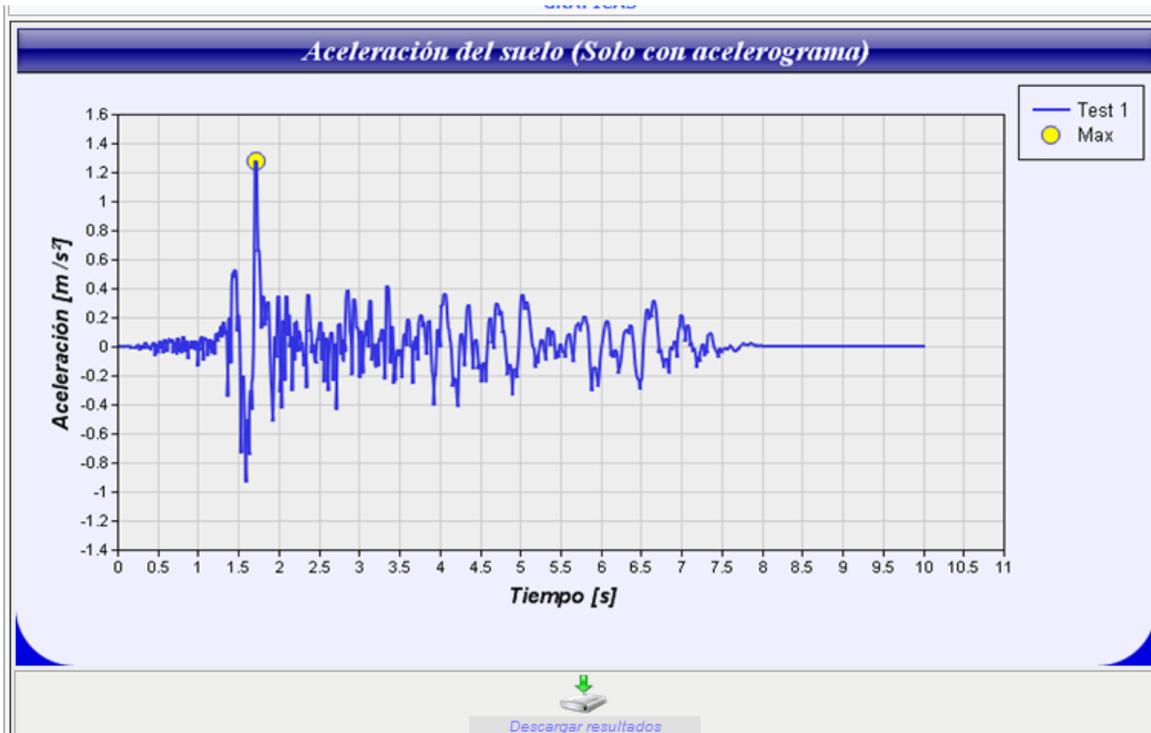
TIPO DE EXITACIÓN	ESQUEMA
<p>Seleccionar: <input type="text" value="Acelerograma"/></p> <p><input type="text"/> <input type="button" value="Examinar..."/> </p> <p><small>Nota: El archivo solo puede contener valores de aceleración. Verificar que al inicio de la columna no haya espacio ni tab. Si las aceleraciones están en columnas deberán estar separadas por Tabs.</small></p> <p>Duración del acelerograma [s] <input type="text" value="10"/></p> <p>Paso del acelerograma [s] <input type="text" value="0.01"/></p> <p>Factor de aceleración [m/s²] <input type="text" value="9.81"/></p> <p>LISTO: <input type="checkbox"/> El archivo se cargó correctamente!</p>	<p>Aceleración espectral (m/s²)</p> <p>Tiempo (s) Duración</p>

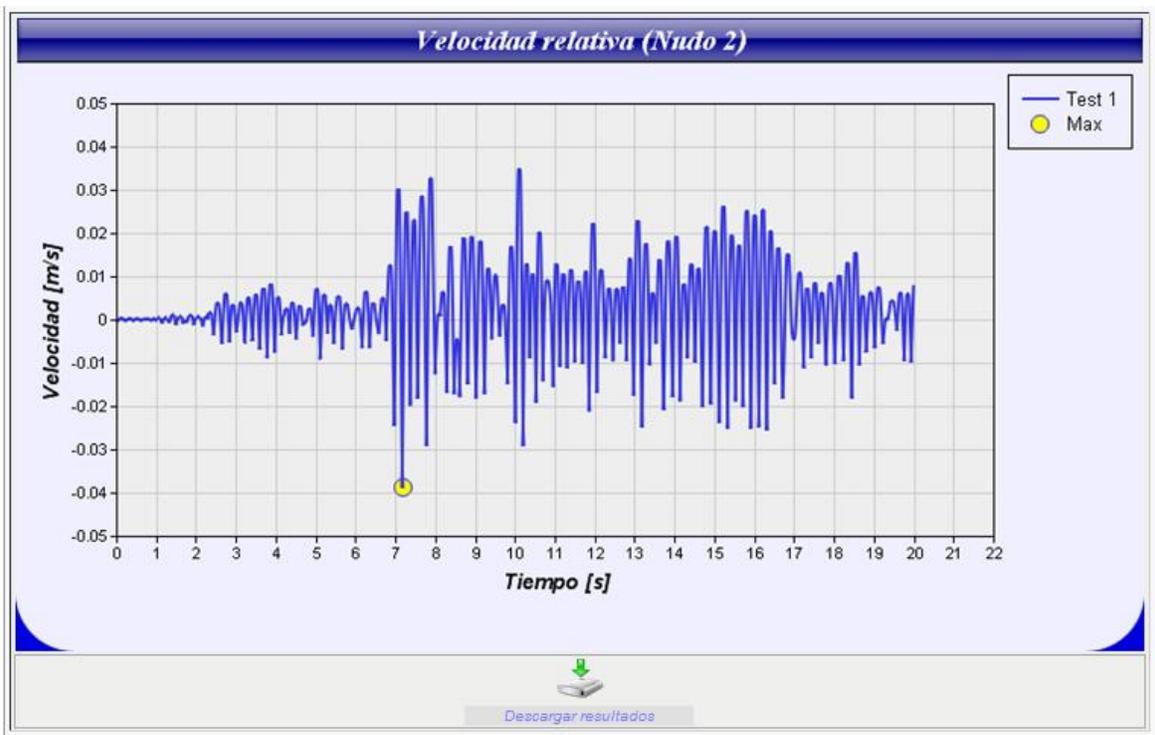
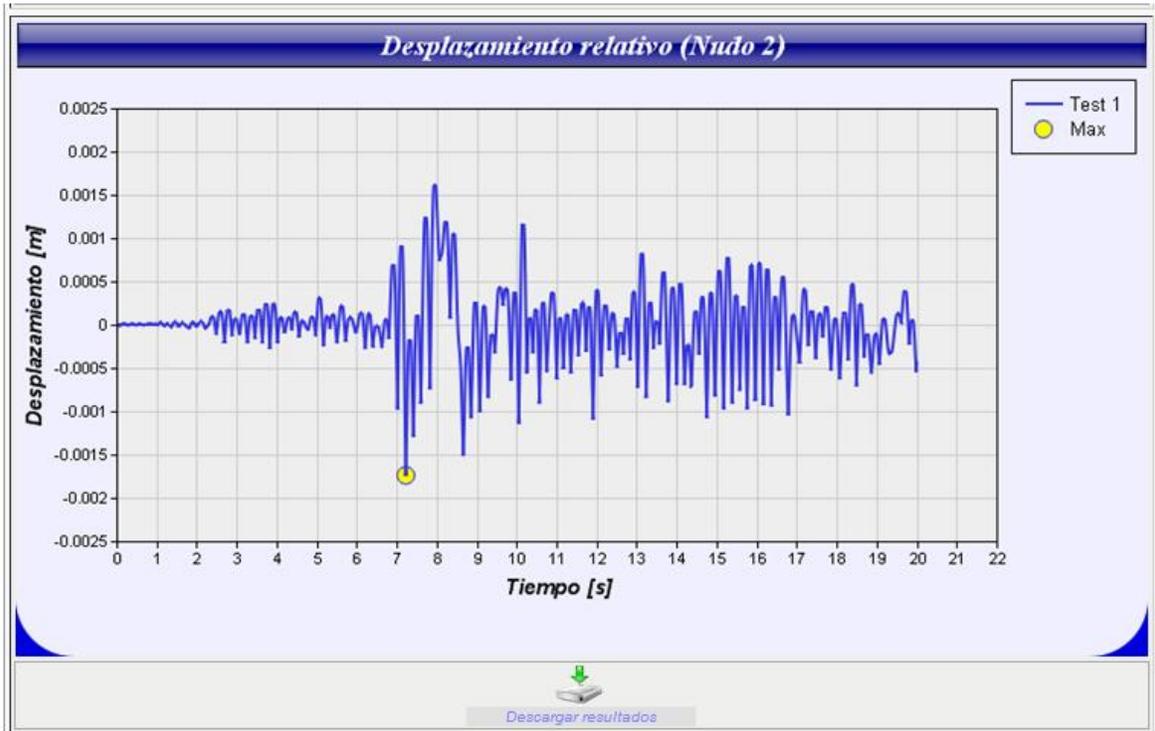
Ahora se ingresa la duración del análisis para este caso de 20 s, y luego se ejecuta el análisis.

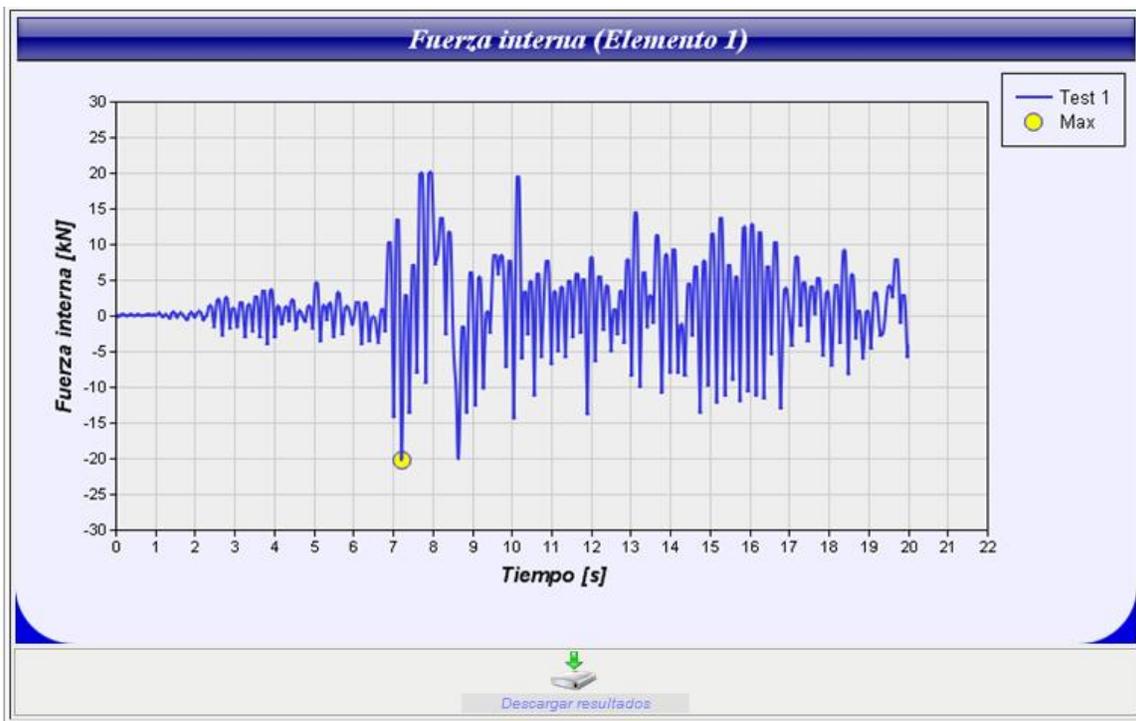
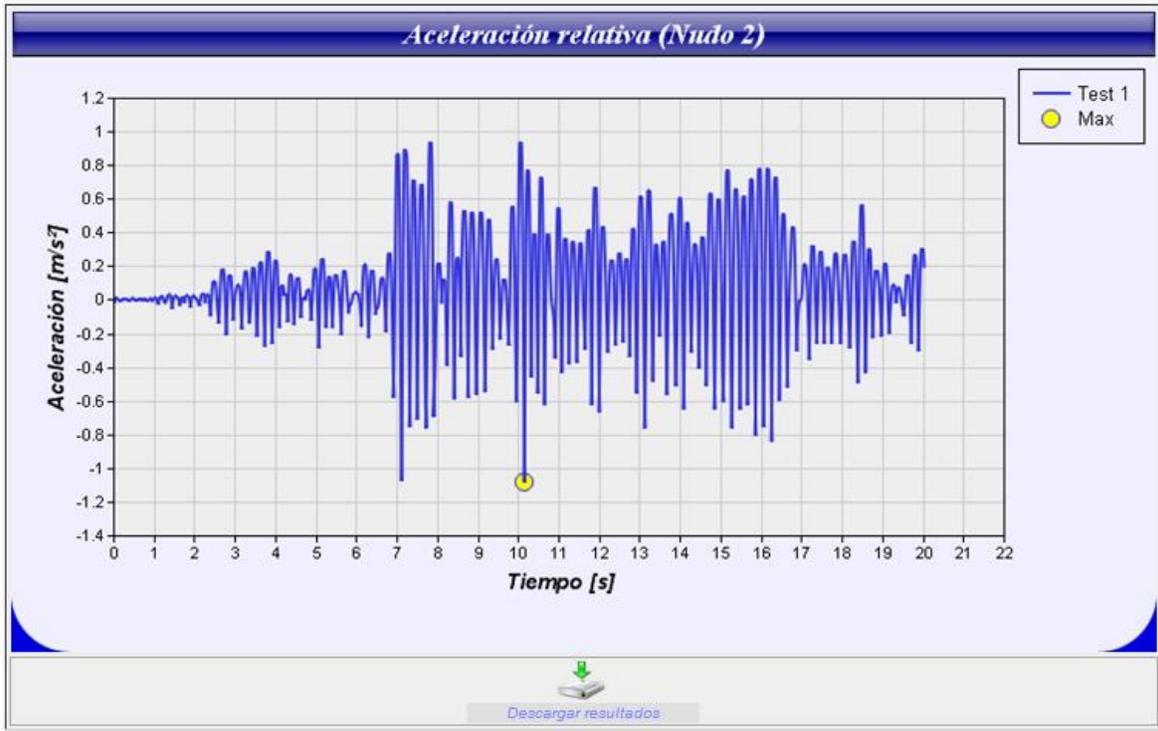
ANÁLISIS	RESPUESTA MÁXIMA
<p><input type="button" value="Cargar ejemplo"/> </p> <p>Duración: <input type="text" value="20"/> [s]</p> <p> <input type="text" value="Analizar"/></p>	<p>Nudo 2</p> <p>$u_{max} = 0.0017$ m (7.21 s) Desplazamiento</p> <p>$\dot{u}_{max} = 0.0386$ m/s (7.16 s) Velocidad</p> <p>$\ddot{u}_{max} = 1.0836$ m/s² (10.14 s) Aceleración</p> <p>Elemento 1</p> <p>$F_{max} = 20.1111$ kN (7.21 s) Fuerza interna</p> <p> <input type="button" value="Descargar resultados"/></p>

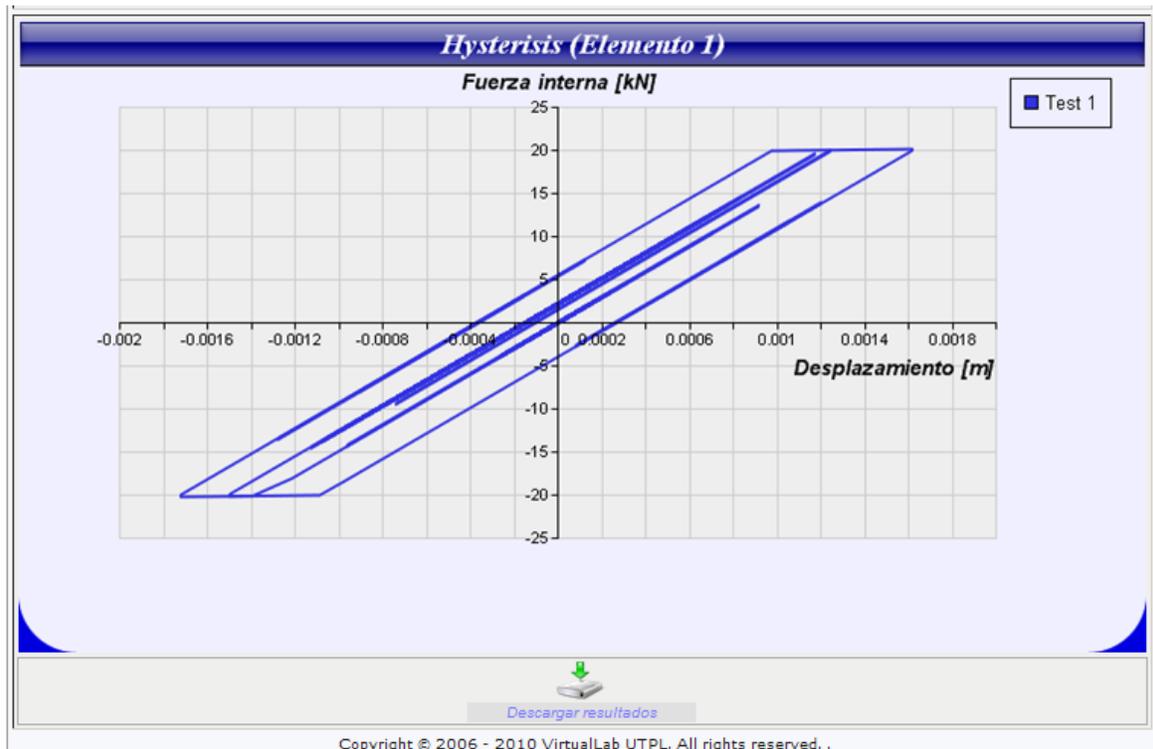
Ahora en este caso si aparecerán todas las graficas. Pero para la grafica de aceleración del suelo. Aparecerá como el primer test, lo cual pretende dar entender que es el primer test con acelerograma.

De esta manera tenemos las siguientes gráficas:









3.6 VERIFICACIÓN DE LA HERRAMIENTA

Ahora se somete a la herramienta a un chequeo, para ello se ha utilizado el software **NONLIN** ⁽¹⁰⁾ y también se lo ha verificado **manualmente** utilizando el método de Newmark al igual que lo hace OpenSees. Se ha utilizado el **ejercicio 3.5.1** a continuación se muestra en una tabla los resultados obtenidos.

Tabla 3.6.1 Comparación de resultados SDOF-Dynamics

RESPUESTA MÁXIMA					UTILIZANDO
Fuerza externa (kN)	Desplazamiento (m)	Velocidad (m/s)	Aceleración (m/s ²)	Fuerza interna (kN)	
100.00000	0.04152	1.71425	70.23268	623.11061	Manualmente
100.00000	0.04090	1.68358	69.53530	613.76200	SDOF-Dynamics
100.00000	0.04140	1.70100	69.99560	624.37860	NON-LIN

Como se ha mostrado en la Tabla 3.6.1, los resultados tienden a ser muy parecidos. Por ello se puede decir que la herramienta está funcionando correctamente. Y no solamente ha sido sometida a este ejercicio, sino que también se ha vuelto a modelar la herramienta en el software SAP2000 ⁽¹¹⁾. Para este ejercicio se obtuvo un desplazamiento de 0.04091 m. Recordar que para el análisis, SDOF-Dynamics utiliza el software OpenSees que el modelado de la estructura se utiliza el método de Newmark a lo igual que en SAP2000. Obviamente que estas software permiten escoger otros métodos de análisis.

CAPITULO IV



4. MANUAL DE LAS HERRAMIENTAS DE DOS GRADOS DE LIBERTAD

4.1 INTRODUCCIÓN

Seguido a la implementación de la herramienta SDOF-Dynamics, se ha realizado la inserción de dos aplicaciones más. Estas aplicaciones se basan en el análisis de sistemas de dos grados de libertad. Las dos herramientas al igual que aquella de un grado de libertad utiliza el software OpenSees, para realizar la parte analítica. Obviamente también se utilizó páginas asp.net para el procesamiento de datos. Las nuevas herramientas se denominan **2DOF-Dynamics** y **2S-Porch**, de las cuales se desarrollará un manual para cada herramienta más adelante.

Al hablar de sistemas de dos grados de libertad nos estamos refiriendo ya a la utilización de conceptos de sistemas de múltiples grados de libertad. Por eso se ha creído conveniente hacer un breve recuento de ciertos conceptos que ayudarán a una mejor comprensión del uso que se les puede dar a las herramientas.

4.2 SISTEMA SIMPLE: PÓRTICO DE DOS PISOS

Se formula la ecuación de movimiento más simple posible que corresponde a un sistema de múltiples grados de libertad (**MDOF**) se ha idealizado un pórtico de dos pisos sujeto a fuerzas externas $p_1(t)$ y $p_2(t)$. En este sistema las vigas y pisos son rígidos (rigidez infinita) a flexión, y varios factores son ignorados: la deformación axial de las vigas y las columnas, además el efecto de la fuerza axial en la rigidez de las columnas. Esta idealización de un pórtico, aunque no es real, es conveniente para ilustrar el desarrollo de la ecuación de movimiento de un sistema de MDOF

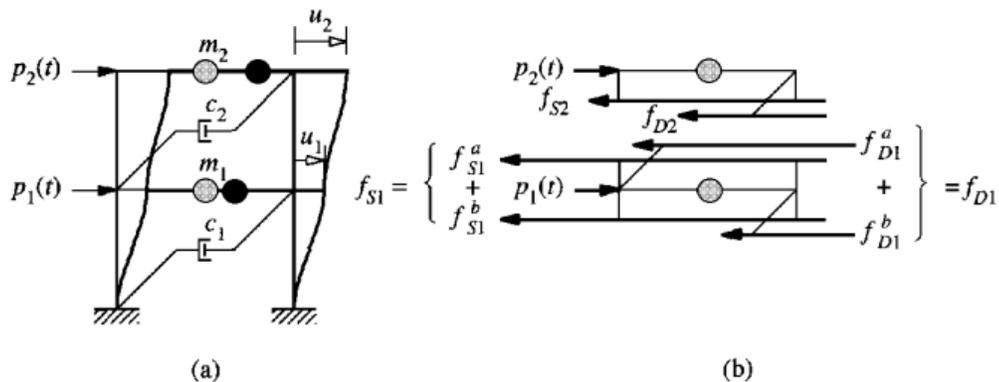


Fig.4.2.1 (a) Pórtico de dos pisos (b) Fuerzas que actúan en las dos masas



Estas masas están distribuidas en todo el pórtico, pero se las idealizará como si estuvieran concentradas en cada nivel. Esta suposición es generalmente para edificios de múltiples pisos porque la mayoría de la masa de los edificios esta efectivamente en los niveles de cada piso.

Justamente como en el caso de un sistema SDOF (Capítulo III), se asumirá que un mecanismo de amortiguamiento viscoso lineal representa la disipación de energía en una estructura. La disipación de energía está asociada con los movimientos deformacionales de cada piso, los amortiguadores viscosos pueden ser visualizados como se mostró.

El número de desplazamientos requerido para definir las posiciones de desplazamiento de todas las masas relativas a su posición de equilibrio original, es denominado como el número de grados de libertad (Capitulo II - Sec. 2.2). El pórtico de la Fig.4.2.1a, con las masas concentradas a nivel de cada piso, tiene dos grados de de libertad **2DOF**: los desplazamientos laterales u_1 y u_2 de los dos pisos en la dirección del eje x.

4.2.1 Usando la segunda ley de movimiento de Newton

Las fuerzas que están actuando en las masas m_j de cada piso se ven en la Fig. 4.2.1b. Esta incluye la fuerza externa $p_j(t)$, la fuerza resistiva f_{sj} elástica (o inelástica), y la fuerza de amortiguamiento f_{Dj} . La fuerza externa es tomada como positiva a lo largo de la dirección del eje x positivo. La fuerza elástica y de amortiguamiento como se mostró actúan en la dirección opuesta porque estas son las fuerzas internas que resisten los movimientos. La segunda ley de movimiento de Newton entonces dada para cada masa:

$$p_j - f_{sj} - f_{Dj} = m_j \ddot{u}_j \quad o \quad m_j \ddot{u}_j + f_{Dj} + f_{sj} = p_j \quad (4.2.1)$$

La ecuación (4.2.1) contiene dos ecuaciones para $j=1$ y 2 , y escritas también en forma de matriz:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f_{D1} \\ f_{D2} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f_{s1} \\ f_{s2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \end{Bmatrix} \quad (4.2.2)$$

La ecuación (4.2.2) puede ser rescrita como:

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{f}_D + \mathbf{f}_s = \mathbf{p}(t) \quad (4.2.3)$$

Introduciendo la siguiente notación:

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \quad \mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{f}_D = \begin{Bmatrix} f_{D1} \\ f_{D2} \end{Bmatrix} \quad \mathbf{f}_s = \begin{Bmatrix} f_{s1} \\ f_{s2} \end{Bmatrix} \quad \mathbf{p} = \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{Bmatrix}$$



Donde \mathbf{m} es la matriz de masas del pórtico de dos pisos.

Asumiendo un comportamiento lineal, las fuerzas resistivas elásticas \mathbf{f}_s están relacionadas a los desplazamientos de los pisos \mathbf{u} . Para este propósito se introduce la rigidez lateral k_j del j -ésimo piso; esto relaciona al cortante de piso V_j con la deformación del piso o deriva, $\Delta_j = u_j - u_{j-1}$, con la siguiente ecuación:

$$V_j = k_j \Delta_j \quad (4.2.4)$$

La rigidez de piso es la suma de las rigideces laterales de todas las columnas en el piso correspondiente. Para un piso de altura h y una columna con módulo de elasticidad E , y segundo momento de área I_c , la rigidez lateral de una columna con los extremos restringidos o empotrados implicadas por la idealización del pórtico, es $12EI_c/h^3$. Por ello la rigidez de piso es:

$$k_j = \sum_{\text{columnas}} \frac{12EI_c}{h^3} \quad (4.2.5)$$

Con las rigideces de piso definidas, se puede relacionar las fuerzas resistivas elásticas f_{s1} y f_{s2} con los desplazamientos de piso, u_1 y u_2 . La fuerza f_{s1} en el primer piso está conformada por dos contribuciones: f_{s1}^a del piso que esta encima, y f_{s1}^b del piso que está debajo. De este modo:

$$f_{s1} = f_{s1}^b + f_{s1}^a$$

La cual después de sustituir en la ecuación (4.2.4) y notar que $\Delta_1 = u_1$ y $\Delta_2 = u_2 - u_1$, se llega a:

$$f_{s1} = k_1 u_1 + k_2 (u_1 - u_2) \quad (4.2.6a)$$

La fuerza f_{s2} en el segundo piso es:

$$f_{s2} = k_2 (u_2 - u_1) \quad (4.2.6b)$$

Se observa que f_{s1}^a y f_{s2} es igual en magnitud y en dirección opuesta porque las dos representan el cortante en el segundo piso. En forma matricial las ecuaciones (4.2.6a) y (4.2.6b) son:

$$\begin{Bmatrix} f_{s1} \\ f_{s2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \quad \text{ó} \quad \mathbf{f}_s = \mathbf{ku} \quad (4.2.7)$$



Así el vector de fuerza elástica resistiva \mathbf{f}_S y el vector de desplazamiento \mathbf{u} está relacionado a través de la *matriz de rigidez* \mathbf{k} para el pórtico de dos pisos.

Las fuerzas de amortiguamiento f_{D1} y f_{D2} , están relacionadas con las velocidades \dot{u}_1 y \dot{u}_2 de los pisos. El coeficiente de amortiguamiento c_j del j-ésimo piso relaciona al cortante de piso V_j debido a los efectos de amortiguamiento en la velocidad $\dot{\Delta}$ asociada con la deformación de piso por:

$$V_j = c_j \dot{\Delta}_j \quad (4.2.8)$$

De manera similar a la ecuación (4.2.6), se puede deducir

$$f_{D1} = c_1 \dot{u}_1 + c_2 (\dot{u}_1 - \dot{u}_2) \quad f_{D2} = c_2 (\dot{u}_2 - \dot{u}_1) \quad (4.2.9)$$

En forma matricial la ecuación (4.2.9) es

$$\begin{Bmatrix} f_{D1} \\ f_{D2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{Bmatrix} \quad \text{ó} \quad \mathbf{f}_D = \mathbf{c} \dot{\mathbf{u}} \quad (4.2.10)$$

El vector de fuerza f_D de amortiguamiento resistivo y el vector de velocidad $\dot{\mathbf{u}}$ están relacionados a través de la *matriz de amortiguamiento* \mathbf{c} para el pórtico de dos pisos.

Ahora sustituyendo las ecuaciones (4.2.7) y (4.2.10) en (4.2.3) se obtiene,

$$\mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k} \mathbf{u} = \mathbf{p}(t) \quad (4.2.11)$$

La ecuación matricial representa dos ecuaciones diferenciales ordinarias que gobiernan los desplazamientos $u_1(t)$ y $u_2(t)$ del marco de dos pisos sujeto a fuerzas dinámicas externas $p_1(t)$ y $p_2(t)$. Cada ecuación contiene dos incógnitas u_1 y u_2 . Las dos ecuaciones están por lo tanto unidas en esa forma presentada, deben ser resueltas simultáneamente.

4.2.2 Equilibrio dinámico

De acuerdo al principio de D'Alembert, con las fuerzas de inercia incluidas, un sistema dinámico está en equilibrio en cada instante de tiempo. Para las dos masas en el sistema de la Fig.4.2.1a y Fig.4.2.2 vistas en su diagrama de cuerpo libre, incluyendo las fuerzas de inercia. Cada fuerza de inercia es igual al producto de las masas por la aceleración en su respectivo tiempo y actuando en dirección opuesta de la aceleración. De los diagramas de cuerpo libre la condición de equilibrio dinámico también está dada por la ecuación (4.2.11).

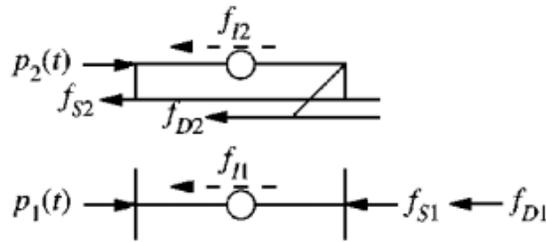


Fig.4.2.2 Diagramas de cuerpo libre

Las deducciones mostradas anteriormente fueron interpretadas del libro ref. ⁽⁸⁾ Capitulo 9 Pág. 313-316. Cabe recalcar que el libro trata más a detalle el desarrollo de un sinnúmero de conceptos.

4.3 RAYLEIGH DAMPING

Considerando primeramente el amortiguamiento proporcional a la masa y el amortiguamiento proporcional a la rigidez:

$$c = a_0 \mathbf{m} \text{ y } c = a_1 \mathbf{k} \tag{4.3.1}$$

$$C = \Phi^T c \Phi \tag{4.3.2}$$

Los modos naturales corresponden a las frecuencias naturales y pueden ser mostrados para satisfacer las siguientes condiciones de de ortogonalidad. Cuando $\omega_n \neq \omega_r$,

$$\phi_n^T k \phi_r = 0 \quad \phi_n^T m \phi_r = 0 \tag{4.3.3}$$

Donde las constantes a_0 y a_1 tienen unidades de seg.^{-1} y seg. , respectivamente. Para las dos matrices de amortiguamiento C de la ecuación (4.3.2) es diagonal en virtud de las propiedades de ortogonalidad de la ecuación (4.3.3), por lo tanto estas son las matrices clásicas de amortiguamiento. Físicamente estas representan el modelo de amortiguamiento mostrado en la Fig. 4.3.1 para un pórtico de múltiples pisos. El amortiguamiento proporcional a la rigidez es deducido intuitivamente ya que este puede ser interpretado como un modelo de disipación de energía que surge de las deformaciones de piso, en contraste al amortiguamiento proporcional a la masa. Esto es difícil de justificar físicamente porque el amortiguador de aire de este puede ser interpretado que para el modelo es insignificamente pequeño para la mayoría de las estructuras.

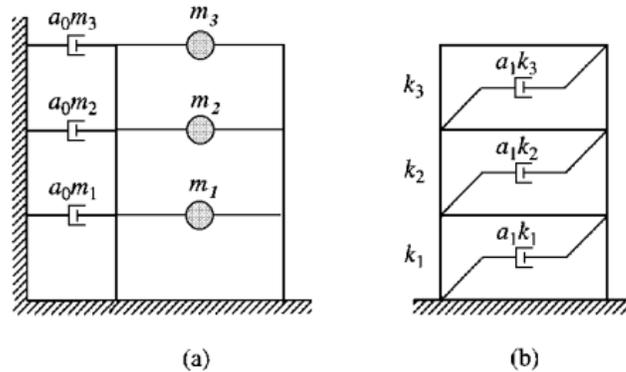


Fig.4.3.1 (a) Amortiguamiento proporcional a la masa; (b) amortiguamiento proporcional a la rigidez

Luego se verá que, por ello mismo, ninguno de los dos modelos de amortiguamiento es apropiado para la aplicación práctica.

$$C_n = \phi_n^T c \phi_n \tag{4.3.4}$$

Relacionando ahora las ecuaciones de amortiguamiento modal para un sistema con amortiguamiento proporcional a la masa con el coeficiente a_0 . El amortiguamiento generalizado para el n -ésimo modo, ecuación (4.3.4), es

$$C_n = a_0 M_n \tag{4.3.5}$$

y la relación de amortiguamiento modal, es

$$\zeta_n = \frac{a_0}{2} \frac{1}{\omega_n} \tag{4.3.6}$$

La relación de amortiguamiento es inversamente proporcional a la frecuencia natural (4.3.1a). El coeficiente a_0 puede ser seleccionado para obtener un valor específico de relación de amortiguamiento ζ , de algún modo, es decir ζ_i para el i -ésimo modo. Luego la ecuación (4.3.6) está dada por

$$a_0 = 2\zeta_i \omega_i \tag{4.3.7}$$

Con a_0 determinado, la matriz de amortiguamiento c es encontrada de la ecuación (4.3.1a), y la relación de amortiguamiento en algún otro modo, es decir en el n -ésimo modo, es dada por la ecuación (4.3.6).

Igualmente, las relaciones de amortiguamiento modal para un sistema con amortiguamiento proporcional a la rigidez pueden ser relacionadas con el coeficiente a_1 . En este caso

$$C_n = a_1 \omega_n M_n \text{ y } \zeta_n = \frac{a_1}{2} \omega_n \tag{4.3.8}$$

En donde es usada la siguiente ecuación:



$$k\phi_n = \omega_n^2 m\phi_n \quad (4.3.9)$$

La relación de amortiguamiento se incrementa linealmente con la frecuencia natural (Fig. 4.3.1a). El coeficiente a_1 puede ser seleccionado para obtener un valor específico de relación de amortiguamiento en algún modo, es decir ζ_j para el j -ésimo modo. Luego la ecuación (4.3.8b) está dada por

$$a_1 = \frac{2\zeta_j}{\omega_j} \quad (4.3.10)$$

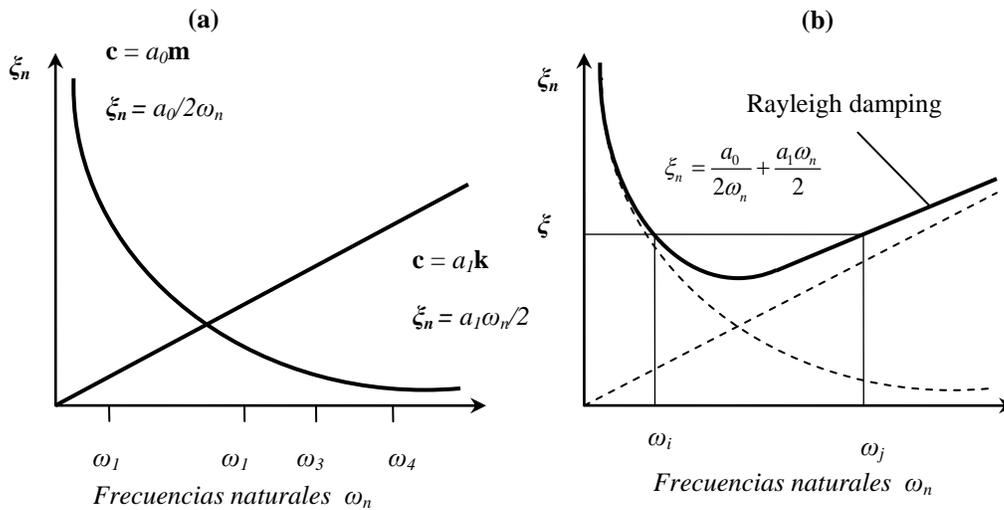


Fig.4.3.2 Variación de la relación de amortiguamiento modal con la frecuencia natural: (a) Amortiguamiento proporcional a la masa y amortiguamiento proporcional a la rigidez (b) Rayleigh Damping

Con a_1 determinado, la matriz de amortiguamiento es encontrada de la ecuación (4.3.1b), y la relación de amortiguamiento en algún otro modo es dado por la ecuación (4.3.8b). Ninguna de las matrices de amortiguamiento definidas por la ecuación (4.3.1) son apropiadas para el análisis práctico de sistemas de MDOF. Las variaciones de la relación de amortiguamiento modal con la frecuencia natural presentadas en la Fig.4.3.2a no son consistentes con los datos experimentales que se indican a relaciones de amortiguamiento aproximadamente similares para varios modos de vibración de una estructura.

Como un primer paso hacia una matriz clásica de amortiguamiento consistente con datos experimentales, se considera el *Rayleigh Damping*:

$$\mathbf{c} = a_0 \mathbf{m} + a_1 \mathbf{k} \quad (4.3.11)$$



La relación de amortiguamiento para el n-ésimo modo para un sistema es:

$$\xi_n = \frac{a_0}{2} \frac{1}{\omega_n} + \frac{a_1}{2} \omega_n \quad (4.3.12)$$

Los coeficientes a_0 y a_1 pueden ser determinados de las relaciones de amortiguamiento especificadas ξ_i y ξ_j para los i -ésimos y j -ésimos modos, respectivamente. Expresando la ecuación (4.3.12) para estos dos modos en forma de matriz como

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/\omega_i & \omega_i \\ 1/\omega_j & \omega_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \xi_i \\ \xi_j \end{Bmatrix} \quad (4.3.13)$$

Estas dos ecuaciones algebraicas pueden ser resueltas para determinar los coeficientes a_0 y a_1 . Si el par de modos son asumidos para tener relaciones de amortiguamiento ξ similares, lo cual es razonable basado en datos experimentales, por lo tanto

$$a_0 = \xi \frac{2\omega_i\omega_j}{\omega_i + \omega_j} \quad a_1 = \xi \frac{2}{\omega_i + \omega_j} \quad (4.3.14)$$

La matriz de amortiguamiento es luego encontrada de la ecuación (4.3.11) y la relación de amortiguamiento para algún otro modo, está dada por la ecuación (4.3.12) que varia con la frecuencia natural como se mostró en la Fig.4.3.2b.

En el libro del cual fue traducido este método de amortiguamiento Anil K. Chopra ⁽⁸⁾ Rayleigh más conocido como Rayleigh Damping en la página 420, podemos encontrar un ejemplo. Y además más detallado lo indicado anteriormente.



4.4 MANUAL DE LA HERRAMIENTA 2DOF-DYNAMICS

Antes de empezar a utilizar esta herramienta es necesario que se haya leído el tutorial de la herramienta SDOF-Dynamics ⁽¹⁾. Y si no se lo hace aún se pide al lector que se moleste en leerlo. Ya que el presente tutorial esta complementado por aquel. Buscar en www.utpl.edu.ec/VLEE. Sección Simulación-Dinámica de estructuras.

4.4.1 Breve vistazo a la herramienta

Se trata de un sistema de dos grados de libertad, como se los muestra en los libros de dinámica de estructuras. Esta herramienta esta modelada con un elemento amortiguador, para la disipación de energía.

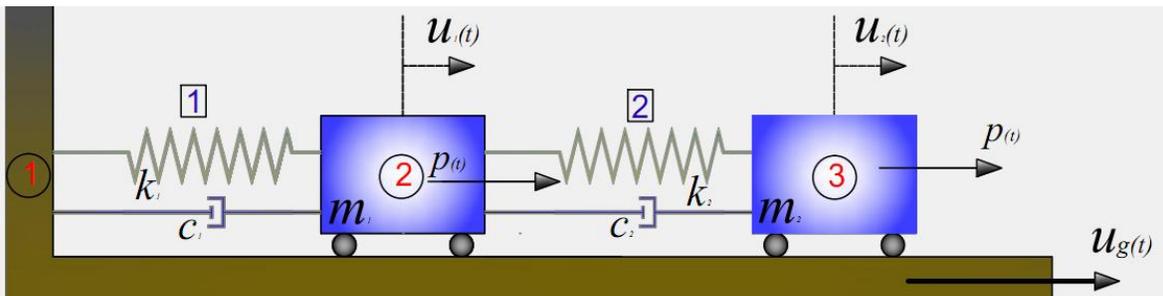


Fig.4.4.1 Esquema principal de la herramienta 2DOF-Dynamics

4.4.2 Ejercicios

Ejercicio 4.4.1.- Se pide encontrar el desplazamiento máximo de un sistema de dos grados de libertad, que posee 20 tonne (1 tonne = 1000 kg) de masa para cada grado libertad. También 1500 kN/m de rigidez para los elementos. Y se pide despreciar el amortiguamiento. Considerar un material elástico y una fuerza de excitación, dada por una función lineal donde el impulso es igual a 10 kN/s a un tiempo de 11 segundos. Analizar para 20 segundos de duración.



Solución

Haciendo uso de la herramienta 2DOF-Dynamics procedemos de la siguiente manera:

- Se ingresa las propiedades del sistema:

- Se escoge el tipo de material:

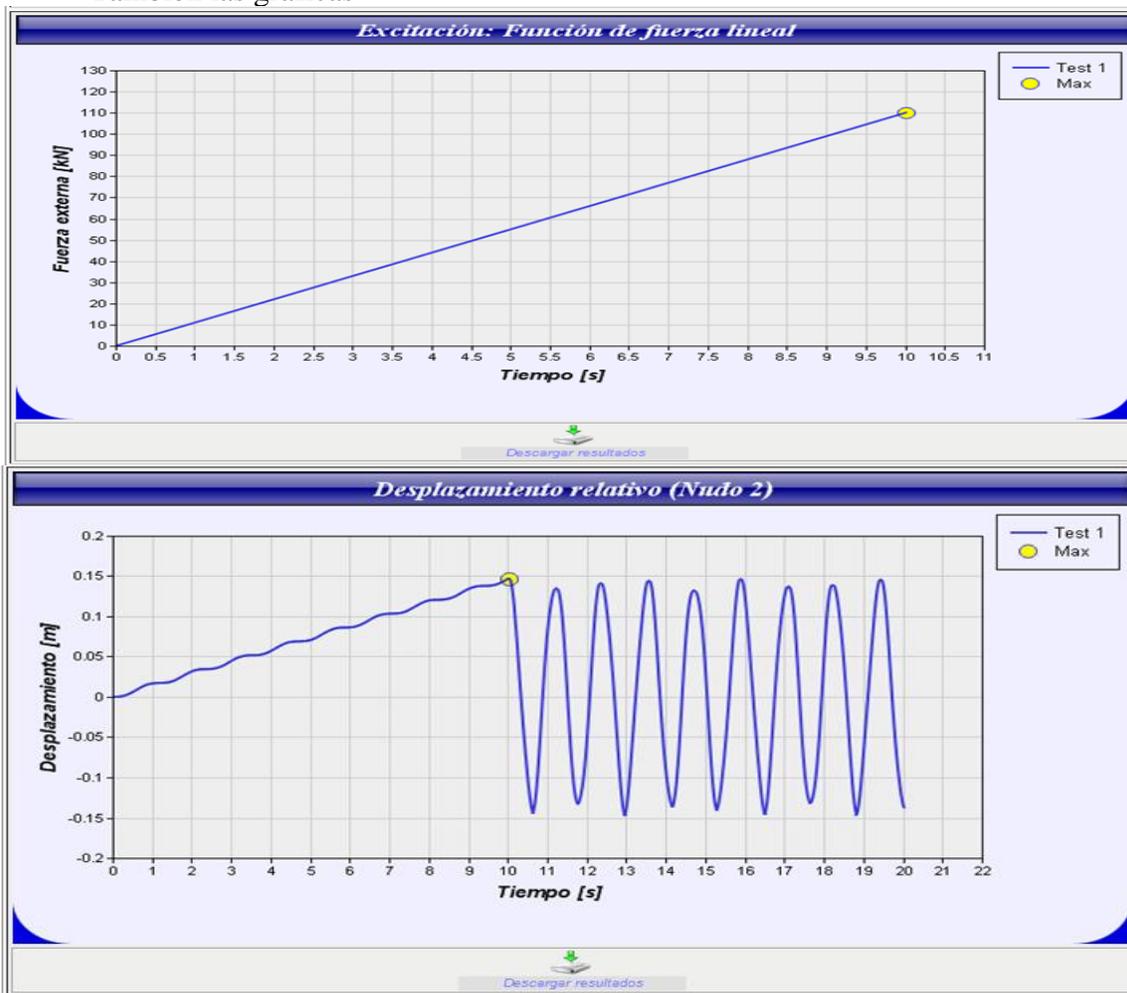
- Se escoge el tipo de excitación y se ingresa sus respectivos valores:
El impulso 11 kN/s a un tiempo de 10 segundos.

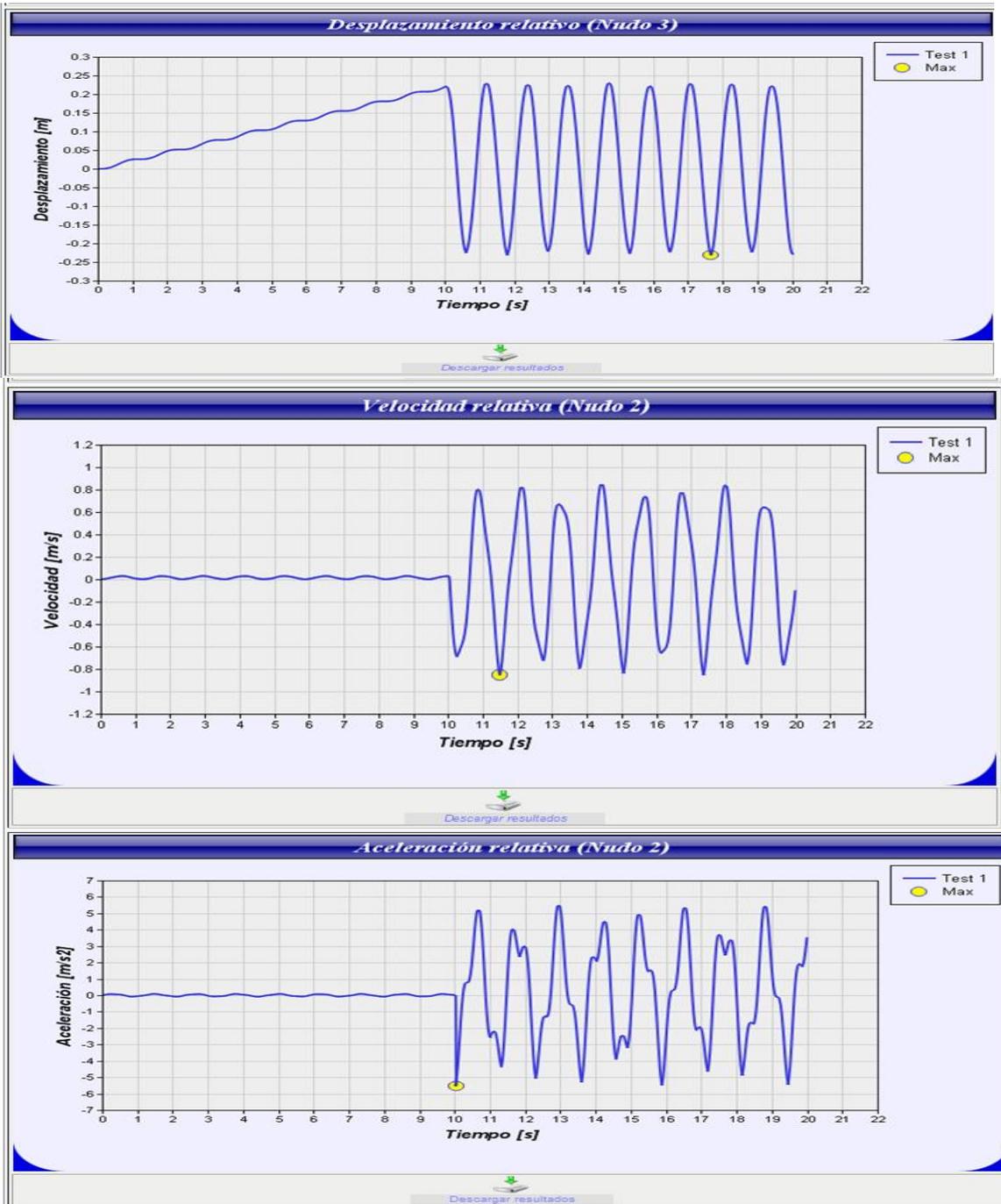


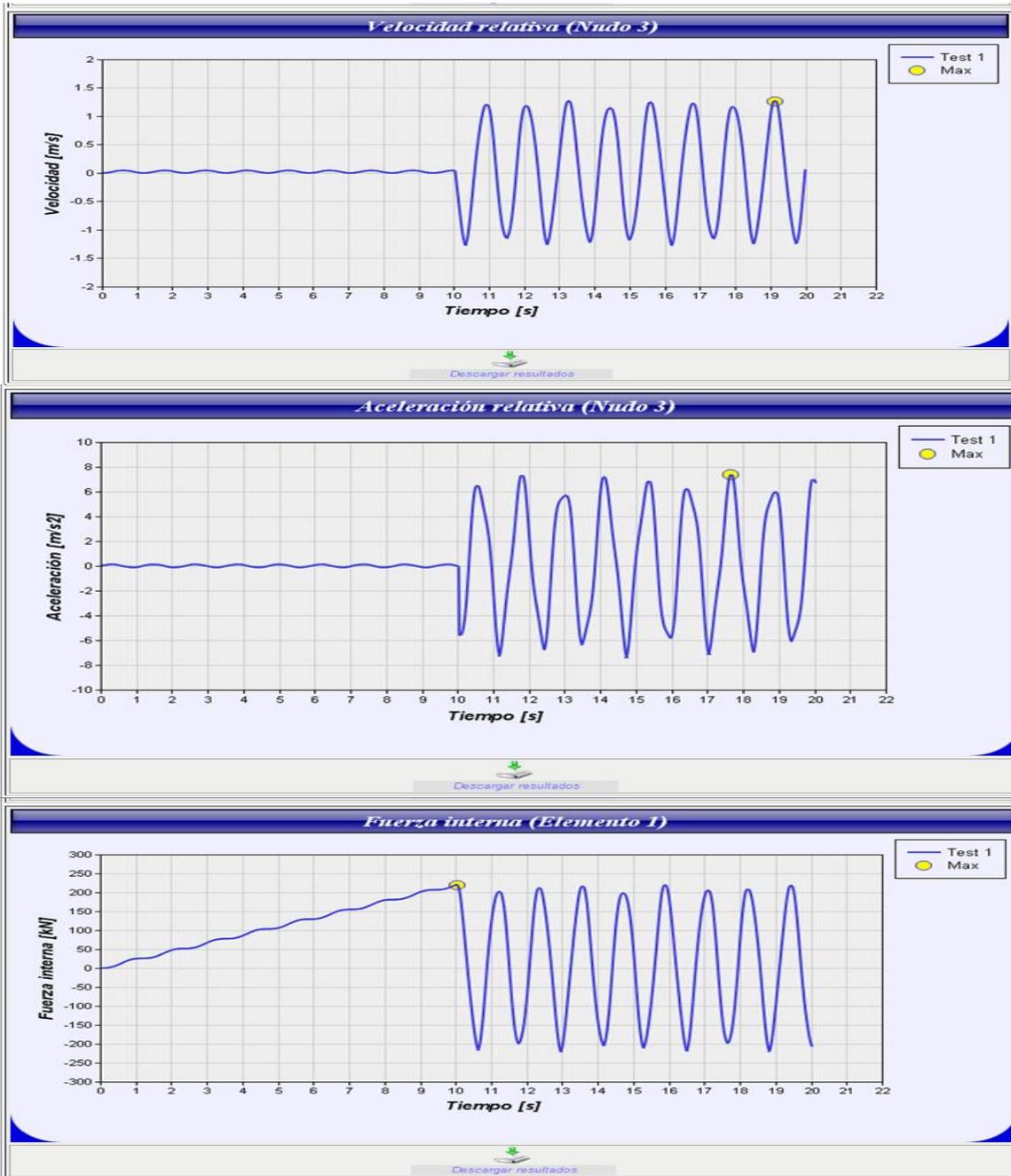
- Ingresamos el tiempo de análisis y procedemos a analizar. Inmediatamente obtenemos las respuestas máximas:

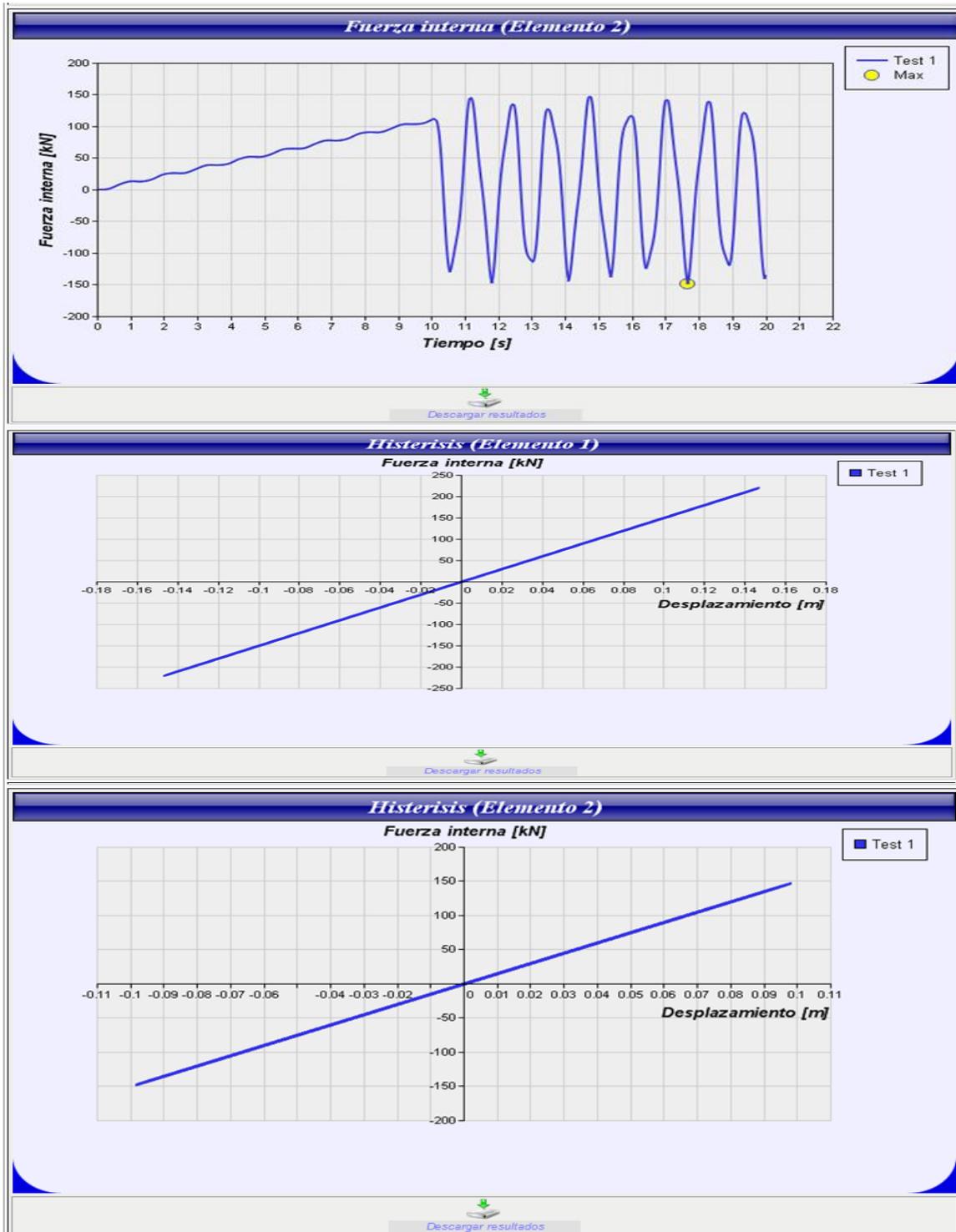
ANÁLISIS		RESPUESTA MÁXIMA				
Cargar ejemplo		Nudo 2		Nudo 3		
Duración: <input type="text" value="20"/> [s]		$u_{max} = 0.1469$ m (10.01 s)		0.2301 m (17.65 s)	Desplazamiento	
Analizar		$\dot{u}_{max} = 0.8519$ m/s (11.48 s)		1.2727 m/s (19.12 s)	Velocidad	
		$\ddot{u}_{max} = 5.4862$ m/s ² (10.01 s)		7.382 m/s ² (17.65 s)	Aceleración	
		Elemento 1		Elemento 2		
		$F_{max} = 220.403$ kN (10.01 s)		147.64 kN (17.65 s)	Fuerza interna	
		Elemento amortiguador 1		Elemento amortiguador 2		
		0 kN (0 s)		0 kN (0 s)		
		Descargar resultados				

- También las graficas









En este caso no se muestran las gráficas del amortiguador porque no se lo considera. A continuación se realiza un ejemplo donde si se lo considera.



Ejercicio 4.4.2.- Se pide encontrar el desplazamiento máximo de un sistema de dos grados de libertad, que posee 15 tonne y 10 respectivamente para cada grado libertad. También 10000 kN/m de rigidez para los elementos y una constante de amortiguamiento de 50 y 40 kN.s/m respectivamente. Considerar un material bilineal donde la fuerza de fluencia $F_y = 200$ kN y el coeficiente post-fluencia de 0.02 para los elementos. La excitación es dada por una función f trilineal donde la fuerza externa máxima es de 100 kN y los tiempos son 3, 5 y 10 segundos. Analizar para 20 segundos de duración.

Solución:

Utilizando la herramienta 2S-Porch:

LABORATORIO VIRTUAL DE INGENIERÍA SÍSMICA
2DOF-Dynamics
ANÁLISIS DE HISTORIA EN EL TIEMPO DE UN SISTEMA DE DOS GRADOS DE LIBERTAD

PROPIEDADES DEL SISTEMA

Nudo 2		Nudo 3		
m =	20	20	Masa [tonnes]	
k =	10000	10000	Rigidez [kN/m]	
c =	50	40	Coefficiente de amortiguamiento [kN*s/m]	

ESQUEMA

TIPO DE MATERIAL

Seleccionar: Bilineal 1

Elemento 1		Elemento 2		
Fy =	200	200	Fuerza de fluencia [kN]	
r =	0.02	0.02	Coefficiente post-fluencia	

COMPORTAMIENTO TIPO

TIPO DE EXCITACIÓN

Seleccionar: Función de fuerza trilineal

Pmax = 100 Carga máxima [kN]
t1 = 3 tiempo 1 [s]
t2 = 5 tiempo 2 [s]
t3 = 10 tiempo 3 [s]

ESQUEMA

ANÁLISIS

Cargar ejemplo

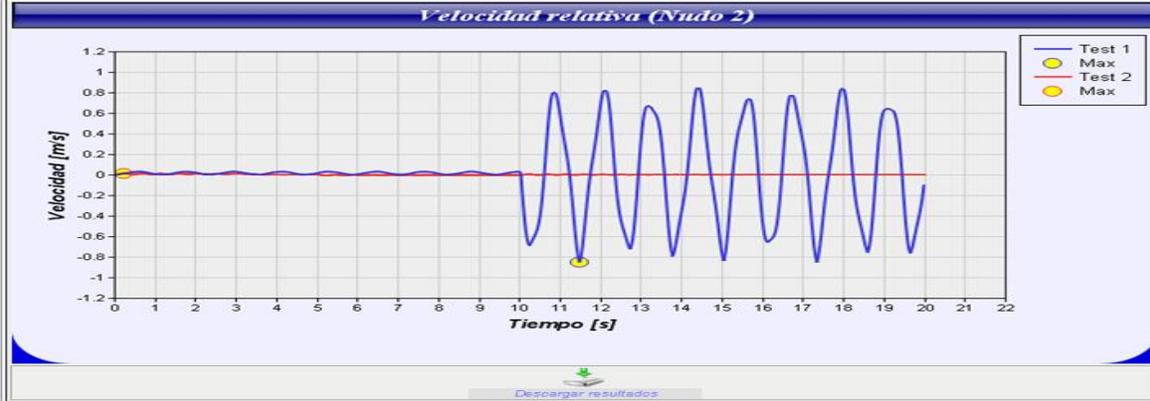
Duración: 20 [s]

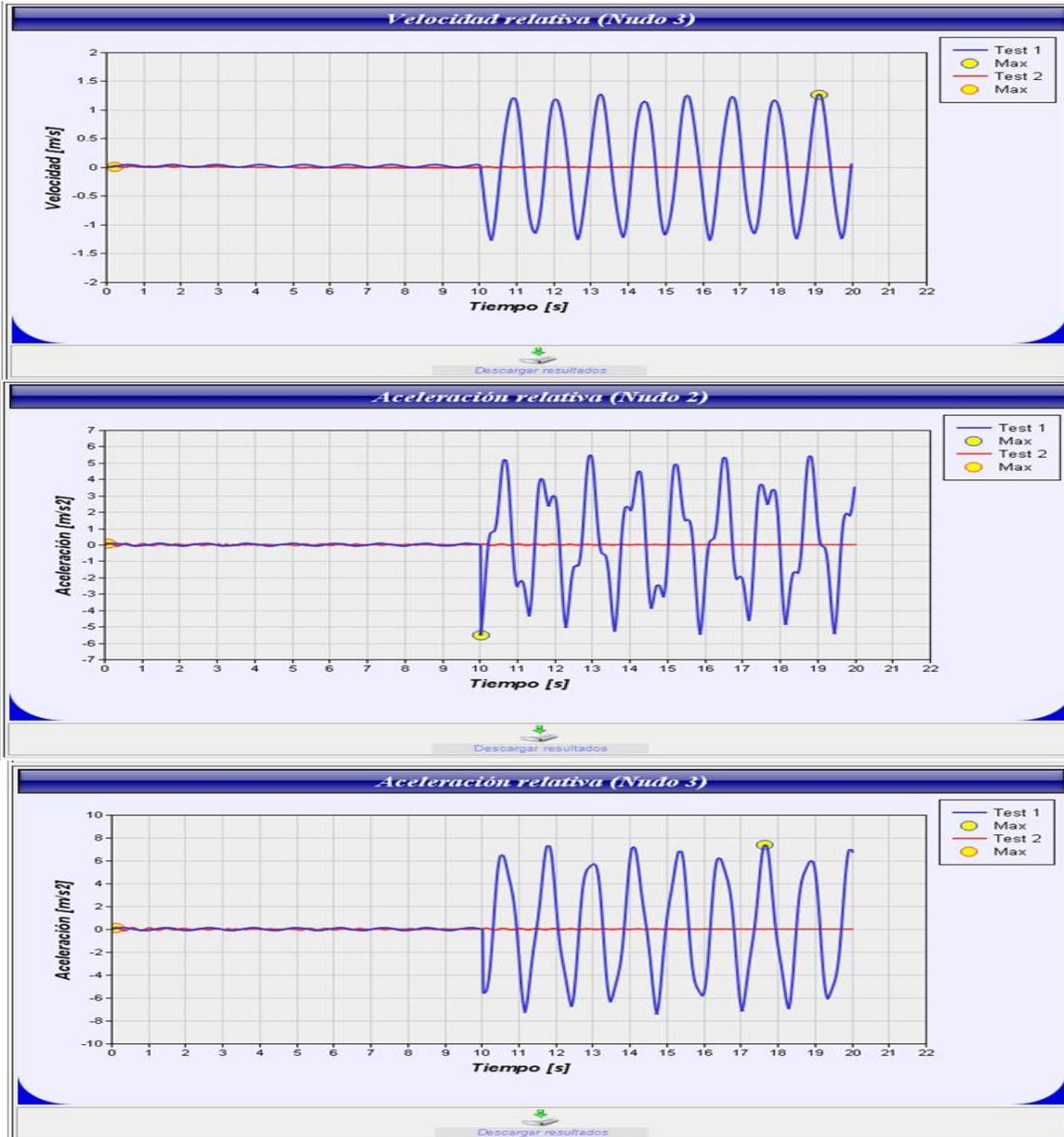
Analizar

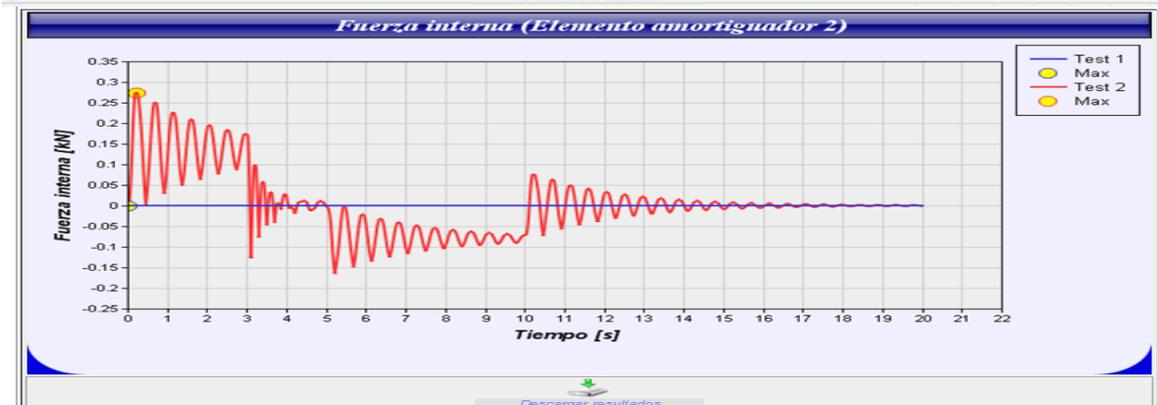
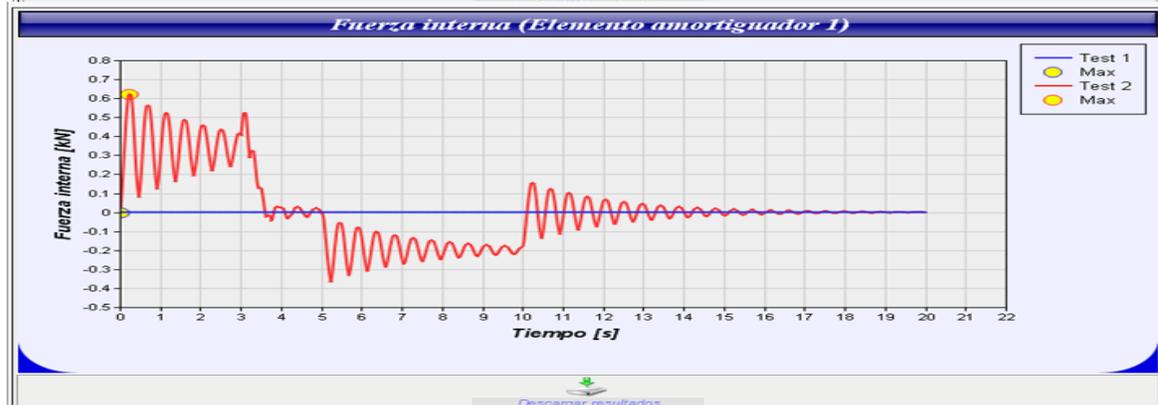
RESPUESTA MÁXIMA

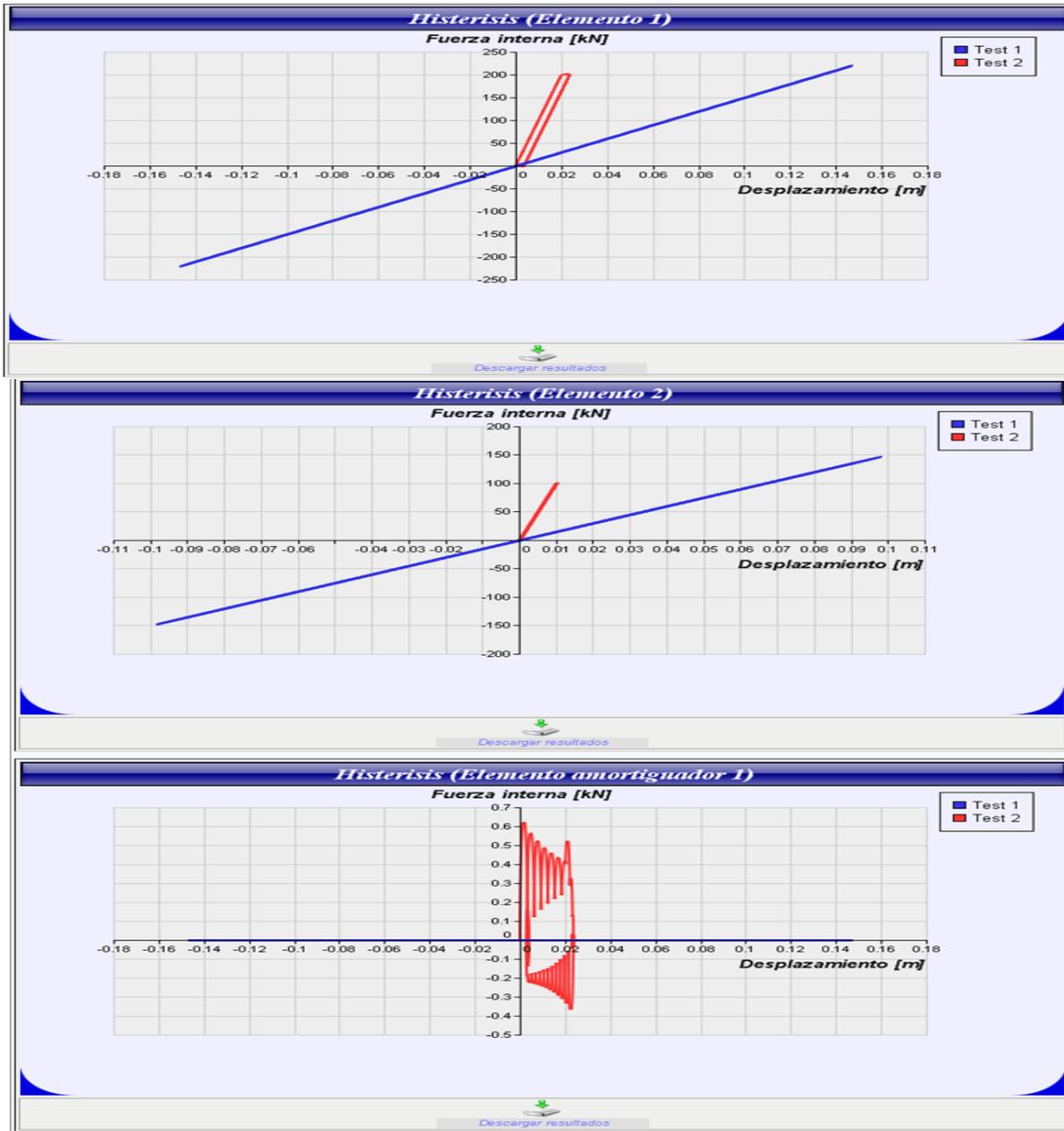
Nudo 2		Nudo 3		
u_{max} =	0.0231 m (3.58 s)	0.0332 m (3.62 s)	Desplazamiento	
\dot{u}_{max} =	0.0124 m/s (0.23 s)	0.0192 m/s (0.23 s)	Velocidad	
\ddot{u}_{max} =	0.0779 m/s ² (0.09 s)	0.139 m/s ² (0.12 s)	Aceleración	
F_{max} =	200.63 kN (3.57 s)	101.423 kN (3.05 s)	Fuerza interna	
	Elemento amortiguador 1	Elemento amortiguador 2		
	0.6217 kN (0.23 s)	0.275 kN (0.21 s)		

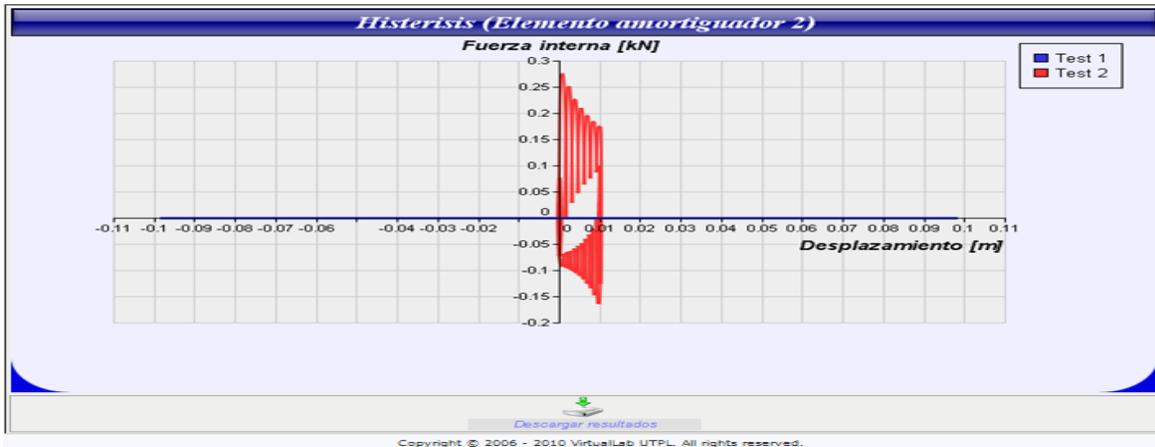
[Descargar resultados](#)











4.4.3 Verificación

Utilizando SAP2000 ⁽¹¹⁾ se ha modelado el ejercicio 4.4.1 A continuación los resultados:

Tabla 4.4.1 Cuadro comparativo de la herramienta 2DOF-Dynamics

DESPLAZAMIENTO MAXIMO (m)		
Nudo 2	Nudo 3	UTILIZANDO
0.1485	0.2230	2DOF-Dynamic
0.1469	0.2301	SAP2000

Basándose en el cuadro comparativo anterior se puede afirmar el correcto funcionamiento de la herramienta.



4.5 MANUAL DE LA HERRAMIENTA 2S-PORCH

Antes de empezar a utilizar esta herramienta es necesario que se haya leído el tutorial de la herramienta SDOF-Dynamics ⁽¹⁾. Y si no se lo hace aún se pide al lector que se moleste en leerlo. Ya que el presente tutorial esta complementado por aquel. Buscar en www.utpl.edu.ec/VLEE. Sección Simulación-Dinámica de estructuras.

4.5.1 Breve descripción de la herramienta

Se trata de un pórtico de dos pisos, que puede ser modelado como un sistema de dos grados de libertad. Teniendo la opción de tres tipos de material y cuatro tipos de excitación. Esta estructura utiliza un amortiguamiento modal por el método Rayleigh Damping. Y del cual se muestra un esquema, a continuación:

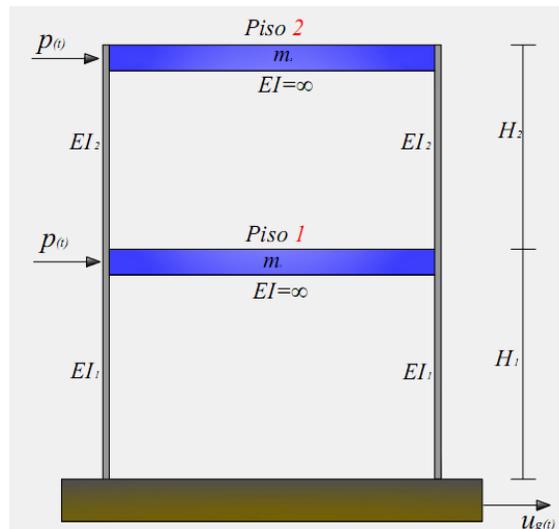


Fig.4.5.1 Esquema principal de la herramienta 2S-Porch

4.5.2 Ejercicio

Ejercicio 4.5.1.- Modelar el pórtico de dos pisos. Las masa para cada piso son de 10 tonne y la separación entre pisos de 1 m. Rigidez $EI = 1000 \text{ kN.m}^2$ para cada piso. Considerar para los dos modos de vibración un amortiguamiento de 5 %. El material elástico y someterlo a este a una excitación lineal, con impulso 11 kN/s a 10 segundos. Analizar para 20 segundos.

Solución:



LABORATORIO VIRTUAL DE INGENIERÍA SÍSMICA
2S-Porch
ANÁLISIS DINÁMICO DE UN PORTICO DE DOS PISOS

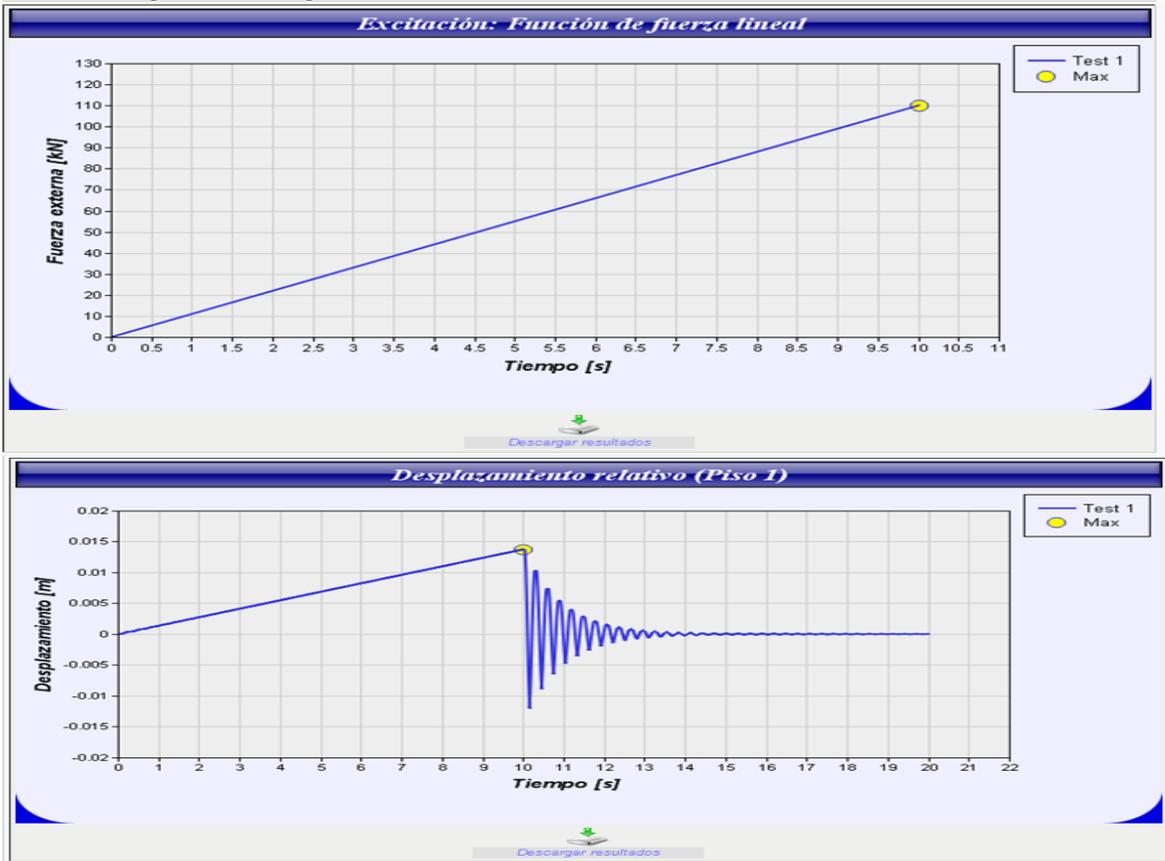
PROPIEDADES DEL SISTEMA		ESQUEMA	
<p>Piso 1 Piso 2</p> <p>m = <input type="text" value="20"/> <input type="text" value="20"/> Masa [Tonne = kN.s²/m = kN/g]</p> <p>H = <input type="text" value="1"/> <input type="text" value="1"/> Altura entre pisos [m]</p> <p>EI = <input type="text" value="1000"/> <input type="text" value="1000"/> Rigidez [kN.m²]</p> <p>Definir vibración:</p> <p>ξ = <input type="text" value="5"/> <input type="text" value="5"/> Amortiguamiento [%]</p>			
TIPO DE MATERIAL		COMPORTAMIENTO TIPO	
<p>Seleccionar: <input type="text" value="Elástico"/></p>			
TIPO DE EXITACIÓN		ESQUEMA	
<p>Seleccionar: <input type="text" value="Función de fuerza lineal"/></p> <p>I = <input type="text" value="11"/> Magnitud del impulso [kN/s]</p> <p>DI = <input type="text" value="10"/> Duración del impulso [s]</p> <p>Pmax = (I).(DI)</p>			

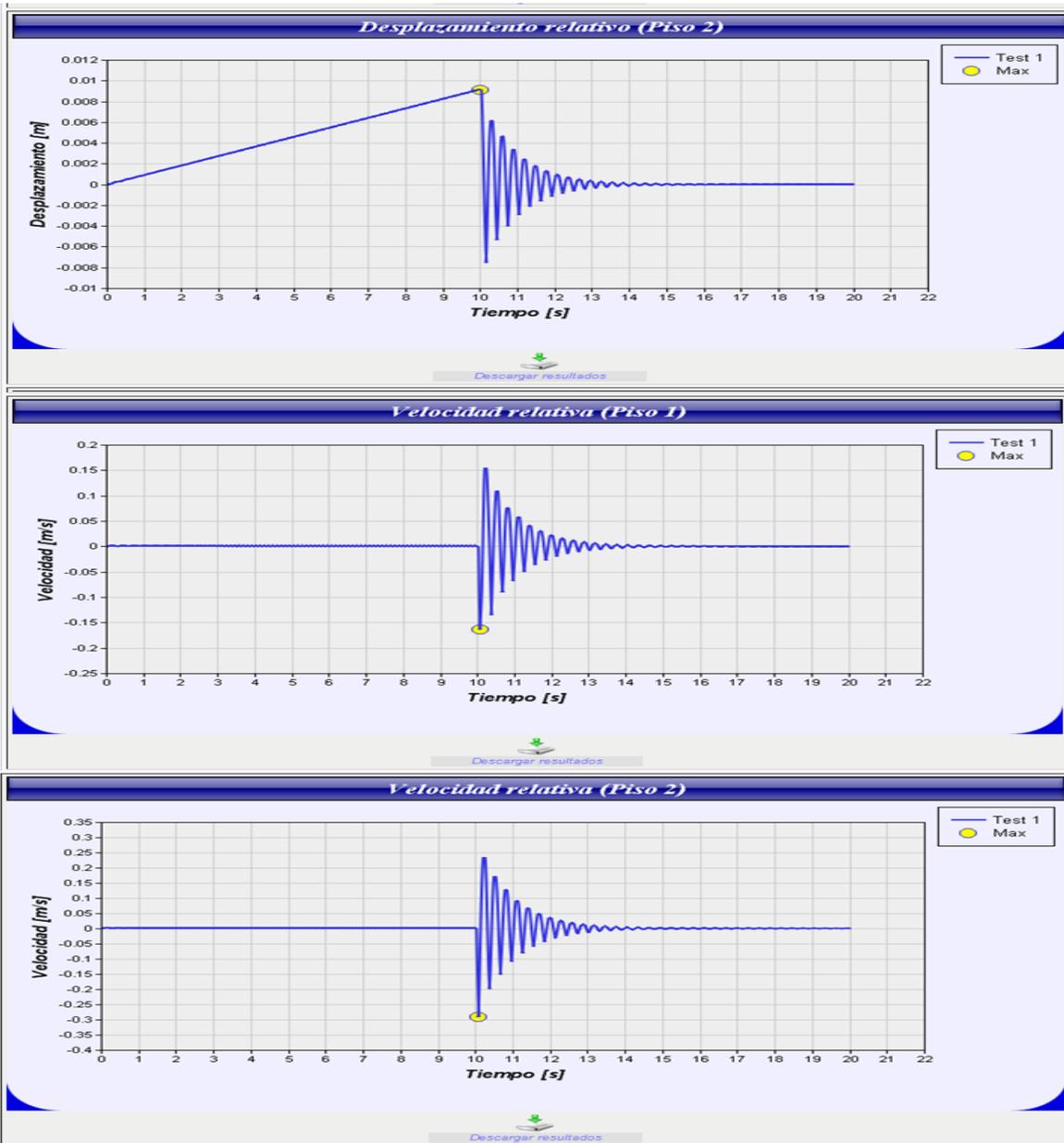
Los resultados que se obtienen:

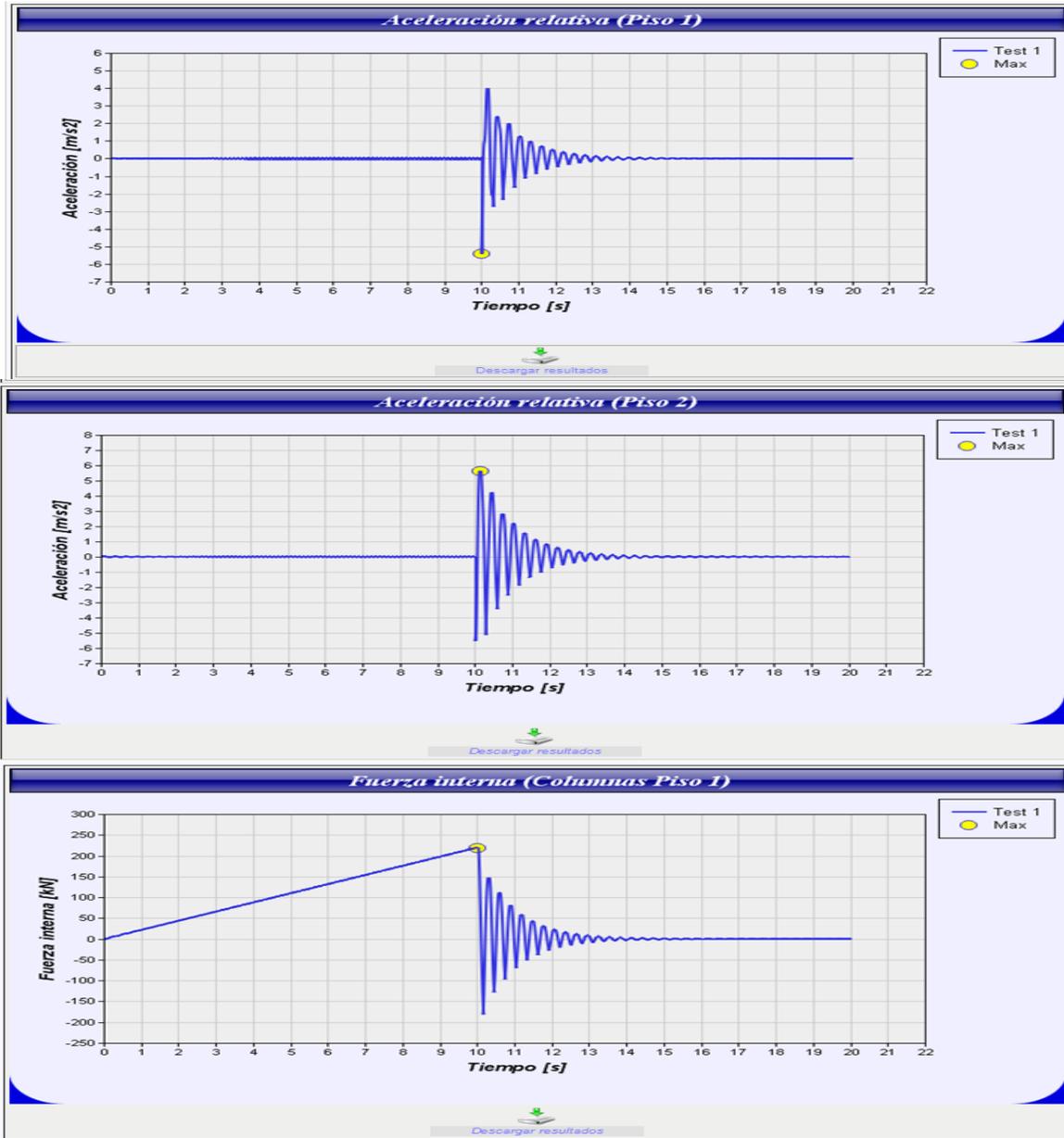


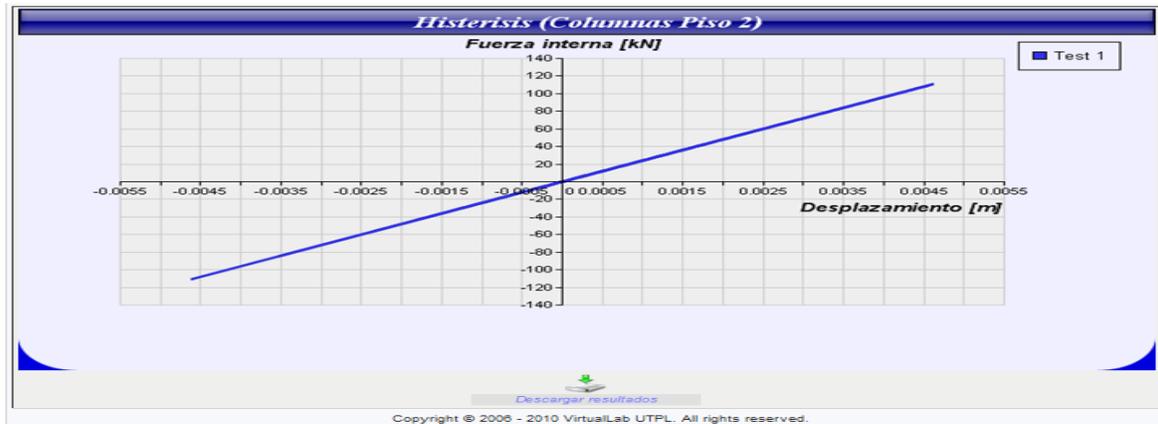
ANÁLISIS		RESPUESTA MÁXIMA				
Cargar ejemplo Duración: <input type="text" value="20"/> [s] Analizar <input type="button" value="Analizar"/>		Piso 1		Piso 2		
	u_{MAX}	=	<input type="text" value="0.0091"/> m (10 s)	<input type="text" value="0.0138"/> m (10 s)	Desplazamiento	
	\dot{u}_{MAX}	=	<input type="text" value="0.1632"/> m/s (10.06 s)	<input type="text" value="0.2888"/> m/s (10.07 s)	Velocidad	
	\ddot{u}_{MAX}	=	<input type="text" value="5.3963"/> m/s ² (10 s)	<input type="text" value="5.6534"/> m/s ² (10.13 s)	Aceleración	
			Columnas Piso 1		Columnas Piso 2	
	F_{MAX}	=	<input type="text" value="219.522"/> kN (10 s)	<input type="text" value="110.661"/> kN (10.13 s)	Fuerza interna	
		Descargar resultados				

- Las gráficas de igual manera se muestran









Copyright © 2006 - 2010 VirtualLab UTPL. All rights reserved.



4.5.3 Verificación

Al igual que para la herramienta 2DOF-Dynamics se ha utilizado SAP200 ⁽¹¹⁾ para modelar el ejercicio 4.5.1 A continuación los resultados:

Tabla 4.5.1 Cuadro comparativo de la herramienta 2S-Porch

DESPLAZAMIENTO MAXIMO (m)		
Nudo 2	Nudo 3	UTILIZANDO
0.0091	0.0138	2S-Porch
0.0092	0.0138	SAP2000

La tabla 4.5.1 afirma el correcto funcionamiento de la herramienta.

CAPITULO V



5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 CONCLUSIONES

- a) Las herramientas se las hicieron pensando en los futuros estudiantes de ingeniería sísmica, y se intentó que estas sean amigables con el usuario.
- b) Con el desarrollo de esta investigación se ha comprendido mucho más a fondo los conceptos de dinámica de estructuras e ingeniería sísmica.
- c) Se dominó en cierto modo algunos lenguajes de programación como son .tcl, Visual Studio 2005. Conjuntamente con ello se aprendió a utilizar ciertos componentes como son: Ajax, ChartDirector entre otros.
- d) Se logró mejorar la herramienta SDOF-Dynamics para que pueda ser utilizada por varios usuarios a la vez. Esto quiere decir que se logró corregir ciertas fallas de la misma.
- e) Cabe recalcar que la programación de las tres herramientas utilizan por detrás el software OpenSees. Y que los resultados de las nuevas aplicaciones tienen mucha garantía, debido a que este software es especializado en ingeniería sísmica.
- f) OpenSees utiliza para el análisis el método de Newmark y métodos numéricos como el método de Newton Raphson modificado. Además aplicaciones de los conceptos de: Raleigh damping, eigenvalores entre otros.
- g) Se ha chequeado cada herramienta minuciosamente para asegurarse que esta sea eficiente y efectiva.

5.2 RECOMENDACIONES

- a) Se recomienda que las herramientas sean mejoradas. Se había pensado en hacer una simulación de los desplazamientos en el tiempo que los dibuja actualmente cada herramienta. Se ha pensado en utilizar el lenguaje de Java o también el Software Macromedia Flash. Hay una librería llamada ILNumerics que también podría ser de gran ayuda.
- b) Los libros de Anil K. Chopra y Paz Mario, son muy completos para la comprensión de los conceptos de dinámica de estructuras.



- c) Al momento de hacer uso de las herramientas aprovechar al máximo cada experiencia que esta brinda, ya que solo de esta manera esta investigación tendrá mayor relevancia.

- d) El código anexado para cada herramienta, solo es uno para cada anexo de los doce que se generan desde la interfaz web. Se anexó estos porque a partir de los mismos se pueden generar los demás. Obviamente que no se anexó el código desarrollado en Visual Studio porque son aproximadamente como 2000 líneas de código para cada herramienta. Pero este código estará en digital para que a futuro se les pueda hacer mejoramientos.

ANEXOS



ANEXO 1

Código .tcl para un sistema de un grado de libertad [SDOF-Dynamics]

```
#####  
#Din1GDL0.tcl #  
#Análisis dinámico de una estructura en solo grado de libertad 1GDL #  
#Unidades: kN, m, s #  
#####  
wipe ;# Este comando borra todos los objetos existentes en el interpretador Tcl  
#DEFINICION DE CONSTANTES  
set pi [expr acos(-1.0)]  
#RECEPCION DE DATOS  
set T 0.2 ;#Periodo  
set m 100 ;#Masa  
set Damp 5 ;#Amortiguamiento  
set damp [expr $Damp*pow(100,-1)]  
set duracionA 20 ;#Duración del analisis  
#EMPIEZO A CREAR EL MODELO  
model basic -ndm 2 -ndf 2 ;# 2 dimensiones; 2 Grados de Libertad (GDL) por nudo  
# Se define la geometría -----  
# Coordenadas de los nudos  
# n x y  
node 1 0 0  
node 2 1 0  
# Se empotra el nudo 1  
# n 1 2  
fix 1 1 1  
fix 2 0 1  
# Se asigna una masa en Tonne (kN/g) al nudo 2 en la dirección X  
# n 1 2  
mass 2 $m 1e-6  
# Definición de Elementos -----  
# Se crea un elemento truss entre los nudos 1 y 2  
# Al elemento elástico se le asigna un area de 1 m2  
#Calculo el modulo de elasticidad  
set E [expr (4*$m *pow($pi,2))/(pow($T,2))]  
set TagMaterial 0 ;#Etiqueta  
# MATERIAL: Elastico  
uniaxialMaterial Elastic $TagMaterial $E  
#Defino el elemento  
# nele ni nj Area TagMaterial  
element truss 1 1 2 1 $TagMaterial
```



Código .tcl para un sistema de un grado de libertad [SDOF-Dynamics] (continuación)

```
#VIBRACIÓN FORZADA #####
set pasoA [expr $T*pow(30,-1)]
# EXCITACION: Función Lineal
set Impulso 10 ;#Impulso
set DuracionImp 11 ;#Duración del impulso
set Fmax [expr $Impulso*$DuracionImp]
#Aplico la función de carga
#Se aplicará la carga a intervalos iguales de tiempo
# t0 F0 t1 F1
#0 0 DI Fmax
set time1 $DuracionImp
set dt $time1

set fileName "C:/Temp/0/TCLOpenSees/FactoresDE/FacDforceCL.txt"
set serie1 "Series -dt $dt -filePath $fileName"
pattern Plain 1 $serie1 {
# node Fx Fy
load 2 $Fmax 0
}

#REALIZO EL ANALISIS DINAMICO
constraints Plain
numberer Plain
system BandGeneral
test NormDispIncr 1.0e-5 6
algorithm Newton
set alphaM [expr 4*$pi*$damp*pow($T,-1)]
integrator Newmark 0.5 0.25 $alphaM 0 0 0
analysis Transient
#Guardo los resultados
recorder Node -file C:/Temp/0/TCLOpenSees/Resultados/Desplazamiento.out -time -
node 2 -dof 1 disp
recorder Node -file C:/Temp/0/TCLOpenSees/Resultados/Velocidad.out -time -node 2
-dof 1 vel
recorder Node -file C:/Temp/0/TCLOpenSees/Resultados/Aceleracion.out -time -node
2 -dof 1 accel
recorder Element -file C:/Temp/0/TCLOpenSees/Resultados/Fuerza.out -time -ele 1
localForce
#Pido los resultados según la duración del análisis
set npuntos [format "%.0f" [ expr $duracionA*pow($pasoA,-1)]]
analyze $npuntos $pasoA
exit
```



ANEXO 2

Código .tcl ara un sistema de dos grado de libertad [2DOF-Dynamics]

```
#####  
#Din2GDLtool10.tcl #  
#Análisis dinámico de una estructura de dos grados de libertad 2GDL #  
#Unidades: kN, m, s #  
#####  
wipe ;# Este comando borra todos los objetos existentes en el interpretador Tcl  
#DEFINICION DE CONSTANTES  
set pi [expr acos(-1.0)]  
#RECEPCION DE DATOS  
#####  
set m1 10 ;#Masa 1  
set m2 9 ;#Masa 2  
set k1 5000 ;#Rigidez 1  
set k2 4000 ;#Rigidez 2  
set c1 0.05 ;#Constante de amortiguamiento 1  
set c2 0.05 ;#Constante de amortiguamiento 2  
set duracionA 20 ;#Duración del análisis  
#EMPIEZO A CREAR EL MODELO  
#####  
model basic -ndm 2 -ndf 2 ;# 2 dimensiones; 2 Grados de Libertad (GDL) x nudo  
# Se define la geometría -----  
# Coordenadas de los nudos  
# n x y  
node 1 0 0  
node 2 1 0  
node 3 2 0  
node 4 3 0  
# Se empotra el nudo 1, del resto solo se restringe el segundo grado de libertad  
# n 1 2  
fix 1 1 1  
fix 2 0 1  
fix 3 0 1  
fix 4 0 1  
# Se asigna una masa en Tonne (kN/g) al nudo 2 y 3 en la dirección X  
# n 1 2  
mass 2 $m1 1e-6  
mass 3 $m2 1e-6  
mass 4 1e-6 1e-6
```



Código .tcl ara un sistema de dos grado de libertad [2DOF-Dynamics] (continuación)

```
# Definición de Elementos -----
# Se crea un elemento truss entre los nudos 1 y 2
# Al elemento elástico se le asigna un area de 1 m2
#Los módulos de elasticidad E son igual a K ya que A=1 y L=1
set E1 $k1
set E2 $k2

set TagMaterial11 11 ;#Etiqueta
set TagMaterial12 12 ;#Etiqueta
# MATERIAL: Elastico
uniaxialMaterial Elastic $TagMaterial11 $E1
uniaxialMaterial Elastic $TagMaterial12 $E2
#DEFINO EL MATERIAL VISCOSO
set TagMaterial21 111 ;#Etiqueta
set TagMaterial22 222 ;#Etiqueta
set alpha1 1
set alpha2 1
uniaxialMaterial Viscous $TagMaterial21 $c1 $alpha1
uniaxialMaterial Viscous $TagMaterial22 $c2 $alpha2
#Defino los elementos
#      nele ni nj Area TagMaterial
element truss 1 1 2 1 $TagMaterial11
element truss 2 2 3 1 $TagMaterial12
element truss 3 3 4 1 $TagMaterial12
element truss 4 1 2 1 $TagMaterial21
element truss 5 2 3 1 $TagMaterial22
element truss 6 3 4 1 $TagMaterial22
#MODELO CREADO
#VIBRACIÓN FORZADA #####
# EXCITACION: Función Lineal
set Impulso 10 ;#Impulso
set DuracionImp 11 ;#Duración del impulso
set Fmax [expr $Impulso*$DuracionImp]
#Aplico la funcion de carga
#Se aplicará la carga a intervalos iguales de tiempo
# t0 F0 t1 F1
#0 0 DI Fmax
set dt $DuracionImp
set fileName "C:/Temp/0/TCLOpenSees/FactoresDE/FacDforceCL.txt"
set serie1 "Series -dt $dt -filePath $fileName"
```



Código .tcl ara un sistema de dos grado de libertad [2DOF-Dynamics] (continuación)

```
pattern Plain 1 $serie1 {
#   node Fx Fy
load 2 $Fmax 0
}
#Se aplicará la carga a intervalos iguales de tiempo
# t0 F0 t1 F1
#0 0 DI Fmax
set dt1 $DuracionImp
set fileName "C:/Temp/0/TCLOpenSees/FactoresDE/FacDforceCL.txt"
set serie2 "Series -dt $dt1 -filePath $fileName"
pattern Plain 2 $serie2 {
#   node Fx Fy
load 3 $Fmax 0
}
#LA CARGA FUE DEFINIDA#####
#REALIZO EL ANALISIS DINAMICO
constraints Plain
numberer Plain
system BandGeneral
test NormDispIncr 1.0e-6 6
algorithm Newton
integrator Newmark 0.5 0.25
analysis Transient
#Guardo los resultados: GDL 1
recorder Node -file
C:/Temp/0/TCLOpenSees/Resultados2Gtool1/Desplazamiento1.out -time -node 2 -
dof 1 disp
recorder Node -file C:/Temp/0/TCLOpenSees/Resultados2Gtool1/Velocidad1.out -
time -node 2 -dof 1 vel
recorder Node -file C:/Temp/0/TCLOpenSees/Resultados2Gtool1/Aceleracion1.out -
time -node 2 -dof 1 accel
recorder Element -file C:/Temp/0/TCLOpenSees/Resultados2Gtool1/Fuerza1.out -
time -ele 1 localForce
recorder Element -file C:/Temp/0/TCLOpenSees/Resultados2Gtool1/Fuerza2.out -
time -ele 2 localForce
#Guardo los resultados: GDL 2
recorder Node -file
C:/Temp/0/TCLOpenSees/Resultados2Gtool1/Desplazamiento2.out -time -node 3 -
dof 1 disp
```



Código .tcl ara un sistema de dos grado de libertad [2DOF-Dynamics] (continuación)

```
recorder Node -file C:/Temp/0/TCLOpenSees/Resultados2Gtool1/Velocidad2.out -
time -node 3 -dof 1 vel
recorder Node -file C:/Temp/0/TCLOpenSees/Resultados2Gtool1/Aceleracion2.out -
time -node 3 -dof 1 accel
recorder Element -file C:/Temp/0/TCLOpenSees/Resultados2Gtool1/Fuerza3.out -
time -ele 4 localForce
recorder Element -file C:/Temp/0/TCLOpenSees/Resultados2Gtool1/Fuerza4.out -
time -ele 5 localForce
#EIGENVALUES
set eigenvalues [eigen 2]
set omega1 [expr sqrt([lindex $eigenvalues 0])] ;# Las frecuencias de vibración son la
raíz #cuadrada de los valores propios

set T1 [expr 2.0*$pi*pow($omega1,-1)] ; #Periodo del primer modo de vibración2
set omega2 [expr sqrt([lindex $eigenvalues 1])]
set T2 [expr 2.0*$pi*pow($omega2,-1)]
set pasoA [expr $T2*pow(30,-1)]
set npuntos [format "%.0f" [ expr $duracionA*pow($pasoA,-1)]]
#Pido los resultados según la duración del análisis
analyze $npuntos $pasoA
exit
```



ANEXO 3

Código .tcl ara un sistema de dos grado de libertad [2S-Porch]

```
#####  
#Din2GDLtool20.tcl #  
#Análisis dinámico de una estructura en dos grados de libertad #  
#Unidades: kN, m, s #  
#####  
wipe ;# Este comando borra todos los objetos existentes en el interpretador Tcl  
#DEFINICION DE CONSTANTES  
set pi [expr acos(-1.0)]  
#RECEPCION DE DATOS  
#####  
set m1 10 ;#Masa1  
set m2 9 ;#Masa2  
set H1 3 ;#Separación piso a piso 1  
set H2 2.5 ;#Separación piso a piso 2  
set EI1 5000 ;#Producto rigidez por inercia del piso 1  
set EI2 4000 ;#Producto rigidez por inercia del piso 2  
set Damp1 4 ;#Amortiguamiento 1 en %  
set Damp2 5 ;#Amortiguamiento 2 en %  
set damp1 [expr $Damp1*pow(100,-1)]  
set damp2 [expr $Damp2*pow(100,-1)]  
set k1 [expr 24*$EI1/pow($H1,3)]  
set k2 [expr 24*$EI2/pow($H2,3)]  
set duracionA 20 ;#Duracion del analisis  
#EMPIEZO A CREAR EL MODELO  
#####  
model basic -ndm 2 -ndf 2 ;# 2 dimensiones; 2 Grados de Libertad (GDL) x nudo  
# Se define la geometría -----  
# Coordenadas de los nudos  
# n x y  
node 1 0 0  
node 2 1 0  
node 3 2 0  
node 4 3 0  
# Se empotra el nudo 1  
# n 1 2  
fix 1 1 1  
fix 2 0 1  
fix 3 0 1  
fix 4 0 1
```



Código .tcl ara un sistema de dos grado de libertad [2S-Porch] (continuación)

```
# Se asigna una masa en Tonne (kN/g) al nudo 2 Y 3 en la dirección X
# n 1 2
mass 2 $m1 1e-6
mass 3 $m2 1e-6
mass 4 1e-6 1e-6
# Definicion de Elementos -----
# Se crea un elemento truss entre los nudos 1 y 2
# Al elemento elástico se le asigna un area de 1 m2

#Los modulos de elasticidad E son igual a K ya que A=1 y L=1
set E1 $k1
set E2 $k2

set TagMaterial1 11 ;#Etiqueta
set TagMaterial2 12 ;#Etiqueta
# MATERIAL: Elastico
uniaxialMaterial Elastic $TagMaterial1 $E1
uniaxialMaterial Elastic $TagMaterial2 $E2

#DEFINO EL ELEMENTO
#      nele ni nj Area TagMaterial
element truss 1 1 2 1 $TagMaterial1
element truss 2 2 3 1 $TagMaterial2
element truss 3 3 4 1 $TagMaterial2
#MODELO CREADO

#VIBRACIÓN FORZADA #####
# EXCITACION: Función Lineal
set Impulso 10 ;#Impulso
set DuracionImp 11 ;#Duración del impulso
set Fmax [expr $Impulso*$DuracionImp]
#Aplico la funcion de carga
#Se aplicará la carga a intervalos iguales de tiempo
# t0 F0 t1 F1
#0 0 DI Fmax
set time1 $DuracionImp
set dt $time1
```



Código .tcl ara un sistema de dos grado de libertad [2S-Porch] (continuación)

```
set fileName "C:/Temp/0/TCLOpenSees/FactoresDE/FacDforceCL.txt"
set serie1 "Series -dt $dt -filePath $fileName"
pattern Plain 1 $serie1 {
#   node Fx Fy
load 2 $Fmax 0
load 3 $Fmax 0
}
#LA CARGA FUE DEFINIDA#####
# AMORTIGUAMIENTO
set lambda1 $damp1 ;# amortiguamiento asignado al primer modo de vibración
set lambda2 $damp2 ;# amortiguamiento asignado al segundo modo de vibración
set eigenvalues [eigen 2] ;# Obtenemos los valores propios de los primeros 2 modos
set omega1 [expr sqrt([lindex $eigenvalues 0])] ;# Las frecuencias de vibracion son la
raiz
set omega2 [expr sqrt([lindex $eigenvalues 1])] ;# Los valores propios estan en una lista
set T1 [expr 2.0*$pi*pow($omega1,-1)] ;# Periodo del primer modo de vibración
set T2 [expr 2.0*$pi*pow($omega2,-1)] ;# Periodo del segundo modo de vibracion
set alpha [expr (2*$omega1*$omega2*($omega1*$lambda2-
$omega2*$lambda1))/(($omega1**2-$omega2**2)]
set beta [expr 2*($omega1*$lambda1-$omega2*$lambda2)/($omega1**2-
$omega2**2)]
set pasoA [expr $T2*pow(30,-1)]
set npuntos [format "%.0f" [ expr $duracionA*pow($pasoA,-1)]]
#REALIZO EL ANALISIS DINAMICO
constraints Plain
numberer Plain
system BandGeneral
test NormDispIncr 1.0e-5 6
algorithm Newton
integrator Newmark 0.5 0.25 $alpha $beta 0 0
analysis Transient
#Guardo los resultados: GDL 1
recorder Node -file C:/Temp/0/TCLOpenSees/Resultados2Gtool2/Desplazamiento1.out
-time -node 2 -dof 1 disp
recorder Node -file C:/Temp/0/TCLOpenSees/Resultados2Gtool2/Velocidad1.out -
time -node 2 -dof 1 vel
recorder Node -file C:/Temp/0/TCLOpenSees/Resultados2Gtool2/Aceleracion1.out -
time -node 2 -dof 1 accel
recorder Element -file C:/Temp/0/TCLOpenSees/Resultados2Gtool2/Fuerza1.out -time
-ele 1 localForce
```



Código .tcl ara un sistema de dos grado de libertad [2S-Porch] (continuación)

```
#Guardo los resultados: GDL 2
recorder Node -file C:/Temp/0/TCLOpenSees/Resultados2Gtool2/Desplazamiento2.out
-time -node 3 -dof 1 disp
recorder Node -file C:/Temp/0/TCLOpenSees/Resultados2Gtool2/Velocidad2.out -
time -node 3 -dof 1 vel
recorder Node -file C:/Temp/0/TCLOpenSees/Resultados2Gtool2/Aceleracion2.out -
time -node 3 -dof 1 accel
recorder Element -file C:/Temp/0/TCLOpenSees/Resultados2Gtool2/Fuerza2.out -time
-ele 2 localForce
#Pido los resultados segun la duración del analisis
analyze $npuntos $pasoA
exit
```



REFERENCIAS

- (1) Suarez, Vinicio, “Laboratorio Virtual de Ingeniería Sísmica LVIS, www.utpl.edu.ec/vlee, (2008).
- (2) www.opensees.berkeley.edu/index.php, (07/09/2009).
- (3) <http://msdn.microsoft.com/es/vstudio/default.aspx>, (14/11/2008).
- (4) http://es.wikipedia.org/wiki/An%C3%A1lisis_din%C3%A1mico, (10/09/2009)
- (5) http://es.wikipedia.org/wiki/Movimiento_arm%C3%B3nico_compuesto, (10/09/2009)
- (6) http://www.umss.edu.bo/epubs/etexts/downloads/19/cap_IV.htm, (18/09/2009).
- (7) Saavedra, Ramiro, “Ingeniería Antisísmica”
- (8) Chopra, Anil K., “Dynamics of Structures: theory and applications to earthquake engineering”, (1995)
- (9) Paz, Mario, “DINÁMICA ESTRUCTURAL”, Teoría y Cálculo, Tercera Edición, (1992)
- (10) FEMA, www.fema.gov/emi, y buscar en MBDSI, (27/09/2009).
- (11) University Ave. Berkeley, “SAP2000”, Integrated Solution for Structural analysis and design, Version 14.