



UNIVERSIDAD TÉCNICA PARTICULAR DE LOJA
La Universidad Católica de Loja

ÁREA ADMINISTRATIVA

**TÍTULO DE INGENIERO EN ADMINISTRACIÓN EN BANCA Y
FINANZAS**

Selección de una cartera mediante la metodología Sharpe

TRABAJO DE TITULACION

AUTORA: Lafebre Mijas Karen Gabriela

DIRECTOR: PHD. Armas Herrera Reinaldo

LOJA – ECUADOR

2017



Esta versión digital, ha sido acreditada bajo la licencia Creative Commons 4.0, CC BY-NY-SA: Reconocimiento-No comercial-Compartir igual; la cual permite copiar, distribuir y comunicar públicamente la obra, mientras se reconozca la autoría original, no se utilice con fines comerciales y se permiten obras derivadas, siempre que mantenga la misma licencia al ser divulgada. <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.es>

2017

APROBACIÓN DEL DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

PHD.

Armas Herrera Reinaldo.

DOCENTE DE LA TITULACIÓN

De mi consideración:

El presente trabajo de titulación: Selección de una cartera mediante metodología Sharpe, realizado por Lafebre Mijas Karen Gabriela, ha sido orientado y revisado durante su ejecución, por cuanto se aprueba la presentación del mismo.

Loja, octubre de 2017

f)

DECLARACIÓN DE AUTORÍA Y CESIÓN DE DERECHOS

Yo, Karen Gabriela Lafebre Mijas declaro ser autora del presente trabajo de titulación: Selección de una cartera mediante metodología Sharpe de la Titulación Banca y Finanzas, siendo PHD. Armas Herrera Reinaldo director del presente trabajo; y eximo expresamente a la Universidad Técnica Particular de Loja y a sus representantes legales de posibles reclamos o acciones legales. Además, certifico que las ideas, conceptos, procedimientos y resultados vertidos en el presente trabajo investigativo, son de mi exclusiva responsabilidad.

Adicionalmente declaro conocer y aceptar la disposición del Art. 88 del Estatuto Orgánico de la Universidad Técnica Particular de Loja que en su parte pertinente textualmente dice: “Forman parte del patrimonio de la Universidad la propiedad intelectual de investigaciones, trabajos científicos o técnicos y tesis de grado o trabajos de titulación que se realicen con el apoyo financiero, académico o institucional (operativo) de la Universidad”.

f.....

Autor: Lafebre Mijas Karen Gabriela

Cédula: 1104727274

DEDICATORIA

Este trabajo final se lo dedico a Dios que ha sabido mantener mi fe como un roble a pesar de la adversidad, y por supuesto a mis padres y hermanos; que son mi pilar fundamental, ya que con ellos existe todo y sin ellos nada. Siempre de la mano con Dios es nuestro trato.

AGRADECIMIENTO

A mi madre Patricia que ha sido mi luz diaria, a mi padre Yerovi que es el ejemplo de lo que quiero lograr de mí como persona, a mis hermanos Miguel Ángel y Jonathan que han sido mi motivación para lograr mis objetivos. Y finalmente a mi mejor y gran amigo Wilson Iñiguez que ha sido la mano que me ha sostenido y he sostenido. No se soltará aquella unión ya que su amistad ha sido vida y fuerza para seguir con lo que deseo obtener.

INDICE DE CONTENIDOS

CARATULA	i
APROBACIÓN DEL DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN.....	ii
DECLARACIÓN DE AUTORÍA Y CESIÓN DE DERECHOS.....	iii
DEDICATORIA	iv
AGRADECIMIENTO	v
INDICE DE CONTENIDOS	vi
INDICE DE TABLAS.....	viii
INDICE DE FIGURAS.....	ix
RESUMEN.....	1
ABSTRACT	2
INTRODUCCIÓN.....	3
CAPÍTULO I: TEORÍAS DE CARTERAS	4
1.1 Teoría de Carteras.....	5
1.2 Estilos de inversión	5
1.3 Inversiones de renta	5
1.4 Inversiones de crecimiento	5
1.5 Inversiones de valor	6
1.6 Rotación de sectores	6
1.7 Momento de invertir	6
1.8 Rentabilidad y riesgo	7
1.9 Definición de activo financiero	7
1.10 Modelo de Markowitz de teoría de carteras.....	8
1.10.1 Supuestos del Modelo de Markowitz.	8
1.10.2 Definición Matemática del Modelo de Markowitz.	9
1.10.3 Frontera Eficiente de Markowitz.	11
1.11 Modelo de Sharpe.....	12
1.12 Supuestos del Modelo de Sharpe	12
1.13 Definición Matemática del Modelo de Sharpe	14
1.14 Modelo CML (Capital Market Line o Línea del Mercado de Capitales).....	15
1.15 Supuestos del Modelo de CML	15
1.16 Definición Matemática del Modelo CML	16
1.17 Modelo SML (Security Market Line o Línea de Mercado de Títulos)	17
1.18 Supuestos del Modelo SML	18
1.19 Definición Matemática del Modelo SML	18
1.20 Modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model o Modelo de Valoración de Activos Financieros).....	19

1.21	Supuestos del Modelo CAPM	20
1.22	Definición Matemática del Modelo CAPM	21
1.23	Modelo APT (Teoría de Valuación por Arbitraje).....	24
1.24	Supuestos del Modelo APT.....	25
1.25	Definición Matemática del Modelo APT.....	25
CAPÍTULO II: METODOLOGÍA, DATOS Y COMPAÑIAS		26
2.1	METODOLOGÍA	27
2.2	DATOS Y COMPAÑIAS.....	27
CAPÍTULO III: RESULTADOS.....		30
3.1	Resultados de las carteras.....	31
3.1.1	Cálculo de betas.....	31
3.1.2	Cartera de 5 activos con mayor beta.	31
3.1.3	Cartera de 5 activos con menor beta.	32
3.1.4	Cartera de 10 activos con mayor beta.....	32
3.1.5	Cartera de 10 activos con menor beta.	33
3.1.6	Cartera de 15 activos con mayor beta.	33
3.1.7	Cartera de 15 activos con mayor beta.	34
3.1.8	Dow Jones cartera con 5 activos menor beta por optimización.....	34
3.1.9	Dow Jones cartera con 10 activos menor beta por optimización.....	35
3.1.10	Dow Jones cartera con 15 activos menor beta por optimización.....	35
3.1.11	Dow Jones cartera con 5 activos mayor beta por optimización.....	36
3.1.12	Dow Jones cartera con 10 activos mayor beta por optimización.....	36
3.1.13	Dow Jones cartera con 15 activos mayor beta por optimización.....	37
3.1.14	Aplicación de método 1/n.	37
3.1.14.1	Dow Jones cartera con 5 activos menor beta por 1/n.....	37
3.1.14.2	Dow Jones cartera con 10 activos menor beta por 1/n.....	38
3.1.14.3	Dow Jones cartera con 15 activos menor beta por 1/n.....	38
3.1.14.4	Dow Jones cartera con 5 activos mayor beta por 1/n.....	39
3.1.14.5	Dow Jones cartera con 10 activos mayor beta por 1/n.....	39
3.1.14.6	Dow Jones cartera con 15 activos mayor beta por 1/n.....	40
CONCLUSIONES		41
RECOMENDACIONES.....		42
BIBLIOGRAFIA.....		43
ANEXOS.....		45

INDICE DE TABLAS

Tabla 1. Codificación de Activos.....	28
Tabla 2. Resultados de la cartera de 5 activos con menor beta por optimización.	34
Tabla 3. Resultados de la cartera de 10 activos con menor beta por optimización.	35
Tabla 4. Resultados de la cartera de 15 activos con menor beta por optimización.	35
Tabla 5. Resultados de la cartera de 5 activos con mayor beta por optimización.	36
Tabla 6. Resultados de la cartera de 10 activos con mayor beta por optimización.	36
Tabla 7. Resultados de la cartera de 15 activos con mayor beta por optimización.	37
Tabla 8. Resultados de la cartera de 5 activos con menor beta por 1/N.	37
Tabla 9. Resultados de la cartera de 5 activos con menor beta por 1/N.	38
Tabla 10. Resultados de la cartera de 15 activos con menor beta por 1/N.	38
Tabla 11. Resultados de la cartera de 5 activos con mayor beta por 1/N.	39
Tabla 12. Resultados de la cartera de 10 activos con mayor beta por 1/N.	39
Tabla 13. Resultados de la cartera de 15 activos con mayor beta por 1/N.	40
Tabla 14. Muestra los 5 activos con menor beta desde el año 2012 al 2016 con sus respectivos pesos.	46
Tabla 15. Muestra los 10 activos con menor beta desde el año 2012 al 2016 con sus respectivos pesos.	46
Tabla 16. Muestra los 15 activos con menor beta desde el año 2012 al 2016 con sus respectivos pesos.	47
Tabla 17. Muestra los 5 activos con mayor beta desde el año 2012 al 2016 con sus	47
Tabla 18. Muestra los 10 activos con mayor beta desde el año 2012 al 2016 con sus respectivos pesos.	48
Tabla 19. Muestra los 15 activos con mayor beta desde el año 2012 al 2016 con sus respectivos pesos.	48

INDICE DE FIGURAS

Figura 1: Cálculo de modelo SML.....	19
Figura 2: Periodo de diversificación de cartera.	29
Figura 3. Muestra las betas de los activos 2009/2016.....	31
Figura 4. Muestra la cartera de los 5 activos con mayor beta.....	31
Figura 5. Muestra la cartera de los 5 activos con menor beta.	32
Figura 6. Muestra la cartera de los 10 activos con mayor beta.....	32
Figura 7. Muestra la cartera de los 10 activos con menor beta.	33
Figura 8. Muestra la cartera de los 15 activos con mayor beta.....	33
Figura 9. Muestra la cartera de los 15 activos con mayor beta.....	34

RESUMEN

Este trabajo busca demostrar que a través de la aplicación del modelo de Sharpe se puede crear carteras de inversión y optimizar portafolios. La metodología empleada fue la optimización lineal en el índice bursátil DOW JONES. Los resultados fueron obtenidos mediante la minimización de la varianza y el enfoque naive (1/N).

El método de selección de cartera fue mediante la beta de Sharpe. Se crean dos tipos de carteras, una de mayor y otra de menor beta respectivamente. Los resultados más destacados se obtuvieron con carteras de 5, 10 y 15 activos. Se obtuvo en todas las carteras del índice resultados positivos siendo el más notorio el de la cartera con 15 activos de menor beta a partir del índice DOW JONES.

Palabras clave: Sharpe, optimización lineal, índice bursátil, cartera de inversión.

ABSTRACT

This paper seeks to demonstrate that through the application of the Sharpe model can create investment portfolios and optimize portfolios. The methodology used was the linear optimization in the DOW JONES stock index, the results were obtained by minimizing the variance and the naive approach ($1 / N$).

The portfolio selection method was based on the Sharpe beta. Two types of portfolios are created, one of major and other of minor beta respectively. The most outstanding results were obtained with portfolios of 5, 10 and 15 assets. Positive results were obtained in all portfolios of the index, with the most noteworthy being the portfolio with 15 beta lower assets from the DOW JONES index.

Keywords: Sharpe, linear optimization, stock market index, investment portfolio.

INTRODUCCIÓN

En este trabajo final de carrera se aplicó el modelo de Sharpe a uno de los índices bursátiles más importantes como lo es el Dow Jones. Se empleó carteras de 5, 10 y 15 activos, con el fin de conseguir la cartera con el mejor rendimiento para un nivel de riesgo. Por otra parte, se construyó una cartera a partir de este índice bursátil usando el método 1/N, igualmente usando carteras de 5 activos, 10 activos y 15 activos.

Este trabajo investigativo está estructurado en tres capítulos, con conclusiones, recomendaciones y anexos.

En el capítulo I se detalla la revisión bibliográfica sobre la teoría de carteras. En el capítulo II contiene los datos, las variables, y la metodología empleada. En el capítulo III están los resultados. Finalmente, se añadió las conclusiones y recomendaciones basadas en el trabajo desarrollado y acordes con los objetivos propuestos, y los anexos en donde se muestra las tablas de menor y mayor beta.

El modelo de Markowitz es el modelo original de la teoría de carteras, mientras que el modelo de SHARPE es uno de los primeros modelos de gestión de carteras, a partir del cual se ha sofisticado la inversión bursátil. La importancia del mismo radica en que las inversiones se vuelven más atractivas para el inversor dependiendo del modelo utilizado, tomando en cuenta que tiene cambios continuos ya que busca mejoramientos.

Para poder conseguir el objetivo de determinar la tasa de retorno y riesgo, es decir, carteras que maximicen la rentabilidad para un determinado nivel de riesgo se aplicó la metodología de SHARPE, tras seleccionar activos en función de la beta de cada activo.

Dentro de las limitaciones que se presentaron en la recolección de datos para el desarrollo de la investigación, se debió a la escasa información de fuentes confiables y exactas, por lo que se tuvo que utilizar un programa para transferir los datos de la fuente de información.

CAPÍTULO I: TEORÍAS DE CARTERAS

1.1. Teoría de Carteras

De acuerdo a Larrinaga (2004), la teoría de carteras es un modelo general para el estudio de la inversión en condiciones de riesgo, basado en la decisión sobre cuál es la cartera de inversiones óptima. Se fundamenta en el estudio de la media y la variabilidad de los diferentes títulos existentes en el mercado.

Según Collatti (2002), la administración de carteras se realiza combinando activos seleccionados según la valuación que realice el gestor sobre los mismos de acuerdo a su experiencia, conocimiento e intuición, pero raras veces se fundamenta en bases formales.

Pérez (2013), menciona que la teoría de carteras está formada por un conjunto de normas que muestran sus características para así considerarlas deseables. De acuerdo a esta teoría el minimizar el riesgo es de suma importancia, y es deber del gerente financiero poder llegar a maximizar el rendimiento.

1.2. Estilos de inversión

De acuerdo a Gitman y Joehnk (2005), la selección de un estilo de inversión depende en gran medida de los objetivos de inversión que se tengan y de la tolerancia al riesgo. El estilo de inversión, en efecto, define los tipos de títulos que queremos acumular en nuestra cartera. Marca el tono del programa de inversión al determinar lo agresivo o conservador que será el inversor en su selección de títulos. Cinco tipos de estrategias de inversión dominan el mercado hoy en día: rentas, crecimiento, valor, rotación de sectores y momento de invertir.

1.3. Inversiones de renta

Referenciando nuevamente a Gitman y Joehnk (2005), la premisa que subyace en la inversión de rentas es sencilla: comprar títulos que ofrezcan un flujo constante de rentas junto con algo de crecimiento en cada uno de ellos. Esto implica adquirir acciones con un historial regular de pagos de dividendos. Las acciones de servicios, algunas "blue chips" y las acciones preferentes, son las favoritas para estos inversores que, lógicamente tienden a seguir estrategias de inversión de comprar y almacenar y de altas rentas.

1.4. Inversiones de crecimiento

Gitman y Joehnk (2005), argumentan que los inversores que prefieren inversiones de crecimiento están dispuestos a pagar primas por los precios en empresas con expectativas por encima de la media en el crecimiento de los beneficios. Creen que los precios de las

acciones de las empresas con altas tasas de crecimiento de los beneficios, por ejemplo, de un 15% o un 20% anual, finalmente generarán altas rentabilidades. Esas empresas tienen altos precios, altos ratios de valor en libros y altos PER (precio-beneficio). Muchas acciones de crecimiento pagan pocos o ningún dividendo pues la dirección reinvierte los beneficios para hacer crecer la empresa.

1.5. Inversiones de valor

A diferencia de las inversiones de crecimiento, las inversiones de valor se centran en empresas que no gozan con el favor del mercado, Gitman y Joehnk (2005) Los inversores de valor llevan la contraria: compran acciones cuyos precios están bajos comparando con sus fundamentales (balances, beneficios, valor contable por acción, cash flow, valor de los activos o medidas cuantitativas similares). Esas acciones tienen bajos PER y una rentabilidad incierta por dividendos en comparación con el resto del mercado. Los inversores de valor analizan por qué la valoración de la empresa es baja, y compran si esperan que alguna acción particular – nueva dirección, cambios normativos en el sector, etc.- hagan subir el precio.

1.6. Rotación de sectores

Con la rotación de sectores, los inversores eligen acciones de sectores industriales o específicos que van mejor en función del estado actual y previsto del ciclo económico. La premisa que subyace es que los sectores reaccionan de manera diferente durante diferentes etapas del ciclo económico (recuperación, boom económico, caída o recesión económica). A diferencia de los inversores de valor o crecimiento, que se centran en los fundamentales de la empresa, los inversores de la rotación de sectores utilizan otro enfoque: empiezan considerando la economía en su conjunto y las previsiones para el futuro. Después de que los inversores identifiquen los sectores que deberían ir bien en determinadas condiciones económicas, seleccionan las empresas fuertes de estos sectores. Al anticipar cambios en el nivel de la actividad económica, rotan a otro sector diferente. (Gitman & Joehnk, 2005)

1.7. Momento de invertir

Según Gitman y Joehnk (2005), este estilo se centra en utilizar los movimientos relativos de los precios de las acciones para determinar cuándo comprar y cuándo vender. El estilo del momento de invertir confía enormemente en el análisis técnico, un enfoque analítico que se fija en cómo las fuerzas del mercado afectan a los precios de las acciones. Los inversores que siguen este estilo se centran en los movimientos de precios relativos en el mercado, más que en los fundamentales de las empresas. Miran los precios de las acciones, los

beneficios y otros indicadores para identificar signos de que el precio de una acción está a punto de dispararse o de caer respecto al mercado.

1.8. Rentabilidad y riesgo

Brun y Moreno (2012) refieren que el estudio por separado de la rentabilidad y el riesgo nos ofrece cierta información sobre un activo (o cartera). No obstante, como la rentabilidad de una cartera suele aumentar con su riesgo, se desea tener herramientas que permitan comparar distintas carteras.

Pindado (2012), señala que no todas las inversiones en activos suponen un mismo riesgo. Algunas, como la compra de letras del tesoro, implican muy poco riesgo, mientras que otras tal como las acciones que cotizan en un mercado de valores suponen un riesgo mucho mayor.

Cuando los mercados funcionan adecuadamente, esto es, cuando los mercados son eficientes, los títulos tienden a mostrar a largo plazo una estrecha relación entre rentabilidad y riesgo. Esto significa que, en general, si un inversor desea asumir poco riesgo en sus inversiones, debe renunciar a conseguir una elevada rentabilidad y viceversa, si desea conseguir una gran rentabilidad no le quedará más remedio que asumir un gran riesgo. (Pindado, 2012)

1.9. Definición de activo financiero

Para Vañó (2008), un activo financiero es: “cualquier activo que sea: dinero en efectivo, un instrumento de patrimonio de otra empresa, o suponga un derecho contractual a recibir efectivo u otro activo financiero, o a intercambiar activos o pasivos financieros con terceros en condiciones potencialmente favorables”, p.120.

Para el emisor (unidades de gasto con déficit) de un activo financiero, es una fuente de financiación dado que se verá obligado a realizar las contraprestaciones acordadas en las fechas estipuladas por el mismo título a su tenedor. Por lo tanto, podemos decir que son títulos con una doble vertiente:

- Son un pasivo para su emisor (generación de obligaciones).
- Son un activo para tenedor (generación de derechos). (Brun, Larraga, & Moya, 2008)

1.10. Modelo de Markowitz de teoría de carteras

El enfoque propuesto por Harry Markowitz, sobre la conformación de portafolios de inversión, revolucionó el campo de las finanzas, desarrollando principios, como el de carteras eficientes, que están presentes en una gran cantidad de modelos de construcción de carteras, conservando de esta forma la esencia de la propuesta inicial. (Gálvez, Gutiérrez, & Salgado, 2010)

Como se cita en Gálvez, Gutiérrez y Salgado (2010), según Markowitz; se define a un portafolio eficiente, como aquel que tiene un mínimo riesgo, para un retorno dado o, equivalentemente un portafolio con un máximo retorno para un nivel de riesgo dado.

1.10.1. Supuestos del Modelo de Markowitz.

Esta teoría contempla los siguientes supuestos acerca de los inversionistas y del mercado:

- Los inversionistas evalúan los portafolios a partir de los rendimientos esperados y la desviación estándar de los portafolios durante un horizonte de un periodo, de modo que su estructura de preferencias se representa mediante una función de utilidad esperada del tipo $UE = f(\sigma^2, r)$ (Fuquen & Rozo, 2013), donde σ^2, r es la varianza y la media del retorno de la inversión respectivamente.
- Los inversionistas son ambiciosos, siempre prefieren el rendimiento más alto entre dos opciones que tengan la misma desviación estándar tal que: $\partial UE / \partial r > 0$ (Fuquen & Rozo, 2013).
- Los inversionistas son adversos al riesgo, así cuando se tienen dos opciones con el mismo rendimiento elegirán la opción con menor riesgo, es decir, la opción con la desviación estándar más baja $\partial UE / \partial \sigma < 0$ (Fuquen & Rozo, 2013).
- Tanto los activos individuales como las carteras o portafolios son infinitamente divisibles, lo que significa que todos los activos y carteras se pueden comprar o vender en cualquier fracción. (Fuquen & Rozo, 2013)
- El mercado es operativamente eficiente, no hay fricciones, los costos e impuestos a las transacciones son irrelevantes. (Fuquen & Rozo, 2013)
- Los mercados son eficientes al menos en la forma débil y los inversionistas tienen expectativas homogéneas, es decir, tienen las mismas percepciones con respecto a los rendimientos esperados de los activos o valores, desviaciones estándar y covarianza de los valores, lo que implica distribuciones homogéneas de probabilidad de los rendimientos y la inexistencia de asimetrías de información. (Fuquen & Rozo, 2013)
- Todos los inversionistas disponen de la misma información. (Fuquen & Rozo, 2013)

1.10.2. Definición Matemática del Modelo de Markowitz.

Markowitz analizó e ilustró el análisis geométrico de la regla de retorno esperado (E); la varianza de los retornos esperados (V) y la exclusión de las ventas en corto, basado en tres y cuatro títulos y no con n valores; por consiguiente, se emplearon las siguientes expresiones básicas relativas a la definición de la variable aleatoria rendimiento del portafolio combinado r_p , el valor esperado y la varianza de r_p . (Fuquen & Rozo, 2013).

La diversificación eficiente planteada por Markowitz tiene en cuenta la covarianza, de forma que se esperaría tener un portafolio conformado por acciones de empresas de diferentes industrias o sectores diferenciados por características económicas que tienden a tener entre las acciones una covarianza más baja que, por ejemplo, la apreciada en empresas del mismo sector. A partir de un número de activos que conforman un portafolio o cartera, el modelo resuelve en qué proporciones invertir en cada uno de ellos. El aporte principal es recoger de forma explícita en el modelo los rasgos fundamentales de lo que en un principio se puede calificar como conducta racional del inversor, consistente en buscar aquella composición de la cartera que haga máxima la rentabilidad de la cartera para un determinado nivel de riesgo de esta, o bien, un mínimo riesgo de la cartera para una rentabilidad dada. (Fuquen & Rozo, 2013)

No obstante, el modelo de Markowitz no determina el número de activos, ni selecciona en qué activos invertir. Por su parte, el análisis media-varianza sí considera plenamente los dos objetivos que el inversionista tiene en conflicto en el momento de la compra, por una parte, maximizar los rendimientos esperados y, por otra, minimizar el riesgo; todo lo anterior constituye la base para la mayoría de los modelos de selección del portafolio. (Fuquen & Rozo, 2013)

La fórmula matemática para calcular la rentabilidad de una cartera es:

$$E(r_p) = w_1E(r_1) + w_2E(r_2) + \dots + w_nE(r_n)$$

Y la fórmula para calcular la volatilidad es:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}$$

Donde $w_i w_j$ son proporciones de inversión y σ_{ij} es la covarianza entre activos. (Fuquen & Rozo, 2013)

La varianza del portafolio matricialmente se representa como: $\sigma_p^2 = w^T \Omega w$, donde Ω representa la matriz de varianzas y covarianzas de los rendimientos de los activos del portafolio y w^T el vector traspuesto de las proporciones. Se observa que por lo general entre más activos conformen el portafolio, es decir, entre más diversificación se tiene, menor es la desviación estándar de la cartera, dado que las proporciones de inversión se reducen, pero están sujetas a la restricción presupuestal que implica que la sumatoria de estas participaciones es igual al cien por ciento. (Fuquen & Rozo, 2013)

La diversificación eficiente del modelo de Markowitz que minimiza σ_p establece, las proporciones de inversión de cada uno de los activos que conforman el portafolio, considerando el conocimiento entre activos, es decir la covarianza, la cual también se puede expresar también en función de las desviaciones de los activos y del coeficiente de correlación así: (Fuquen & Rozo, 2013)

$$\sigma_{ij} = \rho \sigma_i \sigma_j$$

De esta manera el modelo de la media-varianza para el inversionista consiste en el modelo media varianza que es el que maximiza la media sujeto a un nivel de riesgo o contrariamente minimiza el riesgo sujeto a un nivel de rentabilidad.

$$\begin{aligned} &UE(r_p, \sigma_p) \\ &\text{Sujeto a } \sum_{i=1}^n w_i = 1 \end{aligned}$$

Si la anterior sumatoria es inferior a 1 se entiende que se presta una parte del presupuesto y, por lo tanto, no se invierte la totalidad disponible, mientras que si esta sumatoria es mayor a 1 se considera que el inversionista se endeuda e invierte un mayor valor al presupuesto total disponible. (Fuquen & Rozo, 2013)

Cuando la proporción de inversión de un activo es negativa indica que la venta se hizo en corto (posición corta), es decir, se vende sin poseer los activos en el momento de la transacción; para restringir este evento se adiciona la siguiente relación $W_i > 0$. (Fuquen & Rozo, 2013)

Para resolver el modelo de Markowitz se requiere aparte de conocer la función de utilidad del inversionista expresada en función de la media y la varianza, n ecuaciones de retorno esperado, n ecuaciones de varianza y $n(n-1)/2$ ecuaciones de covarianza o coeficientes de correlación que se obtienen al resolver la combinación $\binom{n}{2}$. (Fuquen & Rozo, 2013)

1.10.3. Frontera Eficiente de Markowitz.

Gálvez, Gutiérrez y Salgado (2010), aseguran que la frontera eficiente es el conjunto de puntos del plano de retorno-riesgo, en la cual están todas las carteras de inversión que tienen un mínimo riesgo para un retorno esperado dado.

De acuerdo a Garza (2009), para Markowitz, un portafolio eficiente es aquel que proporciona el rendimiento máximo para un determinado nivel de riesgo o, por el contrario, el riesgo mínimo para un nivel de rendimiento determinado. Establece que la frontera eficiente es el conjunto de portafolios eficientes bajo criterios anteriores y puede calcularse resolviendo:

$$\text{Min} \quad \sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i \cdot x_j \sigma_{ij}$$

Sujeto a:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot E(R_i) = V^*$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$x_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, n)$$

En donde:

x_i Es la ponderación que se le da al activo i

$\sigma^2(R_p)$ Es la varianza del portafolio p

σ_{ij} Es la covarianza entre las activas i y j

$E(R_p)$ Es el rendimiento esperado del portafolio p

Por lo tanto, de acuerdo a Galarza (2009), al variar el parámetro V^* , obtendremos resolviendo el sistema, el conjunto de ponderaciones x_i que minimizan el riesgo del portafolio. El conjunto de rendimientos esperados para cada portafolio con su varianza correspondiente es lo que se denomina la frontera eficiente.

Al construir una frontera eficiente, estamos encontrando, en realidad, el conjunto de portafolios que cumplen con un nivel de riesgo determinado, para un nivel de rendimiento dado y viceversa, cumpliendo entonces con la idea de los portafolios de mínima varianza. Siendo así, estamos encontrando y ubicando en un gráfico, aquellos portafolios de mínima varianza para un nivel dado de rendimiento esperado. (Garza, 2009)

1.11. Modelo de Sharpe

De acuerdo a Brun y Moreno (2012), el modelo de Sharpe surgió para solucionar el problema de complejidad de cálculos numéricos del modelo de Markowitz.

Según Población y Serna (2015), Sharpe en 1963 y Treynor en 1965 realizan simplificaciones que facilitan la aplicación práctica del Modelo de Markowitz. Específicamente, Sharpe supone que la dependencia estadística entre los rendimientos de los títulos no es directa, sino que se deriva de la relación entre los rendimientos de los títulos y un grupo de indicadores macroeconómicos, como pueden ser el producto interior bruto, el índice general de precios, la renta por habitante, etc.

De acuerdo a Calderón, Merino, Peces, Rodríguez y Serra (2014), si nos fijamos en los movimientos que experimentan los precios de diferentes valores en un mercado, podemos observar que tienden a moverse al alza o a la baja en conjunto, lo que sugiere la existencia de una interrelación entre ellos. Este comportamiento nos permite deducir que existen una serie de factores comunes que inciden en las variaciones de los precios y que podemos representar a través del rendimiento de mercado.

1.12. Supuestos del Modelo de Sharpe

En su obra, Brun y Moreno (2012), se refieren a que el modelo de Sharpe se basa en las siguientes hipótesis:

- El término ε_j es una variable aleatoria con media cero y varianza constante.

$$E(\varepsilon_j) = 0$$
$$Var(\varepsilon_j) = \sigma_\varepsilon^2$$

Intuitivamente, una de las razones por la que la media de esta variable es cero es porque se trata de una variable que no presenta ningún patrón definido.

Si este supuesto es correcto, la rentabilidad esperada del activo será:

$$E(r_j) = \alpha_j + \beta_j \times E(r_m)$$

- La variable ε_j es independiente de la rentabilidad del mercado. Por tanto,

$$Cov(r_m, \varepsilon_j) = 0$$

De una manera hipotética este supuesto implica que si esta covarianza no es igual a cero, el comportamiento de ε_j estaría recogido en β_j , entonces la varianza del activo j será:

$$\sigma_j^2 = \beta_j^2 \sigma_m^2 + \sigma_\varepsilon^2$$

- La covarianza entre los términos ε_j correspondientes a dos activos es igual a cero.

$$Cov(\varepsilon_j \varepsilon_i) = 0$$

Gracias a esta hipótesis, los cálculos a realizar en el modelo de mercado de Sharpe se simplifican respecto a los del modelo de Markowitz. Para este último, la covarianza entre dos activos podía ser distinta de cero y, por tanto, debía ser calculada. En cambio, en el modelo de Sharpe, las rentabilidades de dos activos son independientes entre sí ya que dichas rentabilidades únicamente dependen de las características de la empresa en cuestión y de la sensibilidad con el mercado.

- El modelo de Sharpe también se basa en dos hipótesis en las que se basaba el modelo de Markowitz. La primera de ellas supone que se invierte todo el presupuesto disponible para la creación de la cartera:

$$\sum_{j=1}^n W_j = 1$$

El segundo supuesto es que no se puede invertir una cantidad negativa en un activo:

$$W_j > 0$$

Una vez presentadas las hipótesis del modelo de Sharpe, las variables que deberán calcularse para determinar una cartera óptima son varias. Primero hay que calcular la

rentabilidad esperada y la volatilidad del índice. Hay que remarcar que estas dos variables tendrán un valor que es independiente del número de activos que compongan la cartera del inversor. Para cada activo individual se deberán calcular los valores α_j , β_j y σ_ε^2 . (Brun & Moreno, 2012)

1.13. Definición Matemática del Modelo de Sharpe

Según este modelo, el rendimiento de un título se puede representar por la siguiente expresión (Calderón, Merino, Peces, Rodríguez, & Serra, 2014):

$$R_j = \alpha_j + \beta_j(R_m) + \varepsilon_j$$

Donde:

R_j = Rendimiento del título j en un periodo.

R_m = Rendimiento del mercado representado por un índice.

α_j = Alfa del activo.

β_j = Se denomina “coeficiente de volatilidad”. Beta del activo.

ε_j = Es el término aleatorio que representa el error residual en la estimación del rendimiento.

Entonces la rentabilidad del activo j depende de varios factores:

- α_j , representa la rentabilidad mínima que ha de ofrecer el activo j . Esta rentabilidad vendrá explicada por la actividad de la empresa que lo emite, su gestión, nivel de endeudamiento, etc. (Brun & Moreno, 2012)
- $\beta_j(R_m)$, término que indica la rentabilidad del activo j que viene explicada por el mercado. (Brun & Moreno, 2012)

La rentabilidad de una empresa depende, en gran parte, de la gestión realizada por ésta, pero también existen otros factores que no dependen directamente de la empresa sino del mercado, como, por ejemplo, los tipos de interés. Si suben los tipos de interés, la rentabilidad de la empresa debería disminuir porque los intereses que ésta paga por su deuda serán mayores. Pero el impacto que tienen los datos macroeconómicos en la empresa depende de las características de ésta. Por tanto, la rentabilidad del activo j debe reflejar la sensibilidad del activo con el mercado. El factor que mide esta sensibilidad es β_j . (Brun & Moreno, 2012)

1.14. Modelo CML (Capital Market Line o Línea del Mercado de Capitales)

La Línea del Mercado de Capitales CML, expone las combinaciones rentabilidad-riesgo de activos financieros. Con r_f , nivel de rentabilidad para un activo libre de riesgo (Bonos del Estado por ejemplo) y M, combinación globalmente observada en el mercado, llamada también cartera de mercado. La elección de la combinación va a depender del perfil del inversor y de su aversión al riesgo. (Castro, Robles, 2016)

Benninga, refiere a la CML como el modelo que le dice al inversor que la estrategia óptima de inversión es dividir su capital entre dos activos: un activo libre de riesgo que gana r_f y un activo arriesgado representativo del riesgo del mercado como un todo. (Benninga, 2015)

1.15. Supuestos del Modelo de CML

Vinitzky (2008), recoge que en 1958 Tobin se refiere a una serie de conceptos y supuestos que indican como armar de forma correcta óptimos portafolios de inversión y a su vez analizarlos, basándonos primordialmente en el modelo – la CML o Capital Market Line -.

La existencia de un activo libre de riesgo: el análisis de Tobin tomando como referencia el modelo de Markowitz hizo un hipotético caso en el que existe un endeudamiento de parte de aquellos que desean invertir o solicitar apalancamiento a una tasa de interés similar. Es por eso que se planea hacer una inclusión de un activo libre de riesgo, tomando el modelo que se mencionó como referencia (donde existe la certeza de un buen rendimiento) y que sea posible que en un crédito se usen tasas de interés ya fijadas. (Vinitzky, 2008)

Cuando se cumple la función $E[R(F)] = R(F)$ se determina que F es un activo libre de riesgo, y no existe discrepancia entre los valores finales y esperados. Así, $s[R(F)] = R(F) - E[R(F)] = 0$, esta función muestra la nulidad cuando asociamos el riesgo con la rentabilidad. (Vinitzky, 2008)

En el momento que decidimos buscar el mejor portafolio de inversión, el primer paso para lograrlo es suponer la existencia de activos libres de riesgo. Al localizar dichos portafolios lo hacemos a través de una recta que pasa por un portafolio de tangencia y por un activo sin riesgo. Así, obtenemos una frontera de eficiencia óptima. (Vinitzky, 2008)

En el ámbito práctico no existen activos sin riesgo en su rentabilidad. Se conoce que TREASURY-BILLS, TREASURY BONDS, los plazos fijos de corto en la banca internacional de élite, letras de tesorería de algunos países, se utilizan como un apoyo ya que sirven

como sustitutos o clones. Para ubicar el activo libre de riesgo nos dirigimos al eje vertical, ya que su riesgo es cero. (Vinitzky, 2008)

- El teorema de la separación: establece la existencia de criterios objetivos al momento de afrontar inversiones óptimas que maximicen la riqueza. Este se basa en dos reglas de decisión: (Vinitzky, 2008)
- Para que podamos dar con un portafolio de mercado por lo general se elige un portafolio con un índice notorio de activos riesgosos. En el mundo los agentes económicos tienen probabilidades similares, en cuanto al equilibrio en el mercado de capitales y activos sin riesgo. (Vinitzky, 2008)
- Cuando existen probabilidades similares en los agentes económicos, en cuanto al equilibrio en el mercado de capitales y activos sin riesgo se busca la particularidad de implementar en un portafolio de separación parte de un activo sin riesgo.

Se debe tomar en cuenta que estas reglas tienen rumbos distintos. En primera instancia se escoge el mejor activo riesgoso, o sea un índice que se lo podría llamar portafolio de mercado. Por otro lado, como segundo paso los portafolios de inversión son construidos por agentes económicos según su manera de evitar el riesgo, sea cual sea el sujeto económico que se presente. (Vinitzky, 2008)

El activo libre de riesgo y los activos riesgosos combinados son bases importantes que la inversión debe elegir, de esta manera podemos finalizar el teorema de la separación (Vinitzky, 2008). Otros supuestos a tener en cuenta en el CML son:

- Expectativas homogéneas: al modelo de Markowitz se le adicionó el supuesto de unas expectativas homogéneas ya que Tobin menciona que los mercados son vehículos de consenso o agrupa varias visiones probables, donde los que más influyen y forman expectativas necesarias son los intermediarios, por otro lado los productores de información proveen a los inversores de inputs pero también tienen la potestad de diferir. Bajo este supuesto, toda la zona de los portafolios factibles la tienen los agentes, al igual que la misma frontera de eficiencia. (Vinitzky, 2008)

1.16. Definición Matemática del Modelo CML

Para poder ubicar los portafolios de separación luego de haber estudiado los supuestos obtenemos determinamos el Capital Market Line o CML, que es una recta donde ubicamos dichos portafolios. (Vinitzky, 2008)

$$S = \langle X(F); X(M) \rangle$$

En donde:

$$X(F) + X(M) = 1$$

$X(F)$ = Proporción de activo libre de riesgo

$X(M)$ = Proporción de portafolio de mercado

La ecuación la podemos expresar del siguiente modo:

$$E[R(S)] = R(F) + \frac{E[R(M)] - R(F)}{\sigma(M)} \cdot \sigma(S)$$

En donde:

$E[R(S)]$ se la conoce como variable dependiente,

$R(F)$ conocida como valor tiempo del dinero,

$E[R(M)] - R(F)$ aquel precio del riesgo,

$E[R(M)]$ se define como el retorno esperado del portafolio de mercado,

$\sigma(M)$ representa la volatilidad o varianza de este rendimiento,

en tanto $\sigma(S)$ es la variable independiente y exhibe la volatilidad de los retornos del activo S .

(Vinitzky, 2008)

CML nos indica que un activo libre de riesgo $R(F)$, se relaciona en gran medida con el rendimiento de una cartera, así nos explica que progresivamente se aumentará al tener la cartera con un mayor índice de riesgo $\sigma(S)$. El mercado asume el costo de una prima de riesgo $E[R(M)] - R(F)/\sigma(M)$ por cada unidad de riesgo de la que se encarga. O sea, para que se reduzca la aversión al riesgo el inversor tendrá un costo de oportunidad que es delegado por un activo sin riesgo. Cuando ocurre este caso se desplaza hacia la derecha por la CML consiguiendo un óptimo y mayor rendimiento. (Vinitzky, 2008)

1.17. Modelo SML (Security Market Line o Línea de Mercado de Títulos)

Marín y Tellez (2014), en su obra describen el modelo de la Línea de Mercado de Títulos o Security Market Line (SML), como base del modelo de equilibrio de activos financieros o teoría de valoración de carteras (Capital Assets Pricing Model o CAPM), y este parte de la existencia de carteras ineficientes, en las que no hay una relación directa entre rentabilidad y riesgo, debiendo medirse este último como la covarianza de los rendimientos de los títulos con el del mercado. De forma que, en equilibrio, todas las carteras, eficientes o no, se encuentran en la SML.

Por otro lado, Pérez (2014), refiere que debemos considerar la diferencia existente entre una línea de mercado de capitales (CML) y una línea de mercado de títulos (SML). La primera, relaciona el rendimiento y el riesgo y se mide por la desviación estándar; la segunda, relaciona el rendimiento y el riesgo y se mide a través de beta, la diferencia consiste en su aplicación. Mientras la CML es utilizada por inversionistas cuyos portafolios son combinados entre acciones y títulos de libre riesgo, la SML es aplicable a portafolios con cualquier clase de activo o título.

La Línea de Mercado de Títulos (SML), vincula el retorno de cualquier activo a su riesgo de mercado (también llamado riesgo sistemático del activo). La SML dice que el rendimiento esperado de cualquier activo depende de su sensibilidad respecto del mercado. Dicha sensibilidad es conocida como beta y habitualmente se escribe con la letra griega β . Activos con mayores β tienen mayores riesgos y tendrán mayores retornos esperados. (Benninga, 2015)

1.18. Supuestos del Modelo SML

Markowitz menciona que para establecer como varía el riesgo de un activo o cualquier portafolio no se asocia con el riesgo total de su modelo ampliado (equilibrio de mercado, activos sin riesgo, probabilidades similares), más bien como lo menciona Sharpe, se lo asocia con el coeficiente beta. Esto da origen a un conjunto de supuestos básicos que dan su nombre al modelo de CAPM, donde destaca arbitraje sin límites, mercado de capitales en equilibrio, expectativas homogéneas entre otros. Con esto se conoce la relación entre un riesgo sistemático y rentabilidad, como Sharpe lo da a entender en dicho modelo, también mencionó que se podría aplicar en Security Market Line (SML).

1.19. Definición Matemática del Modelo SML

Su expresión matemática es la siguiente: (Vinitzky, 2008)

$$E[R_i] = R_f + (E[R_m] - R_f) \cdot \beta_i$$

En donde:

$E[R_i]$ busca el retorno esperado de un portafolio i .

R_f nos muestra la tasa libre de riesgo.

$E[R_m]$ posibilidad de retorno de la cartera de mercado.

β_i forma la medida de riesgo relevante.

De esta manera, para obtener el retorno esperado de un activo se lo hace a través de la tasa libre de riesgo R_f , añadiendo una prima de riesgo $(E[R_m] - R_f)$ que es multiplicada por el riesgo mercado, por lo tanto para obtener la sensibilidad del rendimiento de un título frente a lo que llamamos retorno de mercado se emplean medidas de riesgo. (Vinitzky, 2008)

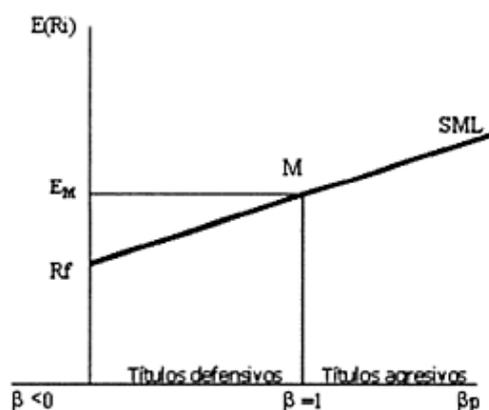


Figura 1: Cálculo de modelo SML
Fuente: Corredor. Herazo & Martínez, 2007
Elaboración: La Autora

1.20. Modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model o Modelo de Valoración de Activos Financieros)

Los fundamentos teóricos en que se basa el CAPM, utilizando los trabajos previos de Markowitz (1952-1959) y (Tobin, 1958) sobre la teoría de la diversificación de las carteras – que asumen las hipótesis de la aversión al riesgo de los inversores y la convexidad de las funciones de utilidad de la riqueza representadas por curvas de indiferencia. Fueron inicialmente desarrolladas por (Treyner, 1961) Sharpe (1963, 1964) y Lintner (1965), que llegó a las mismas conclusiones que Treyner, y (Mossin, 1966), se clarificó el trabajo de (Sharpe, 1964) y se dotó de una mayor precisión matemática a las condiciones de equilibrio del mercado y establecen el punto de partida del concepto de creación de valor para el accionista al argumentar que la rentabilidad total (TSR) y esperada $[E(K_e)]$ de las acciones por parte del inversor están directamente relacionadas con el nivel de riesgo de los activos.

El CAPM se presenta como un modelo estático que relaciona la rentabilidad y el riesgo de los activos y que parte del análisis del equilibrio general de los mercados de capitales bajo un conjunto de hipótesis muy restrictivas e incluso irreales; aunque es preciso señalar que el correcto contraste de una teoría no es el realismo de sus asunciones sino la aceptabilidad de sus implicaciones.

De acuerdo a Cortés (2012) el CAPM es un modelo de equilibrio basado en la teoría del portafolio, el cual muestra cuál debe ser la prima de riesgo para cada activo. Así mismo, el modelo CAPM establece que en equilibrio, el mercado paga un precio para que individuos adversos al riesgo estén dispuestos a asumirlo. Por consiguiente, el rendimiento esperado de un portafolio será mayor mientras más riesgoso sea.

1.21. Supuestos del Modelo CAPM

Ochoa (2010), basándose en su estudio, Sharpe (1964), menciona que el CAPM se construyó bajo los parámetros o supuestos básicos que son:

- a) Se prefiere esquivar el riesgo según los inversionistas, ya que ellos lo que buscan es a través del tiempo maximizar su utilidad. (Ochoa, 2010)
- b) Buscar una correcta estabilidad entre la varianza asociada y el retorno que se espera es lo que desean los inversionistas para la elaboración de sus portafolios. (Ochoa, 2010)
- c) En el momento en el que el mercado desea transar no existen fricciones o cuando desea negociar los activos que están libres de costos de transacción. (Ochoa, 2010)
- d) Una tasa libre de riesgo puede ser transada por los inversionistas. (Ochoa, 2010)
- e) Los inversionistas se forman una misma expectativa del retorno esperado cuando no existe información que sea asimétrica y cuando hay lógica de inversión entre quienes desean invertir. (Ochoa, 2010)

Se deduce que no puede existir exceso de demanda y oferta de activos, ya que existen precios establecidos que indican que el punto de equilibrio existe cuando la oferta de los activos es igual a su demanda. Esto debe ocurrir para que los precios sean ajustados y sostenidos por quienes desean invertir. Por esto se menciona que el modelo CAPM requiere equilibrio de portafolios eficientes y en el mercado. (Ochoa, 2010)

De los supuestos anteriores se obtiene:

- En equilibrio los precios de los activos se ajustan de manera que cuando los agentes económicos mantienen un portafolio óptimo, la demanda agregada de cada activo es igual a su oferta. (Cortés, 2012)
- Los inversionistas mantienen combinaciones del portafolio de mercado y el activo libre de riesgo. (Cortés, 2012)
- Todos los agentes invierten en los activos riesgosos en la misma proporción. (Cortés, 2012)

- El mercado de activos estará en equilibrio sólo si esas proporciones son las mismas en que están valuados los activos en el mercado. Se define como portafolio de mercado a aquel que mantiene a los activos en proporción a su valor de mercado. (Cortés, 2012)

1.22. Definición Matemática del Modelo CAPM

La rentabilidad esperada de un activo $E[K_e]$, de acuerdo con el CAPM, puede definirse de la siguiente forma: (Lacarte, 2012)

$$E[K_e] = R_f + \beta * (E[K_{rm}] - R_f)$$

Donde:

R_f es la tasa libre de riesgo.

β es el denominado coeficiente beta (mide el riesgo sistemático o no diversificable).

$E[K_{rm}] - R_f$ se le denomina prima de riesgo del mercado.

En consecuencia, con la fórmula anterior, el CAPM establece una relación lineal positiva entre K_e y β , por lo que otras variables que no sean el coeficiente beta (β) no pueden capturar la variación en las rentabilidades de los activos. (Lacarte, 2012)

Para estimar los distintos elementos de la CAPM tenemos:

a) Estimar la tasa libre de riesgo

Brigham y Ehrhardt (2006), refieren que el punto de partida al estimar el costo del capital mediante el modelo CAPM es R_f , la tasa libre de riesgo. Como en la práctica es imposible encontrar una tasa absolutamente sin riesgo en la cual basar el modelo CAPM, ¿cuál debería usarse? Una encuesta administrada a compañías de mucho prestigio demostró que cerca de dos terceras partes preferían la tasa de los bonos de tesorería a largo plazo, por los siguientes motivos:

1. Las acciones comunes son valores de largo plazo y los tenedores sí invierten a periodos largos, aunque haya quienes no lo hagan. Es, pues, lógico suponer que los rendimientos incluyen expectativas de inflación a largo plazo, semejantes a las que se reflejan en los bonos más que en las expectativas a corto plazo de las letras. (Brigham & Ehrhardt, 2006)

2. La tasa de las letras de tesorería es más volátil que la de los bonos y, como señala la mayoría de los expertos, más volátiles que $E[K_e]$. (Brigham & Ehrhardt, 2006)
3. En teoría el modelo CAPM mide la tasa esperada durante un periodo de tenencia. Cuando con él se estima el costo del capital de un proyecto, el periodo teóricamente correcto de tenencia es la vida del proyecto. El del modelo debería ser largo ya que algunos se prolongan mucho tiempo. En conclusión, la tasa de un bono de tesorería a largo plazo es la mejor opción tratándose de una tasa libre de riesgo, por lo regular se emplea el rendimiento de un bono a 10 años como sinónimo de tasa libre de riesgo. (Brigham & Ehrhardt, 2006)

b) Estimación del coeficiente beta

La beta o coeficiente beta β se define de la siguiente forma:

$$\beta = \frac{COV_{sm}}{VAR_m}$$

Donde s es una acción concreta, m es el mercado y COV y VAR son la covarianza y varianza, respectivamente. Milla Gutiérrez señala que las betas de las acciones también pueden determinarse mediante una regresión lineal entre los rendimientos históricos de una acción concreta y los rendimientos históricos de un índice del mercado. (Milla, 2009)

Por tanto, los determinantes del coeficiente beta de una compañía son los siguientes:

1. El *tamaño de la compañía*: las compañías con mayor tasa de crecimiento de capital invertido están sujetas a la incertidumbre de los flujos de caja de sus proyectos de inversión y tienen mayor beta, por lo que se asume una relación positiva entre crecimiento y beta. Por otro lado, se estima que las compañías con un volumen de capitalización bursátil pequeño tienen un riesgo superior y, por tanto una rentabilidad mayor, al de otras compañías de mayor volumen de capitalización bursátil, porque experimentan con mayor intensidad los ciclos económicos (mayor volatilidad de sus ingresos respecto al PIB) y tienen mayores probabilidades de quiebra. (Milla, 2009)
2. El *tipo de negocio* que desarrolla (las compañías que operan en negocios de mayor riesgo tienen mayor coeficiente beta) y *su volatilidad* (variación de la cifra de ventas respecto a variaciones en el PIB). (Milla, 2009)
3. El grado de *apalancamiento operativo* (a mayor apalancamiento operativo, mayor coeficiente beta) y el grado de *apalancamiento financiero* (a mayor grado de

apalancamiento financiero, mayor volatilidad de los resultados y mayor coeficiente beta). (Milla, 2009)

A la hora de utilizar las betas o el coeficiente beta, es preciso señalar que es un error utilizar las betas históricas como subrogado para la estimación de la beta esperada, que es la variable a utilizar para el contraste del CAPM, debido a múltiples razones, entre las que destacan: variabilidad (las betas varían enormemente en función de la frecuencia de sus observación, diaria, semanal, mensual o anual), dependencia del período que se utiliza como mercado de referencia, dependencia del período que se utiliza para su cálculo (uno, dos o cinco años, habitualmente), dependencia del horizonte temporal de las rentabilidades que se utilizan (diarias, mensuales, etc.) y bajos coeficientes de correlación de las regresiones utilizadas para su determinación, lo que cuestiona la validez del CAPM. (Milla, 2009)

c) La prima de riesgo del mercado

Brigham y Ehrhardt (2006), señalan que la prima de riesgo de mercado $E[K_{rm}] - R_f$ es el rendimiento esperado del mercado menos la tasa libre de riesgo. Se le conoce también como prima por riesgo de capital o simplemente prima por capital. Tiene su origen en la aversión del inversionista al riesgo: como ese sentimiento es común, exigen un rendimiento mayor (prima por riesgo) para invertir en acciones riesgosas frente a una deuda de poco riesgo.

La prima de riesgo del mercado (*MARKET RISK PREMIUM O RISK PREMIUM*) es un concepto que puede observarse desde una triple perspectiva:

1. La *prima de riesgo del mercado requerida o exigida*, que es la rentabilidad incremental de una cartera diversificada (mercado) que un inversor demanda sobre la rentabilidad ofrecida por un activo libre de riesgo (Bonos del Estado R_f) y que es necesaria para la determinación de K_e , siendo un concepto no observable. (Milla, 2009)
2. La *prima de riesgo del mercado histórica*, que es el diferencial histórico de la rentabilidad ofrecida por el mercado R_m sobre la rentabilidad ofrecida por los Bonos del Estado R_f . (Milla, 2009)
3. La *prima de riesgo del mercado esperada*, que es el diferencial de la rentabilidad esperada del mercado $[E(R_m)]$ sobre la rentabilidad actual de los Bonos el Estado R_f , siendo, por tanto, un concepto no observable al basarse en expectativas. (Milla, 2009)

La prima de riesgo del mercado requerida y esperada es diferente para cada inversor, en función de sus expectativas, por lo que no cabe hablar de una prima de riesgo del mercado requerida o esperada para el mercado en su conjunto, mientras que la prima de riesgo del mercado histórica es igual para todos los inversores. (Milla, 2009)

Asume que la prima de riesgo del mercado requerida y esperada son idénticas, se define la prima de riesgo del mercado de acciones como la diferencia entre el rendimiento esperado del mercado de acciones $[E(R_m)]$ y el rendimiento actual del mercado de renta fija sin riesgo (deuda pública R_f). Dicha prima de riesgo debe medir lo que los inversores, de media. Demandan como rentabilidad adicional por invertir en una cartera de activos en relación con los activos libres de riesgo. (Milla, 2009)

1.23. Modelo APT (Teoría de Valuación por Arbitraje)

El modelo APT fue propuesto por Ross (1976) como una alternativa al CAPM y su formulación surge de la consideración de la inexistencia de arbitraje en un mercado eficiente. (Milla, 2009)

El modelo APT no requiere, como el CAPM, de un modelo de mercado financiero en equilibrio, aunque al igual que el CAPM, es un modelo estático y de un único periodo. El modelo APT asume expectativas homogéneas, pero no necesita establecer asunción alguna respecto a las funciones de utilidad de los inversores y reemplaza la aproximación analítica del CAPM por la asunción de un modelo múltiple para explicar la rentabilidad de las acciones. (Milla, 2009)

Para el CAPM, la rentabilidad esperada de un título dependerá de su *beta*, mientras que para el modelo APT, la rentabilidad esperada de un título dependerá linealmente de un conjunto de *betas* que medirá la sensibilidad de la rentabilidad de un título ante variaciones de los distintos factores que van a influir en el riesgo sistemático. Por lo tanto, el APT considera distintas fuentes de riesgo sistemático, y no solamente una, como lo hacía el modelo CAPM. (Corredor, Herazo, & Martínez, 2007)

El modelo APT o de valoración por arbitraje, se basa en el planteamiento de un mercado financiero competitivo, el cual, mediante el arbitraje, le asegura al inversionista que los activos sin riesgo deben proporcionar el mismo rendimiento esperado. Este modelo tiene una importante ventaja cualitativa respecto al CAPM, y es la dependencia del riesgo sistemático de varios factores relevantes en lugar de unos solo como defiende el CAPM. (Corredor, Herazo, & Martínez, 2007)

1.24. Supuestos del Modelo APT

El ATP tiene los siguientes supuestos:

- Para describir el rendimiento esperado de una cartera o un activo se utiliza un modelo multifactorial. (Czerwincisi, 2014)
- Un riesgo específico puede ser ignorado cuando se tiene una cartera muy bien diversificada, ya que el inversor busca maximizar sus beneficios, minimizando sus riesgos. (Czerwincisi, 2014)
- No existe oportunidad de arbitraje y por eso todos los precios de activos se encuentran en equilibrio, es por esa razón que los mercados son eficientes. (Czerwincisi, 2014)
- Conociendo el número de los factores y cuáles son, se podría testear el modelo. (Czerwincisi, 2014)

Czerwincisi (2014), menciona que no hay oportunidad de arbitraje en las dos suposiciones consideradas en extremo realistas y que se pueden implementar en la práctica, ya que algunos factores generan rendimientos de un activo. Aquellas otras suposiciones sobre un número infinito de activos y el conocimiento de los factores relevantes son mínimamente aplicadas en la práctica.

1.25. Definición Matemática del Modelo APT

Matemáticamente se puede expresar de la siguiente manera: (Czerwincisi, 2014)

$$E_A = R_F + \beta_{A1} * PR_1 + \beta_{A2} * PR_2 + \dots + \beta_{An} * PR_n$$

E_A menciona la rentabilidad esperada.

R_F muestra rentabilidad sin riesgo.

β_{An} es el coeficiente beta de cada factor.

PR_n observamos la prima de riesgo de cada factor.

Para estimar el coeficiente beta se lo hace a través de la regresión de mínimos cuadrados lineal o multivariante. La prima de riesgo de cada factor PR_n se obtiene de la rentabilidad del factor menos la rentabilidad sin riesgo $R_{factor} - R_f$. Si se puede encontrar suficientes factores relevantes y si cada variable β_{An} , PR_n se puede determinar y medir exactamente, podemos llegar a la conclusión de que el modelo ha sido útil ya que en la práctica es difícil. (Czerwincisi, 2014)

CAPÍTULO II: METODOLOGÍA, DATOS Y COMPAÑIAS

2.1. METODOLOGÍA

Para poder aplicar la metodología de Sharpe dentro de nuestra base de datos como primer paso debemos calcular la beta de los activos seleccionados, con la siguiente formula:

$$\beta_p = \frac{Cov(r_p, r_b)}{Var(r_b)}$$

Luego de obtener la beta calculamos el rendimiento promedio de cada uno de los activos. A continuación, empezamos con la construcción de dos carteras generales con los activos asignados. En la primera cartera se aplicará el método de optimización lineal donde desde el año 2012 al 2016, los activos seleccionados serán divididos en carteras de 5 activos, 10 activos y 15 activos. Estas carteras seleccionarán los activos con betas mayores y menores para determinar el rendimiento y el riesgo propio de la cartera.

De igual manera en la siguiente cartera general realizamos los mismos cálculos con la diferencia de que en este caso el enfoque será naive (1/N), es decir, igual ponderación en cada uno de los activos.

2.2. DATOS Y COMPAÑÍAS

Empleamos el índice Dow Jones. Este fue creado por la Dow Jones Company, fundada por los periodistas y editores financieros Charles Henry Dow y Edward D. Jones en 1882. A partir de 1884 Dow comienza a desarrollar su teoría en donde pretendía relacionar la situación de la economía mediante la medición de la evolución del precio de un grupo de acciones. El proyecto era crear una especie de barómetro que pudiera medir la actividad económica. Finalmente, el 26 mayo de 1896, hizo su debut el Dow Jones. (Castro, 2006)

Los datos de las compañías fueron descargados de Yahoo Finanzas. A día de hoy las compañías que forman parte del índice son (tabla 1):

Tabla 1. Codificación de Activos.

DOW JONES	
PG	The Procter & Gamble Company
VZ	Verizon Communications Inc.
AAPL	Apple Inc.
INTC	Intel Corporation
CSCO	Cisco Systems, Inc.
UNH	UnitedHealth Group Incorporated
WMT	Wal-Mart Stores, Inc.
PFE	Pfizer Inc.
MCD	McDonald's Corporation
DIS	The Walt Disney Company
HD	The Home Depot, Inc.
AXP	American Express Company
JPM	JPMorgan Chase & Co.
DD	E. I. du Pont de Nemours and Company
IBM	International Business Machines Corporation
TRV	The Travelers Companies, Inc.
KO	The Coca-Cola Company
MRK	Merck & Co., Inc.
MSFT	Microsoft Corporation
MMM	3M Company
CAT	Caterpillar Inc.
UTX	United Technologies Corporation
BA	The Boeing Company
XOM	Exxon Mobil Corporation
JNJ	Johnson & Johnson
GS	The Goldman Sachs Group, Inc.
CVX	Chevron Corporation
NKE	NIKE, Inc.
V	Visa Inc.
GE	General Electric Company

Fuente: Yahoo Finanzas.**Elaboración:** La Autora.

Para la construcción de cada cartera se tomó un periodo de ocho años, es decir; desde el año 2009 hasta el año 2016. Las carteras fueron diversificadas por un lapso de tres años de la siguiente manera:



Figura 2: Periodo de diversificación de cartera.
Fuente: Carteras.
Elaboración: La Autora.

Como podemos observar hemos resaltamos las carteras a partir del año 2012 hasta el año 2016 ya que en estos periodos se tomaron los activos con mayor y menor beta, para poder obtener el rendimiento de cartera propia donde el resultado lo obtenemos con también con el valor del índice de Dow Jones que es igual para todas las carteras.

Luego de obtener estos resultados tomamos los rendimientos de cartera propia de las carteras con 5 activos, 10 activos y 15 activos con mayor y menor beta y calculamos estas medidas de desempeño:

$$\begin{aligned}
 r_{pa} &= r_{pd} * 250 \\
 r_{Ia} &= r_{Id} * 250 \\
 \sigma_{pa} &= \sigma_{pd} * \sqrt{250} \\
 \sigma_{Ia} &= \sigma_{Id} * \sqrt{250} \\
 TE &= \bar{r}_{pa} - \bar{r}_{Ia}
 \end{aligned}$$

Donde:

r_{pa} es rentabilidad de la cartera anualizada.

r_{Ia} es rentabilidad del índice anualizada.

σ_{pa} es desviación típica de la cartera anualizada.

σ_{Ia} es desviación típica del índice anualizado.

TE es tracking error.

CAPÍTULO III: RESULTADOS

3.1. Resultados de las carteras

3.1.1. Cálculo de betas.

La ilustración 1 muestra las betas de todos los activos desde el año 2009 al año 2016

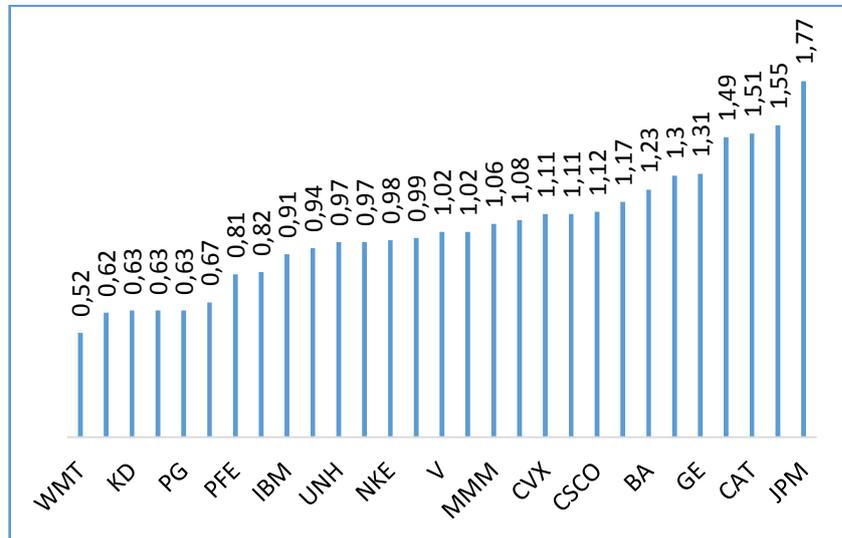


Figura 3. Muestra las betas de los activos 2009/2016.

Fuente: Base de datos

Elaborado: Autora.

En la (Ilustración 3) se observa dos activos con mayor beta como lo son JPM (1,77) y AXP (1,55), mientras que los activos con el beta más bajo son WMT (0,52) y MCD (0,62).

3.1.2. Cartera de 5 activos con mayor beta.

La ilustración 2 muestra la cartera de 5 activos con mayor beta.

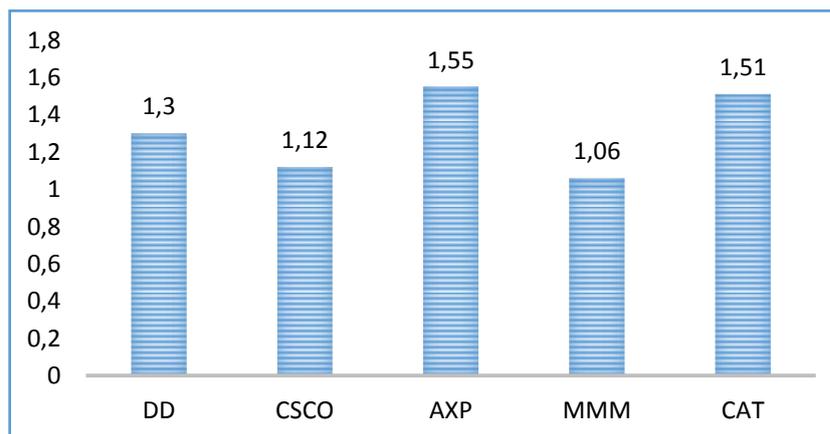


Figura 4. Muestra la cartera de los 5 activos con mayor beta.

Fuente: Base de datos

Elaborado: Autora.

En la (Ilustración 4) se observa dos activos con mayor beta como lo son CAT (1,51) y AXP (1,55), mientras que los activos con el beta más baja son CSCO (1,12) y MMM (1,06).

3.1.3. Cartera de 5 activos con menor beta.

La ilustración 3 muestra la cartera de 5 activos con menor beta

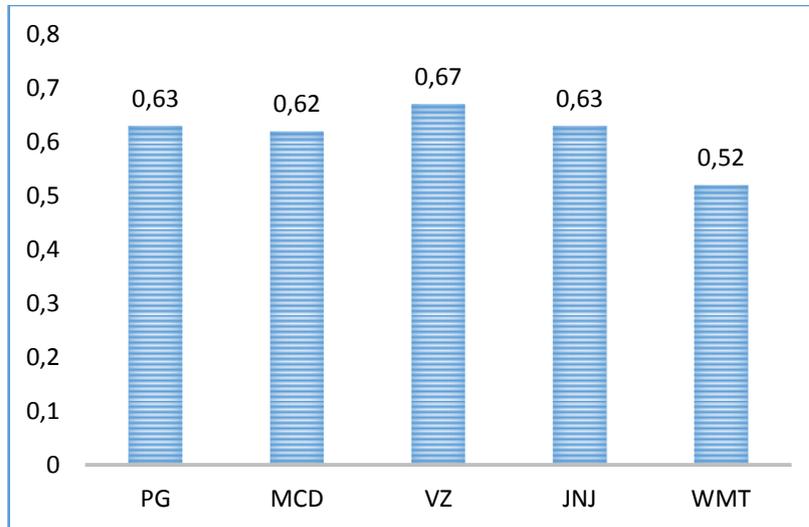


Figura 5. Muestra la cartera de los 5 activos con menor beta.

Fuente: Base de datos

Elaborado: Autora.

En la (Ilustración 5) se observa dos activos con mayor beta como lo son VZ (0,67) y PG (0,63), mientras que los activos con el beta más baja son WMT (0,52) y MCD (0,62).

3.1.4. Cartera de 10 activos con mayor beta

La ilustración 4 muestra la cartera de 10 activos con mayor beta

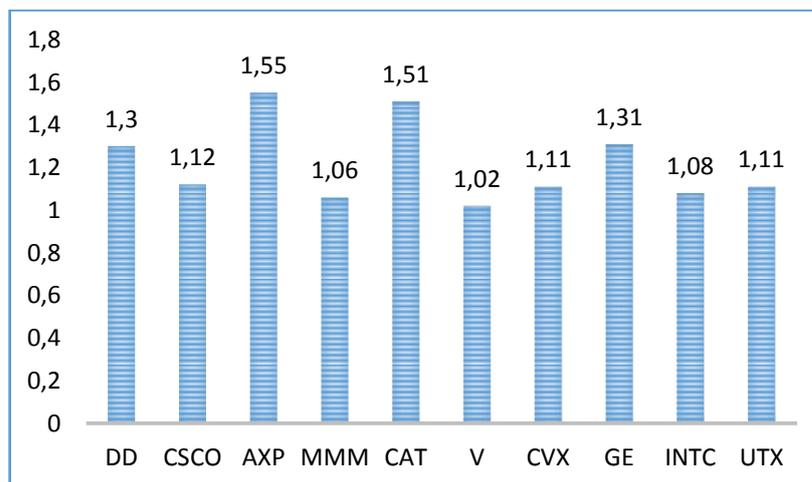


Figura 6. Muestra la cartera de los 10 activos con mayor beta.

Fuente: Base de datos

Elaborado: Autora.

En la (Ilustración 6) se observa dos activos con mayor beta como lo son CAT (1,51) y AXP (1,55), mientras que los activos con el beta más baja son V (1,02) y MMM (1,06).

3.1.5. Cartera de 10 activos con menor beta.

La ilustración 5 muestra la cartera de 10 activos con menor beta

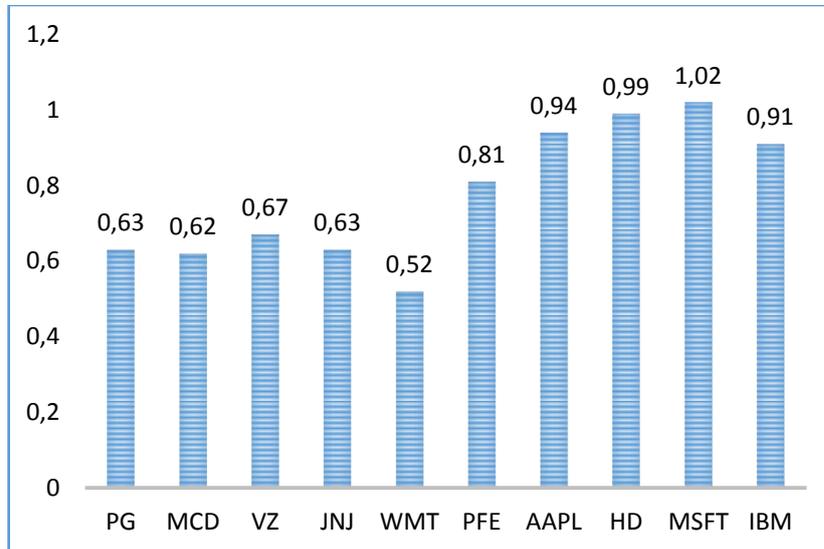


Figura 7. Muestra la cartera de los 10 activos con menor beta.
Fuente: Base de datos
Elaborado: Autora.

En la (Ilustración 7) se observa dos activos con mayor beta como lo son MSFT (1,02) y HD (0,99), mientras que los activos con el beta más baja son WMT (0,52) y MCD (0,62).

3.1.6. Cartera de 15 activos con mayor beta.

La ilustración 6 muestra la cartera de 15 activos con mayor beta

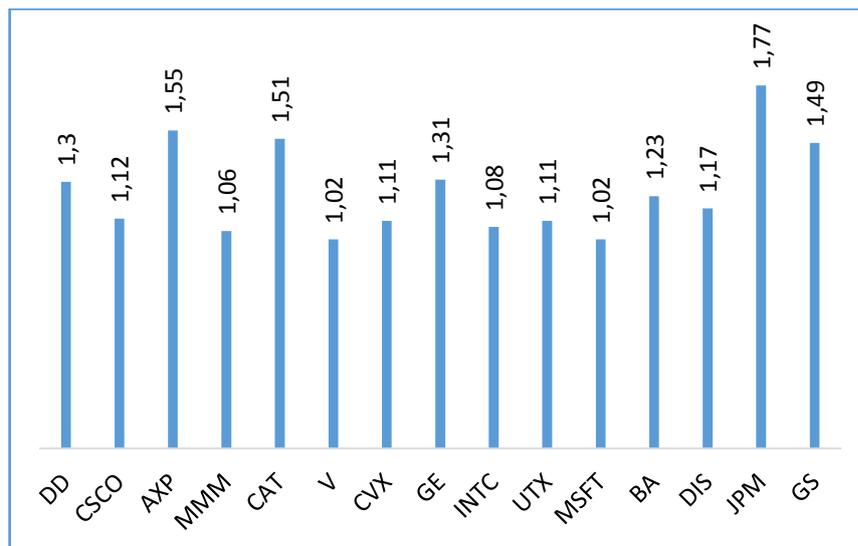


Figura 8. Muestra la cartera de los 15 activos con mayor beta.
Fuente: Base de datos
Elaborado: Autora.

En la (Ilustración 8) se observa dos activos con mayor beta como lo son JPM (1,77) y AXP (1,55), mientras que los activos con la beta más baja son V (1,02) y MSFT (1,02).

3.1.7. Cartera de 15 activos con mayor beta.

La ilustración 7 muestra la cartera de 15 activos con menor beta

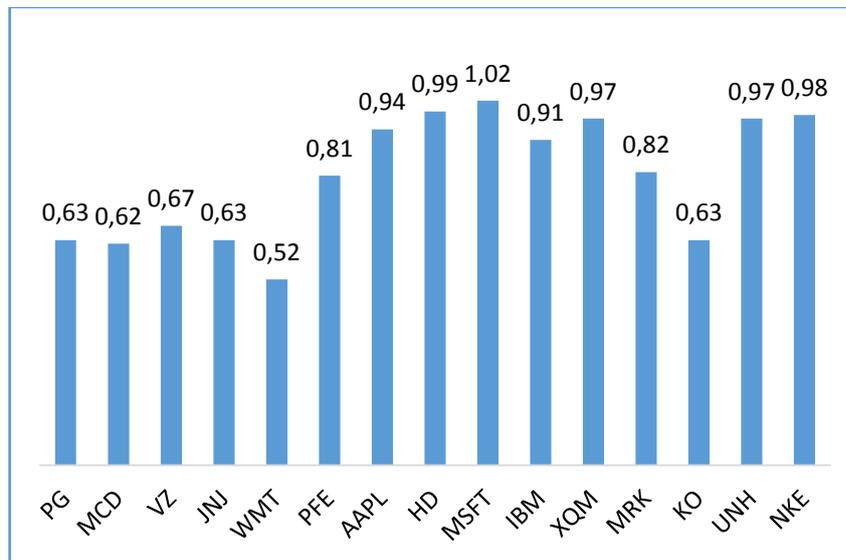


Figura 9. Muestra la cartera de los 15 activos con mayor beta.

Fuente: Base de datos

Elaborado: Autora.

En la (Ilustración 9) se observa dos activos con mayor beta como lo son MSFT (1.02) y HD (0,99), mientras que los activos con el beta más baja son WMT (0,52) y JNJ (0,52).

3.1.8. Dow Jones cartera con 5 activos menor beta por optimización.

La tabla 2 indica resultados de la cartera de 5 activos con menor beta por optimización

Tabla 2. Resultados de la cartera de 5 activos con menor beta por optimización.

DOW JONES DE 5 ACTIVOS MENOR BETA	
Promedio rentabilidad de cartera anualizada	7%
Promedio rentabilidad de índice anualizada	10%
Promedio tracking error	-3%
Desviación típica del índice anualizada	1%
Desviación típica de la cartera anualizada	1%

Fuente: Base de datos

Elaboración: Autora.

En la (Tabla 2) se observa que la rentabilidad promedio anual de la cartera con 5 activos seleccionados del índice Dow Jones es de 7%. La rentabilidad promedio anual del índice es de 10%. El promedio tracking error anual es de -3% que es la diferencia del promedio de la cartera con el índice. La desviación típica de la cartera es de 1% siendo un riesgo bajo al igual que la desviación típica del índice que es de 1%.

3.1.9. Dow Jones cartera con 10 activos menor beta por optimización.

La tabla 3 indica resultados de la cartera de 10 activos con menor beta por optimización

Tabla 3. Resultados de la cartera de 10 activos con menor beta por optimización.

DOW JONES DE 10 ACTIVOS MENOR BETA	
Promedio rentabilidad de cartera anualizada	30%
Promedio rentabilidad de índice anualizada	10%
Promedio tracking error	20%
Desviación típica del índice anualizada	1%
Desviación típica de la cartera anualizada	1%

Fuente: Base de datos

Elaboración: Autora.

En la (Tabla 3) se observa que la rentabilidad promedio anual de la cartera con 10 activos seleccionados del índice Dow Jones es de 30%. La rentabilidad promedio anual del índice es de 10%. El promedio tracking error anual es de 20% que es la diferencia del promedio de la cartera con el índice. La desviación típica de la cartera es de 1% siendo un riesgo bajo al igual que la desviación típica del índice que es de 1%.

3.1.10. Dow Jones cartera con 15 activos menor beta por optimización.

La tabla 4 indica resultados de la cartera de 15 activos con menor beta por optimización

Tabla 4. Resultados de la cartera de 15 activos con menor beta por optimización.

DOW JONES DE 15 ACTIVOS MENOR BETA	
Promedio rentabilidad de cartera anualizada	45%
Promedio rentabilidad de índice anualizada	10%
Promedio de tracking error	35%
Desviación típica del índice anualizada	1%
Desviación típica de cartera anualizada	3%

Fuente: Base de datos

Elaboración: Autora.

En la (Tabla 4), observamos que la rentabilidad promedio anual de la cartera con 15 activos seleccionados es de 45%, La rentabilidad promedio anual del índice es del 10%. El promedio del tracking error anual es del 35% esto es el resultado de la diferencia de la rentabilidad de la cartera con el índice. La desviación típica de la cartera es de un 3%, por lo que se podría decir un riesgo bajo, pero en comparación con el índice es mayor ya que el mismo es del 1%.

3.1.11. Dow Jones cartera con 5 activos mayor beta por optimización

La tabla 5 indica resultados de la cartera de 5 activos con mayor beta por optimización

Tabla 5. Resultados de la cartera de 5 activos con mayor beta por optimización.

DOW JONES DE 5 ACTIVOS MAYOR BETA	
Promedio rentabilidad de cartera anualizada	7%
Promedio rentabilidad de índice anualizada	10%
Promedio tracking error	-3%
Desviación típica del índice anualizada	1%
Desviación típica de la cartera anualizada	1%

Fuente: Base de datos

Elaboración: Autora.

En la (Tabla 5) se observa que la rentabilidad promedio anual de la cartera con 5 activos seleccionados del índice Dow Jones es de 7%. La rentabilidad promedio anual del índice es de 10%. El promedio tracking error anual es de -3% que es la diferencia del promedio de la cartera con el índice. La desviación típica de la cartera es de 1% siendo un riesgo similar al de la desviación típica del índice que es de 1%.

3.1.12. Dow Jones cartera con 10 activos mayor beta por optimización.

La tabla 6 indica resultados de la cartera de 10 activos con mayor beta por optimización

Tabla 6. Resultados de la cartera de 10 activos con mayor beta por optimización.

DOW JONES DE 10 ACTIVOS MAYOR BETA	
Promedio rentabilidad de cartera anualizada	44%
Promedio rentabilidad de índice anualizada	10%
Promedio tracking error	34%
Desviación típica del índice anualizada	1%
Desviación típica de la cartera anualizada	2%

Fuente: Base de datos

Elaboración: Autora.

En la (Tabla 6) observamos que la rentabilidad promedio anual de la cartera con 10 activos seleccionados es de 44%. La rentabilidad promedio anual del índice es de 10%. El promedio del tracking error anual es de 34% esto nos da como resultado de la diferencia entre la rentabilidad de mercado y el índice. La desviación típica de la cartera es de 2% si este riesgo se lo compara con la desviación típica del índice que es de 1% es mayor.

3.1.13. Dow Jones cartera con 15 activos mayor beta por optimización.

La tabla 7 indica resultado de la cartera de 15 activos con mayor beta por optimización

Tabla 7. Resultados de la cartera de 15 activos con mayor beta por optimización.

DOW JONES DE 15 ACTIVOS MAYOR BETA	
Promedio rentabilidad de cartera anualizada	35%
Promedio rentabilidad de índice anualizada	10%
Promedio de tracking error	25%
Desviación típica del índice anualizada	1%
Desviación típica de cartera anualizada	3%

Fuente: Base de datos

Elaboración: Autora.

En la (Tabla 7), observamos que la rentabilidad promedio anual de la cartera con 15 activos seleccionados es de 35%, La rentabilidad promedio anual del índice es del 10%. El promedio del tracking error anual es del 25% esto es el resultado de la diferencia de la rentabilidad de la cartera con el índice. La desviación típica de la cartera es de un 3%, por lo que se podría decir un riesgo bajo, pero en comparación con el índice es mayor. El del índice es del 1%.

3.1.14. Aplicación de método 1/n.

3.1.14.1. Dow Jones cartera con 5 activos menor beta por 1/n.

La tabla 8 indica resultados de la cartera de 5 activos con menor beta por 1/N

Tabla 8. Resultados de la cartera de 5 activos con menor beta por 1/N.

DOW JONES DE 5 ACTIVOS MENOR BETA	
Promedio rentabilidad de cartera anualizada	13%
Promedio rentabilidad de índice anualizada	10%
Promedio tracking error	3%
Desviación típica del índice anualizada	1%
Desviación típica de la cartera anualizada	1%

Fuente: Base de datos

Elaboración: Autora.

En la (Tabla 8) se observa que la rentabilidad promedio anual de la cartera con 5 activos seleccionados del índice Dow Jones es de 13%. La rentabilidad promedio anual del índice es de 10%. El promedio tracking error anual es de 3% que es la diferencia del promedio de la cartera con el índice. La desviación típica de la cartera es de 1% siendo un riesgo similar a la desviación típica del índice que es del 1%.

3.1.14.2. Dow Jones cartera con 10 activos menor beta por 1/n.

La tabla 9 indica resultados de la cartera de 5 activos con menor beta por 1/N

Tabla 9. Resultados de la cartera de 5 activos con menor beta por 1/N.

DOW JONES DE 10 ACTIVOS MENOR BETA	
Promedio rentabilidad de cartera anualizada	30%
Promedio rentabilidad de índice anualizada	10%
Promedio tracking error	20%
Desviación típica del índice anualizada	1%
Desviación típica de la cartera anualizada	2%

Fuente: Base de datos

Elaboración: Autora.

En la (Tabla 9) observamos que la rentabilidad promedio anual de la cartera con 10 activos seleccionados es de 30%. La rentabilidad promedio anual del índice es de 10%. El promedio del tracking error anual es de 20% esto nos da como resultado de la diferencia entre la rentabilidad de mercado y el índice. La desviación típica de la cartera es de 2% si este riesgo se lo compara con la desviación típica del índice que es del 1% es mayor.

3.1.14.3. Dow Jones cartera con 15 activos menor beta por 1/n.

La tabla 10 indica resultados de la cartera de 15 activos con menor beta por 1/N

Tabla 10. Resultados de la cartera de 15 activos con menor beta por 1/N.

DOW JONES DE 15 ACTIVOS MENOR BETA	
Promedio rentabilidad de cartera anualizada	47%
Promedio rentabilidad de índice anualizada	10%
Promedio de tracking error	36%
Desviación típica del índice anualizada	1%
Desviación típica de cartera anualizada	3%

Fuente: Base de datos

Elaboración: Autora.

En la (Tabla 10), observamos que la rentabilidad promedio anual de la cartera con 15 activos seleccionados es de 47%, La rentabilidad promedio anual del índice es del 10%. El promedio del tracking error anual es del 36% esto es el resultado de la diferencia de la rentabilidad de la cartera con el índice. La desviación típica de la cartera es de un 3%, por lo que se podría decir un riesgo bajo, pero en comparación con el índice es mayor. El del índice es del 1%.

3.1.14.4. Dow Jones cartera con 5 activos mayor beta por 1/n.

La tabla 11 indica resultados de la cartera de 5 activos con mayor beta por 1/N

Tabla 11. Resultados de la cartera de 5 activos con mayor beta por 1/N.

DOW JONES DE 5 ACTIVOS MAYOR BETA	
Promedio rentabilidad de cartera anualizada	7%
Promedio rentabilidad de índice anualizada	10%
Promedio tracking error	-3%
Desviación típica del índice anualizada	1%
Desviación típica de la cartera anualizada	1%

Fuente: Base de datos

Elaboración: Autora.

En la (Tabla 11) se observa que la rentabilidad promedio anual de la cartera con 5 activos seleccionados del índice Dow Jones es de 7%. La rentabilidad promedio anual del índice es de 10%. El promedio tracking error anual es de -3% que es la diferencia del promedio de la cartera con el índice. La desviación típica de la cartera es de 1% siendo similar a la desviación típica del índice que es de 1%.

3.1.14.5. Dow Jones cartera con 10 activos mayor beta por 1/n.

La tabla 12 indica resultados de la cartera de 10 activos con mayor beta por 1/N

Tabla 12. Resultados de la cartera de 10 activos con mayor beta por 1/N.

DOW JONES DE 10 ACTIVOS MAYOR BETA	
Promedio rentabilidad de cartera anualizada	38%
Promedio rentabilidad de índice anualizada	10%
Promedio tracking error anualizada	27%
Desviación típica del índice anualizada	1%
Desviación típica de la cartera anualizada	2%

Fuente: Base de datos

Elaboración: Autora.

En la (Tabla 12) observamos que la rentabilidad promedio anual de la cartera con 10 activos seleccionados es de 38%. La rentabilidad promedio anual del índice es de 10%. El promedio del tracking error anual es de 27% esto nos da como resultado de la diferencia entre la rentabilidad de mercado y el índice. La desviación típica de la cartera es de 2% si este riesgo se lo compara con la desviación típica del índice que es de 1% mayor.

3.1.14.6. Dow Jones cartera con 15 activos mayor beta por 1/n.

La tabla 13 indica resultados de la cartera de 15 activos con mayor beta por 1/N

Tabla 13. Resultados de la cartera de 15 activos con mayor beta por 1/N.

DOW JONES DE 15 ACTIVOS MAYOR BETA	
Promedio rentabilidad de cartera anualizada	33%
Promedio rentabilidad de índice anualizada	10%
Promedio de tracking error	23%
Desviación típica del índice anualizada	1%
Desviación típica de cartera anualizada	3%

Fuente: Base de datos

Elaboración: Autora.

En la (Tabla 13), observamos que la rentabilidad promedio anual de la cartera con 15 activos seleccionados es de 33%, La rentabilidad promedio anual del índice es del 10%. El promedio del tracking error anual es del 23% esto es el resultado de la diferencia de la rentabilidad de la cartera con el índice. La desviación típica de la cartera es de un 3%, por lo que se podría decir un riesgo bajo, pero en comparación con el índice es mucho menor. El del índice es del 1%.

CONCLUSIONES

- Al concluir esta investigación podemos determinar que es muy importante que el inversor se interese mucho en el tipo de método que desea aplicar para saber si su inversión logrará obtener una rentabilidad esperada y de esa manera poder reducir en la medida posible el riesgo.
- Existen inversores que utilizan el modelo de Sharpe al momento de invertir para mostrar hasta qué punto uno de ellos está dispuesto a asumir el riesgo para conseguir un mayor retorno de su inversión. Es importante no fijarse tanto en la rentabilidad del fondo, cuando lo más conveniente es hacerlo en los niveles de riesgo. Por lo general este es uno de los errores que se cometen al invertir por parte de asesores e inversores. Claro está que, una alta rentabilidad llama la atención pero debemos pensar muy bien en el riesgo que podríamos asumir.
- Por otro lado, un factor que impide muchas veces al inversor aprovechar oportunidades beneficiosas, es su aversión al riesgo, cuando no se da cuenta que el riesgo de alguna manera es un determinante dentro del campo donde desea invertir.
- En el presente trabajo investigativo se utilizó el índice bursátil DOW JONES, dando excelentes resultados de los activos en donde se demuestra que tuvo una alta rentabilidad y muchas veces el doble por la gran demanda, al tener este resultado varios de estos activos disminuyen su riesgo y llevan al inversor a confiar más en obtener una rentabilidad segura. Dentro de los cálculos resaltaron dos carteras en cuanto a su rentabilidad, en la optimización matemática la cartera de 10 activos con mayor beta mantuvo una rentabilidad del 44%, mientras que la cartera de 15 activos con menor beta y aplicando el método 1/N aumento su rentabilidad a un 47%. En general las carteras que reflejan los mejores resultados son las que tienen 10 activos. La mejor cartera en la optimización matemática fue la cartera de 10 activos con mayor beta y la cartera de 15 activos con menor beta, aplicando el método 1/N.

RECOMENDACIONES

- Es necesario que el inversor se mantenga informado continuamente sobre los cambios dentro de las bolsas y mercado en general, ya que es un punto clave para proyectar inversiones futuras y de esa manera tener las estrategias necesarias que logren rentabilidad a su beneficio.
- El inversor no debería apostar todo a un solo sector, ya que le sería más beneficioso poder distribuir su inversión en varios activos y así tener más probabilidades de obtener rentabilidad y su aversión al riesgo disminuye.
- Se recomienda aplicar el método de SHARPE, ya que se demostró en esta investigación que los activos obtuvieron una mayor rentabilidad y mejor demanda, disminuyendo así el riesgo en cada uno de ellos.

BIBLIOGRAFIA

- Benninga, S. (2015). *Principios de Finanzas con Excel*. (G. Feldman, Trad.) IC Editorial.
- Brigham, E., & Ehrhardt, M. (2006). *Finanzas Corporativas*. México D.F., México: Cengage Learning Editores S.A.
- Brun, X., & Moreno, M. (2012). *Análisis y selección de inversiones en mercados financieros*. Barcelona, España: Bresca.
- Brun, X., Larraga, P., & Moya, M. (2008). *Cómo interpretar la información económica. Análisis de mercados financieros: coyuntura económica, sistema financiero y política monetaria*. Barcelona, España: Bresca.
- Calderón, C., Merino, S., Peces, J., Rodríguez, R., & Serra, A. (2014). *Manual del Asesor Financiero*. Madrid, España: Paraninfo.
- Castro, R. 2. (2006). *Índice Dow Jones*.
- Castro, Robles. (2016). *El CAPM: Las claves del modelo de valoración de activos financieros*.
- Corredor, Á., Herazo, G., & Martínez, C. (2007). *Estado del Arte de las Finanzas*. Bogotá, Colombia: Universidad Santo Tomás.
- Cortés, A. (Septiembre de 2012). *Capital Asset Pricing Model (CAPM)*. Obtenido de Repositorio de la Univesidad Virtual del Estado de Guanajuato: <http://roa.uveg.edu.mx/repositorio/licenciatura/181/CapitalAssetPricingModelCAPM.pdf>
- Czerwincisi, F. (2014). *Valoración de Activos con enfoque sobre CAPM y APT*. Obtenido de Repositorio Digital Universidad Pontificia Comillas Madrid: <https://repositorio.comillas.edu/jspui/bitstream/11531/400/4/TFG000189.pdf>
- Fuquen, J., & Rozo, D. (13 de Febrero de 2013). *Antecedentes y elementos teóricos básicos y conceptuales del Modelo de Markowitz*. Recuperado el 30 de Noviembre de 2012, de Gestión & Sociedad Universidad La Salle: <http://revistas.lasalle.edu.co/index.php/g/article/view/2263/2060>
- Gálvez, P., Gutiérrez, M., & Salgado, M. (Noviembre de 2010). *Optimización de Carteras de Inversión, Modelo Markowitz y Estimación de Volatilidad con GARCH*. Obtenido de Horizontes Empresariales: <http://revistas.ubiobio.cl/index.php/HHEE/article/view/2031/1895>
- Garza, R. (2009). *Teoría de Portafolios Aplicada al Mercado Mexicano de Capitales*. (R. Garza Madera, Ed.) México.
- Gitman, L. J., & Joehnk, M. D. (2005). *Fundamentos de Inversiones* (1ra. ed.). Madrid, España: Pearson Educación S.A.
- Lacarte, J. (2012). *Finanzas Corporativas Aplicadas*. e-Book.

- Marín, J., & Tellez, C. (2014). *Finanzas Internacionales* (2da. ed.). Madrid, España: Paraninfo.
- Milla, A. (2009). *Creación del Valor para el Accionista*. Madrid, España: Díaz de Santos.
- Mossin, J. (1966). Equilibrium in a Capital Asset Market, *Econometrica*, Vol. 34, No. 4, . 768-783.
- Ochoa, O. (22 de Enero de 2010). *Medida de la Eficiencia del Mercado Bursátil en Colombia con asimetrías de información: Un análisis desde el Modelo CAPM*. Obtenido de Repositorio Digital de la Universidad de La Salle: <http://repository.lasalle.edu.co/bitstream/handle/10185/12347/T10.10%20O3m.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Pérez Hernández, I. (25 de Junio de 2013). *Teoría de la cartera (portafolio) y el análisis de riesgo financiero*. Obtenido de Gestipolis: <http://www.gestipolis.com/teoria-de-la-cartera-portafolio-y-el-analisis-de-riesgo-financiero/>
- Pérez, I. (25 de Junio de 2013). *Teoría de la cartera (portafolio) y el análisis de riesgo financiero*. Obtenido de Gestipolis: <http://www.gestipolis.com/teoria-de-la-cartera-portafolio-y-el-analisis-de-riesgo-financiero/>
- Pérez, R. (Enero-Junio de 2014). Valuación de Activos Financieros. *Investigar para hacer ciudad*(30).
- Pindado, J. (2012). *Finanzas Empresariales* (1ra. ed.). Madrid, España: Paraninfo.
- Población, J., & Serna, G. (2015). *Finanzas Cuantitativas Básicas*. Madrid, España: Paraninfo.
- Sharpe. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk, *Journal of Finance*. 425-442.
- Tobin, J. (1958). Liquidity preference as behavior towards risk, *The Review of Economic Studies*,. 25.
- Treynor, J. L. (1961). Market Value, Time, and Risk. Unpublished manuscript. 15.
- Vañó, R. (2008). *Aplicación práctica del Plan General de Contabilidad de pequeñas y medianas empresas y criterios contables específicos para microempresas*. (1ra. ed.). Valladolid, España: Lex Nova.
- Vinitzky, A. (29 de Febrero de 2008). *Medición de retornos en economías inflacionarias: Una adaptación de la SML al mercado de equity argentino*. Obtenido de Universidad del CEMA: https://www.ucema.edu.ar/posgrado-download/tesinas2007/MAF_Vinitzky.pdf

ANEXOS

Anexo 1. Composición de cartera:

Tabla 14. Muestra los 5 activos con menor beta desde el año 2012 al 2016 con sus respectivos pesos.

MENOR BETA					
ACTIVOS 5	2012	2013	2014	2015	2016
PG	1,00	0,77	1,00	0,36	1,00
MCD	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
VZ	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
JNJ	0,00	0,23	0,00	0,00	0,00
WMT	0,00	0,00	0,00	0,64	0,00
TOTAL	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Fuente: Base de datos.

Elaboración: Autora.

Tabla 15. Muestra los 10 activos con menor beta desde el año 2012 al 2016 con sus respectivos pesos.

ACTIVOS 10	2012	2013	2014	2015	2016
PG	1,00	1,00	1,00	0,36	1,00
MCD	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
VZ	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
JNJ	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
WMT	0,00	0,00	0,00	0,64	0,00
TOTAL	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
PFE	1,00	0,77	0,12	1,00	0,83
AAPL	0,00	0,00	0,88	0,00	0,00
HD	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
MSFT	0,00	0,23	0,00	0,00	0,00
IBM	0,00	0,00	0,00	0,00	0,17
TOTAL	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Fuente: Base de datos.

Elaboración: Autora.

Tabla 16. Muestra los 15 activos con menor beta desde el año 2012 al 2016 con sus respectivos pesos.

ACTIVOS 15	2012	2013	2014	2015	2016
PG	1,00	1,00	1,00	0,36	1,00
MCD	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
VZ	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
JNJ	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
WMT	0,00	0,00	0,00	0,64	0,00
TOTAL	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
PFE	1,00	0,77	0,12	1,00	0,83
AAPL	0,00	0,00	0,88	0,00	0,00
HD	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
MSFT	0,00	0,23	0,00	0,00	0,00
IBM	0,00	0,00	0,00	0,00	0,17
TOTAL	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
XOM	1,00	1,00	0,90	0,66	0,86
MRK	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
KO	0,00	0,00	0,10	0,34	0,14
UNH	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
NKE	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
TOTAL	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Fuente: Base de datos.

Elaboración: Autora.

Tabla 17. Muestra los 5 activos con mayor beta desde el año 2012 al 2016 con sus respectivos pesos.

MAYOR BETA					
ACTIVOS 5	2012	2013	2014	2015	2016
DD	0,35	0,65	0,40	0,87	0,30
CSCO	0,42	0,35	0,00	0,00	0,00
MMM	0,00	0,00	0,00	0,13	0,70
CAT	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
HD	0,23	0,00	0,60	0,00	0,00
TOTAL	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Fuente: Base de datos.

Elaboración: Autora.

Tabla 18. Muestra los 10 activos con mayor beta desde el año 2012 al 2016 con sus respectivos pesos.

ACTIVOS 10	2012	2013	2014	2015	2016
DD	0,35	0,65	0,40	0,87	0,30
CSCO	0,42	0,35	0,00	0,00	0,00
MMM	0,00	0,00	0,00	0,13	0,70
CAT	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
HD	0,23	0,00	0,60	0,00	0,00
TOTAL	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
V	1,00	0,25	0,78	0,20	0,83
PFE	0,00	0,00	0,22	0,20	0,00
AAPL	0,00	0,00	0,00	0,20	0,00
INTC	0,00	0,00	0,00	0,20	0,00
UTX	0,00	0,75	0,00	0,20	0,00
TOTAL	1,00	1,00	1,00	1,00	0,83

Fuente: Base de datos.

Elaboración: Autora.

Tabla 19. Muestra los 15 activos con mayor beta desde el año 2012 al 2016 con sus respectivos pesos.

ACTIVOS 15	2012	2013	2014	2015	2016
DD	0,35	0,65	0,40	0,87	0,30
CSCO	0,42	0,35	0,00	0,00	0,00
MMM	0,00	0,00	0,00	0,13	0,70
CAT	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
HD	0,23	0,00	0,60	0,00	0,00
TOTAL	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
V	1,00	0,25	0,78	0,20	0,83
PFE	0,00	0,00	0,22	0,20	0,00
AAPL	0,00	0,00	0,00	0,20	0,17
INTC	0,00	0,00	0,00	0,20	0,00
UTX	0,00	0,75	0,00	0,20	0,00
TOTAL	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
MSFT	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00
BA	0,25	0,00	0,25	0,25	0,25
DIS	0,25	0,00	0,25	0,25	0,25
JPM	0,25	0,00	0,25	0,25	0,25
GS	0,25	0,00	0,25	0,25	0,25
TOTAL	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Fuente: Base de datos.

Elaboración: Autora.