



**UNIVERSIDAD TECNICA PARTICULAR DE LOJA**

*La Universidad Católica de Loja*

**ÁREA TÉCNICA**

**TÍTULO DE INGENIERO CIVIL**

**Diseño de modelo matemático estocástico para analizar información  
hídrica a fin de predecir inundaciones.**

**TRABAJO DE TITULACIÓN**

**AUTOR:** Maldonado Erazo, Pablo Andrés

**DIRECTOR:** Serrano Agila, Richard Germán, Ph.D

**LOJA - ECUADOR**

**2018**



*Esta versión digital, ha sido acreditada bajo la licencia Creative Commons 4.0, CC BY-NY-SA: Reconocimiento-No comercial-Compartir igual; la cual permite copiar, distribuir y comunicar públicamente la obra, mientras se reconozca la autoría original, no se utilice con fines comerciales y se permiten obras derivadas, siempre que mantenga la misma licencia al ser divulgada. <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.es>*

2018

## APROBACIÓN DEL DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

Ph.D

Richard Germán Serrano Agila

**DOCENTE DE LA TITULACIÓN**

De mi consideración:

El presente trabajo de titulación: **Diseño de modelo matemático estocástico para analizar información hídrica a fin de predecir inundaciones** realizado por **Maldonado Erazo Pablo Andrés** ha sido orientado y revisado durante su ejecución, por cuanto se aprueba la presentación del mismo.

Loja, julio de 2018

f). .....

## DECLARACIÓN DE AUTORÍA Y CESIÓN DE DERECHOS

“Yo **Maldonado Erazo Pablo Andrés** declaro ser autor del presente trabajo de titulación: Diseño de modelo matemático estocástico para analizar información hídrica a fin de predecir inundaciones, de la titulación de Ingeniería Civil, siendo el Dr. Richard German Serrano Agila director del presente trabajo; y eximo expresamente a la Universidad Técnica Particular de Loja y a sus representantes legales de posibles reclamos o acciones legales. Además certifico que las ideas, conceptos, procedimientos y resultados vertidos en el presente trabajo investigativo, son de mi exclusiva responsabilidad.

Adicionalmente declaro conocer y aceptar la disposición del Art. 88 del Estatuto Orgánico de la Universidad Técnica Particular de Loja que en su parte pertinente textualmente dice: “Forman parte del patrimonio de la Universidad la propiedad intelectual de investigaciones, trabajos científicos o técnicos y tesis de grado o trabajos de titulación que se realicen con el apoyo financiero, académico o institucional (operativo) de la Universidad”

f.....  
Autor: Maldonado Erazo Pablo Andrés  
Cédula: 1105905572

## **DEDICATORIA**

Dedico este trabajo a Dios y a mi familia.

## **AGRADECIMIENTO**

El presente trabajo es el resultado de muchas horas de esfuerzo y dedicación, pero la elaboración del mismo no se puede atribuir al esfuerzo de una sola persona, sino al grupo de personas que día a día me brindaron su apoyo, energía y me motivaron a cumplir mis metas. Por eso quiero agradecer a mi familia por ser el motor que día a día me impulsa a superarme, por estar conmigo apoyándome siempre, al Dr. Richard Serrano por ser el guía en el desarrollo de este trabajo, a mis amigos que siempre han estado ahí con su incondicional apoyo y principalmente a Dios por haber elegido el hogar en el que nací y haberme permitido vivir todo el conjunto de experiencias, alegrías, fracasos, tristezas y metas que hoy ese resultado se ve plasmado en este proyecto.

*Pablo Maldonado*

## ÍNDICE DE CONTENIDOS

CARATULA.....	I
APROBACIÓN DEL DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN .....	II
DECLARACIÓN DE AUTORÍA Y CESIÓN DE DERECHOS.....	III
DEDICATORIA.....	IV
AGRADECIMIENTO .....	V
ÍNDICE DE CONTENIDOS.....	VI
INDICE DE TABLAS .....	IX
RESUMEN.....	1
ABSTRACT .....	2
INTRODUCCIÓN.....	3
CAPITULO I: ESTADO DEL ARTE.....	5
1.1    INUNDACIONES.....	6
1.2    MODELOS ARIMA.....	6
1.2.1    Procesos Integrados (I).....	7
1.2.2    Procesos Autorregresivos (AR).....	8
1.2.3    Medias Móviles (MA) .....	9
1.3    SERIES TEMPORALES .....	10
1.4    ESTACIONARIEDAD (ESTACIONARIO) .....	10
CAPITULO II: MATERIALES Y METODOLOGIA .....	12
2.1    ZONA DE ESTUDIO.....	13
2.2    RECOLECCIÓN DE DATOS .....	15
2.3    PROCESAMIENTO DE DATOS .....	16
2.4    CRONOLOGÍA DEL DESARROLLO DE MODELOS ARIMA.....	17
2.5    CONSTRUCCIÓN DE MODELOS ARIMA.....	19
2.6    FASE 1: IDENTIFICACIÓN DEL MODELO. ....	20
2.6.1    Prueba 1: Análisis Gráfico .....	20
2.6.2    Prueba 2: Raíz Unitaria.....	20
2.6.3    Prueba 3: Correlograma .....	21
2.7    FASE 2: ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS .....	23
2.8    FASE 3: EXAMEN DE DIAGNÓSTICO .....	25

2.9	FASE 4: PRONÓSTICO .....	25
2.10	MODELACIÓN HIDRÁULICA.....	26
2.11	MATERIALES.....	27
<b>CAPITULO III: RESULTADOS.....</b>		<b>28</b>
3.1	LEVANTAMIENTO TOPOGRÁFICO.....	29
3.2	DESARROLLO DEL MODELO ARIMA.....	29
3.3	MODELACIÓN .....	35
3.4	EVALUACIÓN DE RESULTADOS .....	38
<b>CONCLUSIONES.....</b>		<b>40</b>
<b>RECOMENDACIONES.....</b>		<b>41</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>		<b>42</b>
<b>ANEXOS .....</b>		<b>44</b>



## INDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Serie Estacionaria .....	11
<b>Figura 2</b> Series Temporales no Estacionarias .....	11
<b>Figura 3.</b> Zona de Estudio .....	13
<b>Figura 4.</b> Distribución de temperaturas y precipitaciones. ....	14
<b>Figura 5.</b> Estación linimétrica río Uchima. ....	15
<b>Figura 6</b> Modelo Estocástico .....	16
<b>Figura 7.</b> Recorte del código informático elaborado en MATLAB. ....	17
<b>Figura 8.</b> Recorte de. ....	17
<b>Figura 9.</b> Flujograma para el desarrollo de modelos matemáticos.....	18
<b>Figura 10.</b> Metodología <i>Box-Jenkins</i> .....	19
<b>Figura 11.</b> Curvas de nivel y figura solida de la zona de estudio .....	29
<b>Figura 12.</b> Grafica de la Serie .....	30
<b>Figura 13.</b> Prueba de Raíz Unitaria .....	30
<b>Figura 14.</b> Correlograma de FAC .....	31
<b>Figura 15.</b> Correlograma de FACP.....	31
<b>Figura 16.</b> Modelo Matemático.....	33
<b>Figura 17.</b> Serie vs Regresión.....	33
<b>Figura 18.</b> FAC y FACP de los residuos.....	34
<b>Figura 19.</b> Serie de pronósticos .....	35
<b>Figura 20.</b> Características geomorfológicas en ArcGIS.....	36
<b>Figura 21.</b> Tramo de río (HEC-RAS) .....	36
<b>Figura 22.</b> Modelación hidráulica.....	37
<b>Figura 23.</b> Serie Real vs Pronósticos .....	38

## INDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b> Procesos Integrados.....	8
<b>Tabla 2.</b> Proceso Autorregresivo .....	9
<b>Tabla 3.</b> Medias Móviles.....	10
<b>Tabla 4.</b> Distribución de temperaturas y precipitaciones.....	14
<b>Tabla 5.</b> Tramo de río.....	15
<b>Tabla 6.</b> Función de Autocorrelación.....	22
<b>Tabla 7.</b> Conversión de Procesos Integrados .....	26
<b>Tabla 8.</b> Datos de la serie.....	45
<b>Tabla 9.</b> Correlograma de la serie .....	46
<b>Tabla 10.</b> Análisis de Residuos .....	47
<b>Tabla 11.</b> Pronósticos AR(6) y MA(7) .....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>



## RESUMEN

El presente proyecto consiste en la elaboración de una herramienta informática que analiza el comportamiento histórico de los caudales y a partir de estos, el analista puede desarrollar 81 modelos matemáticos que permiten estimar sus valores futuros. Los modelos matemáticos se desarrollan a través de la metodología Box-Jenkins o también conocidos como modelos ARIMA.

Se tomó como caso de estudio los caudales aforados en el río Uchima, analizando los caudales máximos instantáneos de cada mes del registro histórico de datos ya que las inundaciones se relacionan con eventos extremos. Finalmente se diseñó el modelo matemático que rige la evolución del caudal en el tiempo.

En base a esto se generó pronósticos para el posterior año a la serie, realizando la modelación hidráulica para el pronóstico de mayor caudal en el tramo del río donde se encuentra la estación de aforo.

**PALABRAS CLAVE:** Inundaciones, pronósticos, Box-Jenkins, ARIMA, modelos matemáticos.

## **ABSTRACT**

The present project consists in the elaboration of a computer tool that analyzes the historical behavior of historical models and, from now on, the analyst can develop 81 mathematical models that allow estimating their future values. Mathematical models are converted through methodology. Box-Jenkins or also known as ARIMA models.

The volumetric flows in the Uchima River were taken as a case study. The instantaneous maximum flows of each month of the historical record of data were analyzed since the floods are related to extreme events. Finally, the mathematical model that governs the evolution of the flow over time was designed.

Based on this, forecasts were generated for the subsequent year to the series, making the hydraulic modeling for the forecast of greater flow in the stretch of the river where the gauging station is located.

**KEY WORDS:** Floods, forecasts, Box-Jenkins, ARIMA, mathematical models.

## INTRODUCCIÓN

En Latinoamérica y el Caribe uno de los principales desastres naturales son las inundaciones, las cuales conllevan pérdidas de vidas humanas, económicas, daños a las zonas agrícolas, ganaderas y otros. En Ecuador en la década de los 90 se estima que fallecieron 13 329 personas debido a desastres ocasionados por inundaciones. (Bernabé, y otros, 2014)

Una forma de disminuir los efectos negativos que provocan las inundaciones es estimar la ocurrencia de este fenómeno a fin de priorizar el gasto público en estructuras de control, medidas de prevención y sistemas de alerta temprana. Debido a esto, los pronósticos juegan un papel importante en la toma de decisiones de los Gobiernos Autónomos Descentralizados (GAD), Gobiernos Provinciales y Estado.

Para la estimación de crecientes o inundaciones generalmente se utilizan métodos de distribución de frecuencias, los cuales consisten en estimar la probabilidad de ocurrencia de eventos pasados o futuros, entre estos los más comunes se encuentra: Distribución Normal, Distribución Log-Normal y Distribución Gumbel (Monsalve Saénz, 1999).

Los modelos de predicción ARIMA son aplicables en cualquier campo del conocimiento como ciencias sociales, económicas, administrativas, etc. porque su uso no depende de alguna teoría específica, se basa en la filosofía de que los datos hablan por sí mismos. (Gujarati & Porter, 2010)

La metodología Box-Jenkins o modelos ARIMA han sido utilizados en el campo de la ingeniería y específicamente en la rama de hidrología con resultados satisfactorios (Palacio, 2004). En Chile se utilizó esta metodología para la planificación de sistemas eléctricos hidrométricos, para resolver el problema de incertidumbre que presenta la demanda de los sistemas y el comportamiento hidrológico. En la cuenca del río Colorado se la utilizó para analizar eventos de extrema sequía.

Ante la evidente relación que existe entre el caudal y la ocurrencia de inundaciones, como metodología de este proyecto se planteó analizar estadísticamente los valores máximos instantáneos de los caudales mensuales y a partir de estos generar pronósticos mediante modelos ARIMA. Posteriormente se utiliza el máximo caudal proyectado para modelar hidráulicamente en el cauce del río Uchima analizado mediante el software ArcGIS 10.3 y HEC-RAS 5.0.3 y así determinar la ocurrencia de inundaciones.

En vista de que la construcción de modelos matemáticos estocásticos, que analicen información hídrica a fin de predecir inundaciones basados en la metodología Box-Jenkins, constituyen un proceso complicado y tedioso, el presente proyecto tiene por objetivo codificar

un prototipo informático de uso universal que a partir de un registro histórico de caudales diseñe modelos matemáticos estocásticos que permitan conocer sus valores futuros y validar los resultados del software diseñado.

Para cumplir con el objetivo de este proyecto se utilizó el lenguaje de programación incluido en el Software MATLAB, que permite la automatización de procesos y cálculos que intervienen en la elaboración de modelos ARIMA.

Para validar la eficacia del software diseñado se generó pronósticos para un año posterior a la serie analizada de la estación h0627 del río Catamayo y luego se comparó los valores reales observados durante ese año.

La herramienta informática desarrollada en esta investigación permite al analista generar 81 algoritmos matemáticos que estimen la evolución temporal de la variable caudal.

Aunque el prototipo informático es aplicable a cualquier cauce que cuente con un registro histórico de caudales, el presente proyecto se limita a analizar los caudales aforados en el río Uchima en el tramo donde se encuentra la estación de aforo h0627.

Este proyecto está constituido por tres capítulos. En el primero se encuentra el estado del arte, en este capítulo se describe los conceptos y fórmulas que se involucran en el desarrollo de la metodología Box-Jenkins y las principales causas por las que se provocan inundaciones. El segundo capítulo describe materiales y metodología, detalla generalidades de la zona de estudio, los procesos para generar los modelos matemáticos estocásticos y los software utilizados para su elaboración. El capítulo 3 contiene el análisis de resultados, en este capítulo se desarrolla una valoración de la metodología empleada para la generación de modelos ARIMA, además presenta la modelación hidráulica del cauce del río Uchima. En la evaluación de resultados se determina que las proyecciones realizadas bajo la metodología ARIMA son más efectivas a corto plazo y además indica que la proyección de caudal no provocará inundaciones en el tramo analizado, pero esto no significa que no se generaran desbordamientos del río en otras zonas. Finalmente en conclusiones se presenta todas las ideas generadas a partir de esta investigación.

CAPITULO I:  
ESTADO DEL ARTE



## 1.1 Inundaciones

Se define como inundación al efecto de cubrir de agua zonas que normalmente son secas, una de las causas es la aportación inusual de caudales grandes que desbordan los cauces del río ( Universidad de Barcelona, 2015). Otra de las causas que pueden provocar inundaciones son obstrucciones que se presentan en el cauce del río o el mal dimensionamiento de estructuras de control (Monsalve Saénz, 1999).

Entre los factores que tienen incidencia indirecta en la causalidad de este fenómeno es la acción humana mediante la deforestación, manejo inapropiado de suelos, construcción de obras de infraestructura sin precauciones ambientales, etc. Todas estas actividades disminuyen la capacidad natural de drenaje de las cuencas (Bernabé, y otros, 2014).

Las inundaciones provocan pérdidas de vidas humanas, cultivos, ganado, destrucción de puentes, casas e infraestructura en general, aislamiento entre ciudades y áreas rurales, problemas de salud, consecuencias económicas, sociales, etc. Prever las inundaciones a través de modelos matemáticos permite conocer y evaluar el impacto que conlleva construir nuevas obras de protección como embalses de regulación, diques de protección, obras de drenaje y evacuación de agua u optimizar la operación de embalses de regulación para controlar los niveles de agua en los ríos (Cadier, Gornez, Calvez, & Rossel, 2001).

## 1.2 Modelos ARIMA

Los modelos ARIMA denominados así por sus siglas en inglés (Autoregressive-Integrated Moving Average) o también conocidos como metodología Box-Jenkins, son modelos de predicción estocásticos que analizan el registro histórico de una variable para generar pronósticos de sus valores futuros. Se consideran estocásticos o aleatorios porque su resultado no es determinista, lo que significa que no siguen un patrón exacto como un patrón lineal, exponencial, sinusoidal, etc.

Los modelos ARIMA están compuestos por un conjunto de procesos autorregresivos integrados de medias móviles, los cuales se detallan en los apartados 1.2.1, 1.2.2 y 1.2.3. La construcción detallada de los modelos ARIMA se encuentra en el apartado 2.3. Esta metodología analiza las propiedades probabilísticas y/o estocásticas, de las series de tiempo (Gujarati & Porter, 2010).

Los modelos ARIMA se encuentran definidos por la función de la ecuación (1).

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} + a_t \quad (1)$$

Donde:  $Y_t$  es el la serie de caudales.

$\delta$  es el termino de intercepto.

$\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  son coeficientes que relacionan a  $Y_t$  con sus  $p$  valores rezagados.

$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$  son coeficientes desconocidos que relacionan a  $Y_t$  con sus  $q$  errores anteriores.

$a_{t-1}, a_{t-2}, \dots, a_{t-q}$  son los errores anteriores.

$a_t$  es el termino de innovación o error estocástico.

### 1.2.1 Procesos Integrados (I)

El primer paso para desarrollar modelos ARIMA es evaluar si su comportamiento es estacionario (véase apartado 1.4). Si la serie no es estacionaria se la convierte en estacionaria mediante procesos integrados (Gujarati & Porter, 2010).

Estos procesos consisten en la diferenciación de cada valor con su valor anterior. Se simboliza como  $I(d)$  donde el valor de  $(d)$  representa cuantas veces se tuvo que diferenciar la serie para volverse estacionaria. (Gujarati & Porter, 2010) La definición de serie temporal estacionaria se encuentra en el apartado 1.4.

La ecuación 2 representa el proceso de diferenciación de orden 1 o primeras diferencias donde  $(d)$  es igual a 1. La ecuación 3 representa el proceso de diferenciación de orden superior  $(d)$ . En la tabla 1 se puede observar un ejemplo de una serie diferenciada hasta sus segundas diferencias  $d=2$  que según Gujarati y Porter (2010) son valores usuales para convertir una serie no estacionaria en estacionaria.

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} \quad (2)$$

$$\Delta \dots \Delta Y_t = (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) - \dots - (Y_{t-d+1} - Y_{t-d}) \quad (3)$$

Donde:  $Y_t$  representa el registro histórico de caudales.

$Y_{t-1}$  representa el valor anterior al caudal analizado.

$\Delta Y_t$  representa la diferencia entre el valor actual y su valor anterior.

**Tabla 1.** Procesos Integrados

Serie	Serie Diferenciada	
I(0)	I(1)	I(2)
d=0	d=1	d=2
$Y_1$		
$Y_2$	$\Delta Y_2 = Y_2 - Y_1$	
$Y_3$	$\Delta Y_3 = Y_3 - Y_2$	$\Delta\Delta Y_3 = (Y_3 - Y_2) - (Y_2 - Y_1)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$Y_t$	$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$	$\Delta\Delta Y_t = (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2})$

Fuente: (Gujarati &amp; Porter, 2010)

Elaboración: El Autor

### 1.2.2 Procesos Autorregresivos (AR)

Un proceso autorregresivo de orden 1, o de Markov, es una función de regresión lineal donde la variable explicativa o independiente es el valor rezagado o anterior de la variable dependiente (Gujarati & Porter, 2010).

Este proceso se simboliza por AR(p), donde p representa el número de valores rezagados que se utiliza para definir la función (Gujarati & Porter, 2010). En la ecuación 4 se muestra un proceso autorregresivo de orden 1 donde p es igual a 1, en la ecuación 5 se puede observar un proceso autorregresivo de orden superior,  $p > 1$ .

$$Y_t = \delta + \phi Y_{t-1} + a_t \quad (4)$$

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t \quad (5)$$

$$\delta = \bar{Y}(1 - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_p) \quad (6)$$

Donde:  $Y_t$  es el la serie de caudales.

$\delta$  es el termino de intercepto.

$\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  son coeficientes que relacionan a  $Y_t$  con sus p valores rezagados.

$a_t$  es el error que existe entre la proyección y los valores reales.

$\bar{Y}$  valor medio de la serie.

Como se puede observar la ecuación 4 es una función lineal que relaciona a  $Y_t$  con su valor anterior.  $\delta$  según Peña (2010) representa el termino de intercepto el cual se encuentra alrededor del nivel medio de la serie y se denomina así por ser interceptado por las oscilaciones de la serie. En la ecuación 6 el coeficiente  $\phi$  se determina a través del método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO). El error estocástico  $a_t$  o también conocido como

innovación es un término desconocido el cual representa el error entre el valor proyectado y el valor real. La ecuación 4 es una combinación de relaciones lineales entre  $Y_t$  y sus p valores rezagados  $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-p}$ .

En la tabla 2 se observa que  $Y_t$  es una función de sus p valores pasados.

**Tabla 2.** Proceso Autorregresivo

Serie	VALORES REZAGADOS			
$f(Y_t)$	AR(1)	AR(2)	...	AR(p)
	p=1	p=2		p=p
$Y_1$				
$Y_2$	$Y_1$			
$Y_3$	$Y_2$	$Y_1$		
$\vdots$	...	...	...	
$Y_t$	$Y_{t-1}$	$Y_{t-2}$	...	$Y_{t-p}$

**Fuente:** (Gujarati & Porter, 2010)

**Elaboración:** El Autor

### 1.2.3 Medias Móviles (MA)

El modelo de medias móviles es similar al proceso autorregresivo. La diferencia fundamental es que en el modelo de medias móviles no relaciona a  $Y_t$  con sus valores pasados. Este valor es relacionado con sus errores pasados como se indica en la tabla 3. El valor de q representa el orden de los errores anteriores.

La ecuación 7 representa un modelo de medias móviles de primer orden. La ecuación 8 representa un modelo de medias móviles de orden superior.

$$Y_t = \delta - \theta_1 a_{t-1} + a_t \quad (7)$$

$$Y_t = \delta - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} + a_t \quad (8)$$

Donde:  $Y_t$  es el la serie de caudales.

$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$  son coeficientes desconocidos que relacionan a  $Y_t$  con sus q errores anteriores.

$a_t$  es el termino de innovación o error estocástico.

$a_{t-1}, a_{t-2}, \dots, a_{t-q}$  son los errores anteriores.

Los errores anteriores son la diferencia entre el último valor y su valor anterior.

**Tabla 3. Medias Móviles**

Serie	VALORES REZAGADOS				
$f(Y_t)$	Error	MA(1)	MA(2)	...	MA(q)
	at	q=1	q=2		q=q
$Y_1$					
$Y_2$	$a_1 = Y_2 - Y_1$				
$Y_3$	$a_2 = Y_3 - Y_2$	$a_1$			
$Y_4$	$a_3 = Y_4 - Y_1$	$a_2$	$a_1$		
$\vdots$	...	...		...	
$Y_t$	$a_t = Y_t - Y_{t-1}$	$a_{t-1}$	$a_{t-2}$	...	$a_{t-q}$

**Fuente:** (Gujarati & Porter, 2010)

**Elaboración:** El Autor

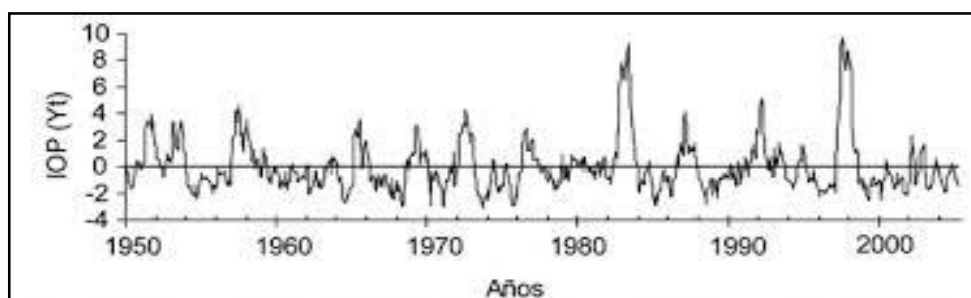
### 1.3 Series Temporales

Serie Temporal se denomina al conjunto de observaciones de una o varias variables a través del tiempo, ordenado cronológicamente (Peña, 2010). Su importancia radica en la evaluación de los cambios que la variable presenta a lo largo del tiempo (Universidad de Valladolid, s.f.).

Las series de tiempo pueden ser estacionarias o no estacionarias. Como se mencionó anteriormente el primer paso en la construcción de modelos ARIMA es determinar si la serie es estacionaria, si la serie no es estacionaria se debe convertir a estacionaria a través de procesos integrados.

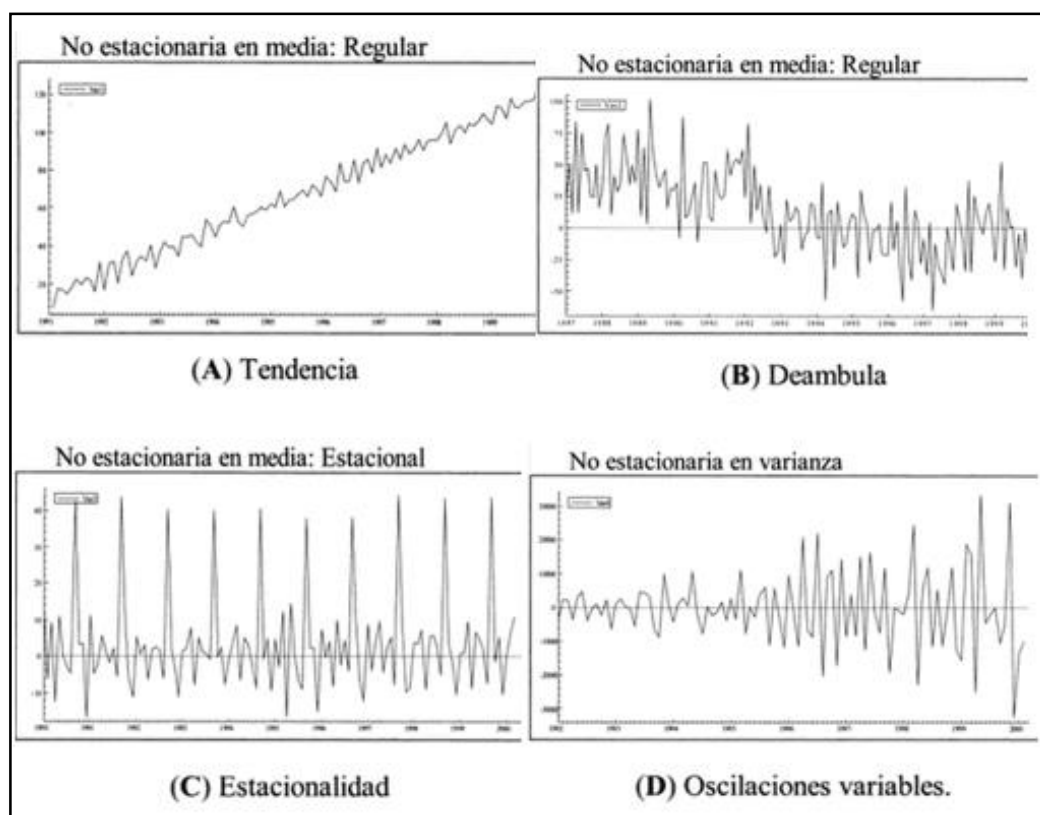
### 1.4 Estacionariedad (Estacionario)

Estacionariedad o estacionariedad débil es un comportamiento característico que toma la variable la cual oscila a través de un nivel constante (Peña, 2010). Para que la variable cumpla condiciones de estacionariedad debe mantenerse constante la media y la varianza con respecto al tiempo (Gujarati & Porter, 2010). Si no se cumple con estas condiciones se trata de una serie no estacionaria. En la Figura 1 se aprecia de mejor manera el comportamiento estacionario de una variable.



**Figura 1.** Serie Estacionaria  
**Fuente:** (le petit finance, 2015)  
**Elaboración:** (le petit finance, 2015)

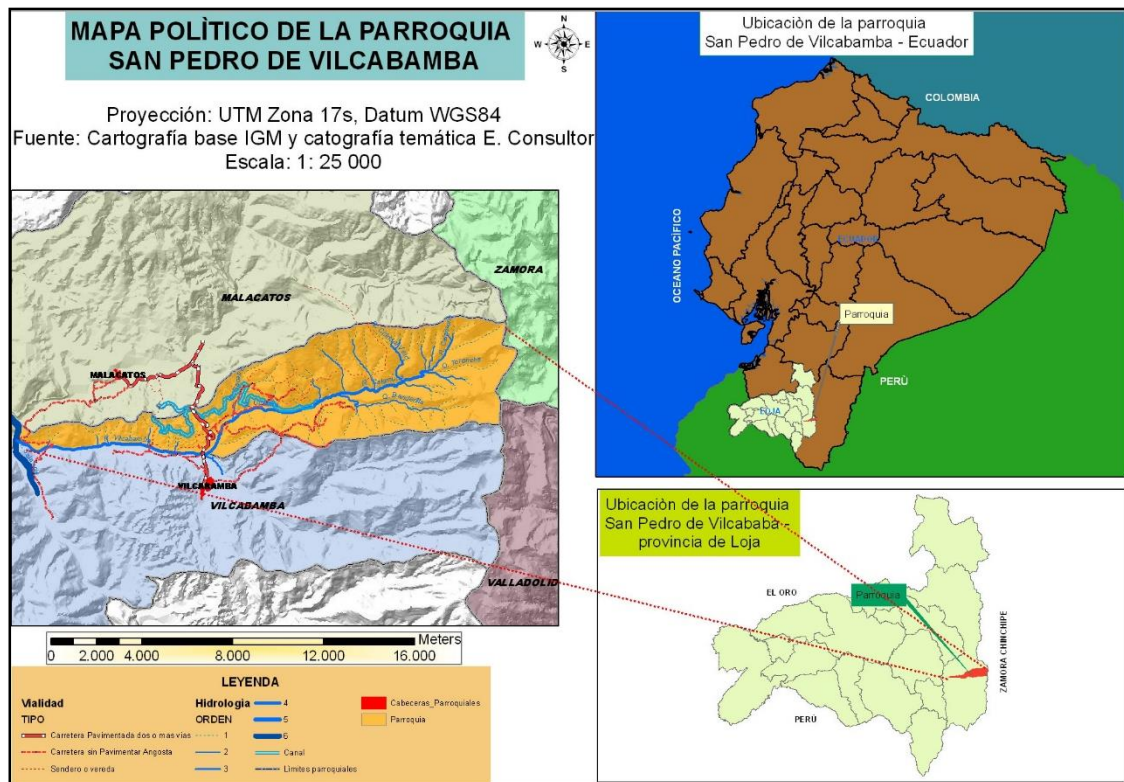
Las series se consideran no estacionarias cuando la media no es constante o presenta tendencia diferente de cero como se observa en la Figura 2(A), o la media es deambulatoria como en la Figura 2(B). También se considera no estacionaria cuando presenta estacionalidad, lo que significa que la serie varía a manera de superposición o cíclicamente como en la Figura 2(C), y por último se considera no estacionaria cuando la varianza no es constante en otras palabras las oscilaciones son variables como en la Figura 2(D)



**Figura 2** Series Temporales no Estacionarias  
**Fuente:** (Hernández, 2009)  
**Elaboración:** (Hernández, 2009)

## **CAPITULO II: MATERIALES Y METODOLOGIA**

## 2.1 Zona de Estudio



**Figura 3.** Zona de Estudio

**Fuente:** (GAD Parroquial San Pedro de Vilcabamba, 2015)

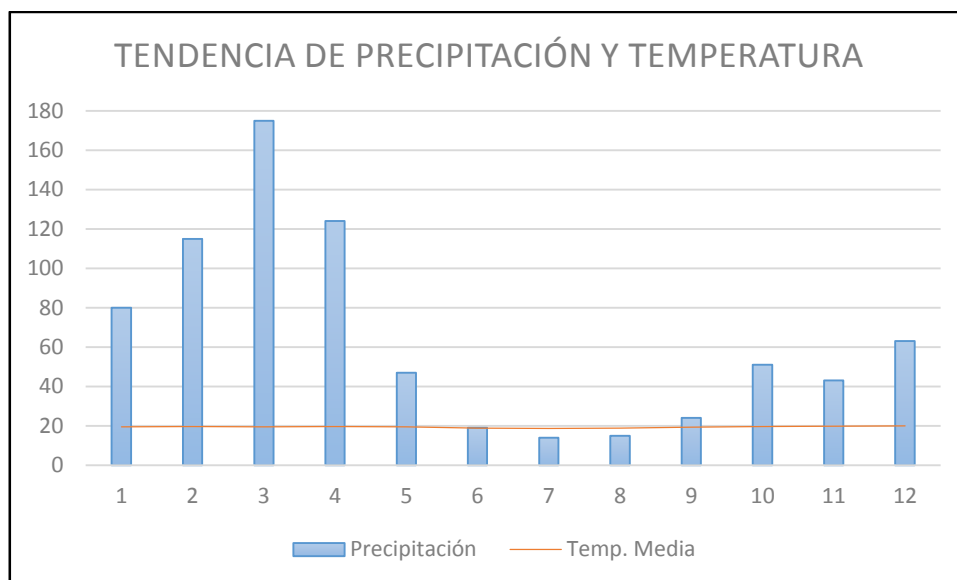
**Elaboración:** GAD Parroquial San Pedro de Vilcabamba

La zona de estudio corresponde a la parroquia San Pedro de Vilcabamba ubicada en el cantón Loja. Esta parroquia se encuentra limitada al norte con la parroquia Malacatos, al sur con la parroquia Vilcabamba, al este con la cordillera de los Andes (Zamora) y al oeste con Malacatos y Vilcabamba (GAD Parroquial San Pedro de Vilcabamba, 2015).

La parroquia San Pedro de Vilcabamba cuenta con una extensión territorial de 68.27 Km<sup>2</sup>. Esta zona cuenta con un clima seco-subtropical con una temperatura promedio de 19.4º C, ubicado a una altitud promedio de 1650 m.s.n.m. (GAD Parroquial San Pedro de Vilcabamba, 2015).

La distribución de precipitaciones señala como meses más secos a junio, julio y agosto, y como meses más lluviosos a febrero, marzo y abril (CLIMATE-DATE.ORG). La distribución de precipitaciones y temperaturas se indica en la Tabla 4, y se aprecia de mejor manera en la Figura 4.





**Figura 4.** Distribución de temperaturas y precipitaciones.

**Fuente:** (CLIMATE-DATE.ORG)

**Elaboración:** El Autor.

**Tabla 4.** Distribución de temperaturas y precipitaciones.

	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
<b>Temperatura media (°C)</b>	19.5	19.7	19.5	19.7	19.4	18.8	18.6	18.9	19.3	19.6	19.8	19.9
<b>Temperatura min. (°C)</b>	14.7	14.8	14.7	14.7	13.8	13.4	13.4	13.6	13.8	13.9	13.7	14.4
<b>Temperatura máx. (°C)</b>	27.3	27.5	27.2	27.5	27.9	27.1	26.6	27.1	27.7	28.2	28.7	28.2
<b>Precipitación (mm)</b>	80	115	175	124	47	19	14	15	24	51	43	63

**Fuente:** (CLIMATE-DATE.ORG)

**Elaboración:** El Autor

El tramo analizado hidráulicamente para estimar la ocurrencia de inundaciones corresponde a la zona donde se encuentra la estación linimétrica h0627 ubicada en el río Uchima. Esta estación puede medir hasta un calado de 4m de altura, como se puede observar en la Figura 5, en la cual se ha registrado un caudal medio de 3.59 m<sup>3</sup>/s.



**Figura 5.** Estación linimétrica río Uchima.

**Fuente:** El Autor.

**Elaboración:** El Autor.

Para el análisis hidráulico del caudal en el río Uchima se realizó la batimetría (levantamiento topográfico del río) de una sección del río Uchima, correspondiente a 200 m lineales del río con perfiles transversales de 60 m y el abscisado cada 20 m. El levantamiento fue realizado con estación total Sokkia Cx105 serie Gs0538, y el tramo de río analizado corresponde a las coordenadas de la tabla 5. Las curvas de nivel obtenidas del levantamiento se las puede observar en la Figura 10.

**Tabla 5.** Tramo de río.

TRAMO DE RÍO		
Sistema de Coordenadas	WGS 84/ UTM Zona 17 S	
Coordenadas	E	N
P. de Inicio	699571.381 m	9532027.452 m
P. de Salida	699673.719 m	9531886.529 m
P. de Estación	699600.100 m	9532003.200 m

**Fuente:** El Autor

**Elaboración:** El Autor

## 2.2 Recolección de Datos

La Universidad Autónoma de Madrid (2010) recomienda utilizar al menos 50 datos, para la elaboración de cualquier modelo ARIMA. Este proyecto cuenta con una cantidad de 180 datos. Para generar la serie temporal se utilizó como fuente la base de datos del INAMHI (Instituto Nacional de Meteorología e Hidrología), de los caudales máximos instantáneos aforados en la estación linimétrica h0627 del río Uchima durante el año 1993 hasta el 2007, los datos medidos en el año 2008 fueron utilizados para validar los resultados. Estos valores se

encuentran en el Anexo 1 al final de este documento. Entre los valores aforados durante los 15 años de estudio se observa un caudal máximo de 25 m<sup>3</sup>/s ocurrido en el año 2001.

### 2.3 Procesamiento de Datos

Los datos son analizados estadísticamente, es decir como una sucesión ordenada de valores aleatorios de una variable  $Y_t$ , que en este caso representa a los caudales aforados en el río Uchima. Los modelos estocásticos se consideran como funciones aleatorias de la variable en el tiempo (Yates & Goodman, 2014). Esto significa que un modelo estocástico al desarrollar funciones aleatorias de la variable su resultado también es aleatorio o variable como se indica en la Figura 6.



**Figura 6** Modelo Estocástico

**Fuente:** (Moreno & Salazar, 2009)

**Elaboración:** (Moreno & Salazar, 2009)

Para el procesamiento de datos se utilizó el software **MATLAB**, el cual se codificó para simplificar los cálculos y procedimientos que se realizan para generar los modelos matemáticos ARIMA, incluyendo los pronósticos. El código informático se desarrolló basándose en el Manual de Uso de MATLAB de la Universidad de Oviedo (2010), y está diseñado para permitir al analista desarrollar 81 diferentes modelos matemáticos entre la combinación de 9 procesos autorregresivos y 9 procesos de medias móviles, de los cuales el analista deberá elegir el modelo que mejor se ajuste a la serie. En la Figura 7 se encuentra un recorte del código desarrollado mediante el software de programación MATLAB.

```

580 - end
581 - handles.RegreData=regres_data;
582 - %Tabla sigmas
583 - handles.Sigmas_coef=Sigmas;
584 - set(handles.TablaDeltaSig,'Data',[deltareg handles.Sigmas_coef(1:9)]);
585 - set(handles.TablaDeltaSig,'ColumnName',{'delta','Phi1','Phi2','Phi3','Phi4','Phi5','Phi6','Phi7','Phi8','Phi9'});
586 - set(handles.TablaTeta,'Data',handles.Sigmas_coef(10:18));
587 - set(handles.TablaTeta,'ColumnName',{'Teta1','Teta2','Teta3','Teta4','Teta5','Teta6','Teta7','Teta8','Teta9'});
588 - % Graficar Regresion
589 - plot(handles.GrafoReg,1:size(handles.Datos),handles.Datos,'b',1:size(handles.RegreData),handles.RegreData,'r');
590 - grid(handles.GrafoReg,'on');
591 - title(handles.GrafoReg,'Real vs Regresión')
592 - legend(handles.GrafoReg,'Data Real','Regresión','location','best');
593 - xlabel(handles.GrafoReg,'Muestras');
594 - ylabel(handles.GrafoReg,'Datos');
595 - % Calculo error regresion
596 - [~,n]=size(regres_data);
597 - for i=2:n
598 -     vec_e(i-1)=regres_data(i)-regres_data(i-1);
599 - end
600 - % Error (Y*-Ymed)^2
601 - for i=lag:n
602 -     vec_reg_dmed_cuad(i-lag+1)=(regres_data(i)-Prom_data)^2;
603 - end
604 - %CALCULO ERROR (Y*-Ydata)^2
605 - for i=lag:n

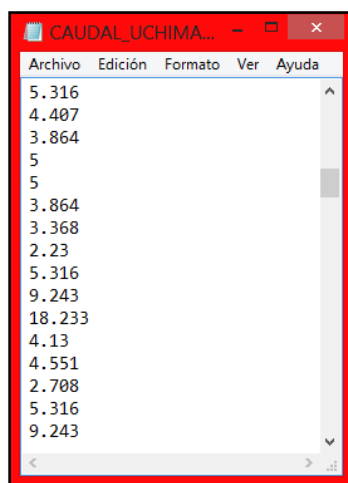
```

**Figura 7.** Recorte del código informático elaborado en MATLAB.

**Fuente:** El Autor.

**Elaboración:** El Autor.

Para cargar los datos en la herramienta informática el registro histórico de caudales se debe archivar en un formato de texto (.txt), en forma secuencial en una única columna sin textos, medido en un intervalo mensual. Como se observa en la Figura 8.



**Figura 8.** Datos de la serie.

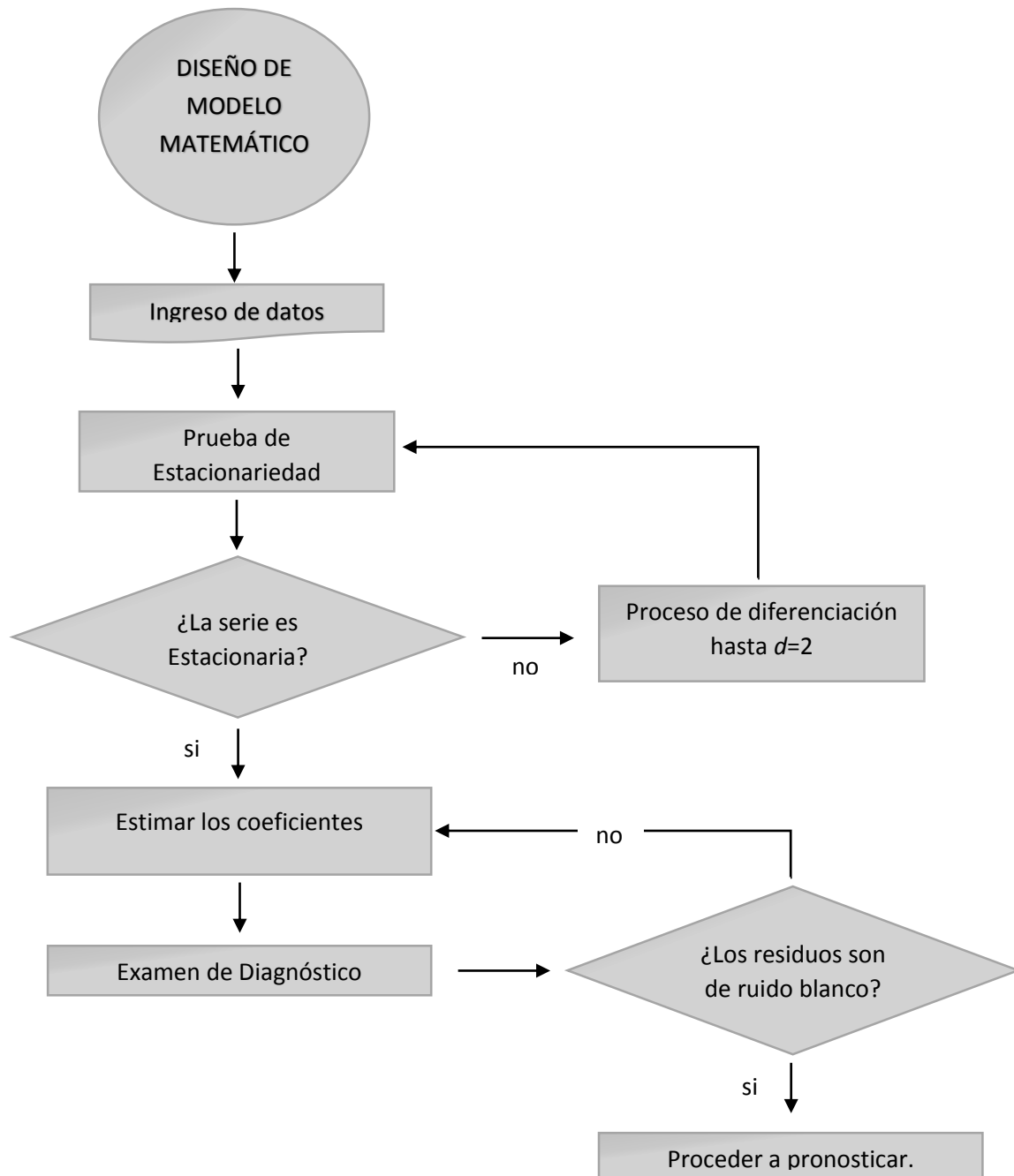
**Fuente:** El Autor.

**Elaboración:** El Autor.

## 2.4 Cronología del desarrollo de modelos ARIMA

A continuación se presenta la cronología de procesos que intervienen para desarrollar modelos matemáticos ARIMA, primero se ingresa los datos, a los cuales se le realiza pruebas de estacionariedad, para determinar si la serie es estacionaria, si la serie no es estacionaria se realiza procesos de diferenciación, caso contrario se prosigue a estimar los coeficientes, los cuales son evaluados en mediante el examen de diagnóstico (véase apartado 2.8), si los

residuos son de ruido blanco se procede a pronosticar, caso contrario se vuelve a estimar los coeficiente (Gujarati & Porter, 2010). Estos procesos se resumen en el flujograma de la Figura 9.



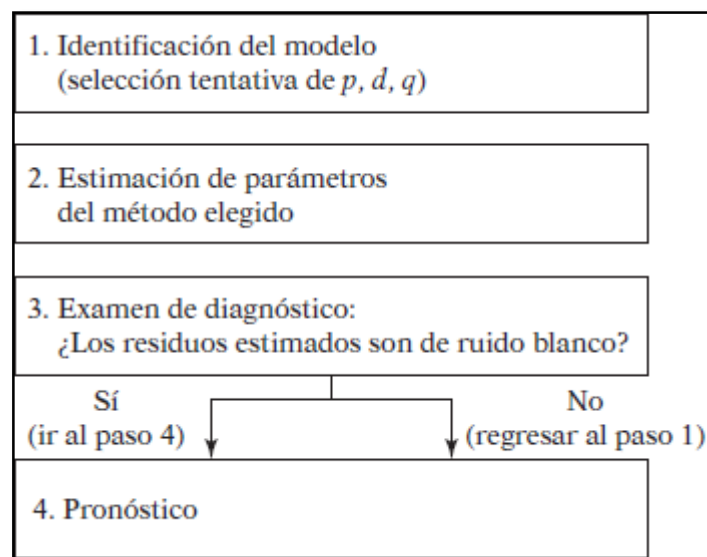
**Figura 9.** Flujograma para el desarrollo de modelos matemáticos

**Fuente:** El Autor

**Elaboración:** El Autor

## 2.5 Construcción de modelos ARIMA

El método elegido para elaborar los pronósticos de caudales ( $Y_t$ ) es el modelo ARIMA, desarrollados por Box y Jenkins (Gujarati & Porter, 2010). Este método consta de 4 fases: La primera fase es identificar tentativamente los valores de  $p$ ,  $d$  y  $q$ , que simboliza a la cantidad de procesos autorregresivos ( $p$ ), integrados ( $d$ ) y de medias móviles ( $q$ ) que intervienen en el modelo; la segunda fase es estimar los coeficientes del modelo elegido; la tercera fase consiste en realizar un examen de diagnóstico al modelo elegido, en el cual se debe comprobar que los residuos sean de ruido blanco, que indica si la variable analizada tiene un comportamiento puramente aleatorio (Gujarati & Porter, 2010). En otras palabras, ruido blanco significa que no existe correlación con sus valores pasados y debe distribuirse normalmente (Brockwell & Davis, 1990). Finalmente se procede a realizar los pronósticos. Este esquema metodológico se resume en la Figura 10.



**Figura 10.** Metodología *Box-Jenkins*

**Fuente:** (Gujarati & Porter, 2010)

**Elaboración:** (Gujarati & Porter, 2010)

Las inundaciones se consideran eventos extremos porque se provoca por la presencia de caudales grandes (extremos) que son inusuales en el cauce del río (Monsalve Saénz, 1999). Debido a esto, el análisis estadístico de caudales se lo realiza con los valores máximos de cada mes. La teoría de valores extremos nace en 1922 y establece que los valores más grandes y más pequeños de una muestra de  $n$  datos siguen una distribución diferente a la de los valores medios. (Escalante & Reyes, 2002).

## 2.6 Fase 1: Identificación del Modelo.

En esta fase se seleccionan valores tentativos de  $p$ ,  $d$  y  $q$ . El primer paso es estimar el valor de  $d$ . Este valor indica la cantidad de procesos integrados que se debe realizar a la serie para convertirla a estacionaria. La programación de la herramienta informática permite realizar hasta 2 procesos integrados como se indica en la tabla 1 del apartado 1.2.1.

Antes de realizar cualquier proceso integrado se debe analizar si la evolución de la serie es estacionaria. El prototipo informático permite analizar mediante 3 pruebas la presencia de estacionariedad en la serie, los cuales se detallan a continuación.

### 2.6.1 Prueba 1: Análisis Gráfico

Una forma empírica de reconocer si una serie es estacionaria o no es mediante el análisis gráfico. En este análisis se puede apreciar si la serie presenta tendencia, no oscila a través de un nivel constante o si las oscilaciones no son constantes (Gujarati & Porter, 2010).

### 2.6.2 Prueba 2: Raíz Unitaria

La prueba de raíz unitaria determina si el comportamiento de una variable es o no estacionario, mediante el planteamiento de dos hipótesis: nula ( $\beta=0$ ) y alternativa ( $\beta<0$ ), que se determinan a partir de la siguiente función.

$$\Delta Y_t = \delta + \beta Y_{t-1} \quad (9)$$

Donde:  $\Delta Y_t$  es el proceso integrado de orden 1 de la serie o primeras diferencias. (Tabla 1)

$\delta$  es el termino de intercepto.

$\beta$  es el coeficiente que relaciona a  $\Delta Y_t$  con su valor pasado  $Y_{t-1}$ .

La hipótesis es nula si ( $\beta=0$ ), esto indica que la serie es no estacionaria; la hipótesis es alternativa si ( $\beta<0$ ) que indica que la serie es estacionaria (Gujarati & Porter, 2010).

Existen varias formas de realizar la prueba de raíz unitaria, en la programación del proyecto se utilizó la prueba de Dickey-Fuller (1976), la cual consiste en determinar el valor de  $\beta$  mediante mínimos cuadrados ordinarios (MCO), para afirmar o rechazar la hipótesis nula ( $\beta = 0$ ) (Gujarati & Porter, 2010). Esto también se comprueba a través del valor absoluto del estadístico de  $\tau$ , el cual debe ser mayor que el valor absoluto de  $\tau_{\text{crítico}}$  que se obtiene de la

tabla de MacKinnon (1991), analizada para 1, 5 y 10% de probabilidad para comprobar si la hipótesis es alternativa, caso contrario la serie no es estacionaria. (Gujarati & Porter, 2010)

Estadístico ( $\tau$ )

$$\tau = \frac{\beta}{ee} \quad (10)$$

Dónde:  $\beta$  es el estimador que acompaña a la variable  $Y_{t-1}$ .

$ee$  es el error estándar del estimador  $\beta$ .

$\tau_{crítico}$

$$\tau_{crítico} = \beta_{\infty} + \frac{\beta_1}{T} + \frac{\beta_2}{T^2} + \frac{\beta_3}{T^3} \quad (11)$$

Donde:  $T$  es el número de datos.

$\beta_{\infty}, \beta_1, \beta_2, \beta_3$  son coeficientes que se obtienen de la tabla de Mackinnon.

### 2.6.3 Prueba 3: Correlograma

Es una representación gráfica de las funciones de Autocorrelación (FAC) y Autocorrelación parcial (FACP) (Gujarati & Porter, 2010). Con la que usualmente se identifica los valores de (p) y (q).

#### 2.6.3.1 Función de Autocorrelación FAC ( $\hat{\rho}_k$ )

La correlación permite medir el grado de asociación entre dos variables. La función de autocorrelación permite medir el grado de asociación lineal que existe entre la variable y sus  $k$  valores rezagados o anteriores (Gujarati & Porter, 2010). La tabla 4 se explica cómo se desarrollan los  $k$  valores rezagados.

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (12)$$

Donde:  $\rho_k$  es la función de Autocorrelación.

$\gamma_k$  es la covarianza en el rezago  $k$ , cuando  $k=1, 2, \dots, n$ .

$\gamma_0$  es la varianza de la serie.

El valor de  $\rho_k$  esta comprendido entre 1 y -1, el valor de  $k$  oscila entre un tercio y un cuarto de la muestra. (Gujarati & Porter, 2010)



Covarianza en el rezago  $k$  ( $\gamma_k$ )

$$\gamma_k = \frac{\sum (Y_t - \bar{Y})(Y_{t+k} - \bar{Y})}{n} \quad (13)$$

Varianza ( $\gamma_0$ )

$$\gamma_0 = \frac{\sum (Y_t - \bar{Y})^2}{n} \quad (14)$$

Donde:  $\bar{Y}_t$  es la media de la serie.

$n$  es el número de datos.

En la tabla 4 se observa cómo se distribuye los valores rezagados de  $Y_t$ . Cada valor rezagado  $k=1, k=2, \dots, k=n$  constituye una variable diferente con la cual se calcula la varianza y covarianza para obtener una correlación diferente por cada  $k$ .

**Tabla 6.** Función de Autocorrelación.

Serie	VALORES REZAGADOS			
$f(Y_t)$	k=1	k=2	...	k=40
$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$		$Y_{41}$
$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$		$Y_{42}$
$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$		$Y_{43}$
$Y_4$	$Y_5$	$Y_6$		$Y_{44}$
$\vdots$	...	...	...	$\vdots$
$Y_{t-1}$	$Y_t$			$Y_t$
$Y_t$				

**Fuente:** El Autor.

**Elaboración:** El Autor.

### 2.6.3.2 Función de Autocorrelación Parcial FACP ( $\hat{\rho}_{kk}$ )

Función de Autocorrelación Parcial mide la correlación entre la variable y sus valores rezagados, después de eliminar el efecto de los valores intermedios de  $Y_t$  (Gujarati & Porter, 2010).

$$\rho_{kk} = \rho_k \quad \text{si } k = 1 \quad (15)$$

$$\rho_{kk} = \frac{\rho_k - \sum_{j=1}^{k-1} (\rho_{k-1})(\rho_{k-j})}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} (\rho_{k-1})(\rho_j)} \quad \text{si } k > 1 \quad (16)$$

Para  $j=1,2,\dots, k-1$ ;  $\rho_{kj}=r_{k-1,j} - r_{kk}r_{k-1,k-j}$

A través de la función de Autocorrelación y Autocorrelación parcial se puede determinar la independencia entre los valores presentes y pasados para conocer si la variable es estocástica. Para establecer si la serie es estacionaria los valores de Autocorrelación no deben sobrepasar más del 10 % el intervalo de confianza del 95% que se obtiene mediante la ecuación 19. (Escalante & Reyes, 2002)

Intervalo de confianza de 95%

$$Prob = \pm 1.96\sqrt{1/n} \quad (17)$$

Donde:  $n$  es el número de datos

Si la serie no es estacionaria, se realiza procesos integrados como se indica en la Tabla 1, obteniendo una nueva serie con las primeras diferencias. Nuevamente se evalúa si la serie es estacionaria, si la serie es estacionaria se puede proseguir con el procedimiento, caso contrario se debe realizar un segundo proceso integrado para determinar la nueva serie con sus segundas diferencias. La programación únicamente permite la realizar 2 procesos integrados, en caso de no convertirse en estacionaria no se puede utilizar tal serie.

Una forma intuitiva de estimar los valores de  $(p)$  es a través del correlograma de Autocorrelación parcial, en el cual se puede escoger como valor inicial de  $(p)$  al valor en el que las autocorrelaciones empiezan a considerarse nulas, sin que signifique que tal valor será el valor final de  $p$  (Universidad Autónoma de Madrid, 2009).

Al igual que los valores de  $p$ ,  $q$  se estima a partir del correlograma de Autocorrelación en el que los valores de Autocorrelación tienden a anularse, de igual manera se debe evaluar si su resultado es satisfactorio o debe ser estimado nuevamente (Universidad Autónoma de Madrid, 2009).

## 2.7 Fase 2: Estimación de Parámetros

En la primera fase se determinó que la serie es estacionaria sin necesidad de transformarla a estacionaria mediante procesos integrados, por lo tanto el valor de  $d$  que indica los procesos integrados que se realizó a la serie es cero.

El prototipo informático se codificó para generar modelos ARIMA con un valor máximo de dos procesos integrados ( $d=2$ ), de nueve procesos autorregresivos ( $p=9$ ) y un valor máximos de

nueve procesos de medias móviles ( $q=9$ ). Para el cálculo de los coeficientes  $\phi$  y  $\theta$  se utilizó el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) (Gujarati & Porter, 2010).

La forma de elegir el modelo ARIMA más apropiado es considerado tanto un arte como una ciencia debido a que puede existir más de un modelo que se ajuste eficazmente al comportamiento de la serie. Sin embargo el analista deberá tener la suficiente suspicacia para decidir cuál es el modelo más apropiado.

Para escoger el modelo matemático con mejores características el analista debe observar que modelo se ajusta con mayor exactitud a la serie ( $r^2$ ) y menor error cuadrático medio (ECM)

$$r^2 = \frac{\sum(\hat{Y}-\bar{Y})^2}{\sum(Y-\bar{Y})^2} \quad (18)$$

Donde:  $r^2$  es la bondad de ajuste.

$Y$  es el valor de los caudales observados.

$\hat{Y}$  es el valor de la serie estimada.

$\bar{Y}$  es la media de la serie observada.

$$ECM = \frac{\sum_{i=1}^n (e)^2}{n-m} \quad (19)$$

Donde: ECM es el error cuadrático medio.

$e$  es el error entre la regresión y la serie.

$n$  es el número de datos.

$m$  es la longitud del rezago.

El indicador de Durbin Watson sirve para analizar si la bondad de ajuste  $r^2$  corresponde a una regresión espuria (Gujarati & Porter, 2010).

$$d = \frac{\sum_{t=2}^T (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=2}^T e_t^2} \quad (20)$$

Donde:  $d$  es el indicador de Durbin Watson

$e_t$  es el error que existe entre el valor medido y el valor estimado.

Se denomina regresión espuria al efecto que genera un valor alto de  $r^2$ , aunque la regresión no guarde ninguna relación significativa con los datos observados. Este efecto se puede

evaluar mediante el indicador de Durbin Watson. Si su valor es menor a  $r^2$ , se trata de una regresión espuria (Gujarati & Porter, 2010).

## **2.8 Fase 3: Examen de Diagnóstico**

Se denomina residuos a la diferencia que existe entre cada valor y su valor anterior. En el examen de diagnóstico se debe comprobar que los residuos del modelo sean de Ruido Blanco o en otras palabras la regresión presenta una evolución estocástica o sea puramente aleatoria. (Peña, 2010)

Esta condición se cumple si los valores de la función de autocorrelación y autocorrelación parcial de los residuos se encuentran dentro del intervalo de confianza del 95% (Gujarati & Porter, 2010). Como se mencionó anteriormente los valores que no se encuentren dentro del intervalo de confianza no deben exceder el 10% de la muestra.

## **2.9 Fase 4: Pronóstico**

Una vez que se ha realizado la verificación del modelo se procede a realizar los pronósticos, los cuales suelen ser muy satisfactorios cuando se trata de estimar a corto plazo (Gujarati & Porter, 2010).

Para desarrollar el primer pronóstico se tomara como valor rezagado al último valor de la serie, y se calcula mediante el modelo matemático el primer pronóstico. Este valor pasara a ser el último de la serie, y para generar el siguiente pronóstico se toma como valor rezagado al primer pronóstico y se obtiene el segundo pronóstico. Se realiza este proceso reiterativo hasta el número de pronósticos que se desee desarrollar (Brockwell & Davis, 1990).

Si la serie analizada no fue estacionaria originalmente y se la convirtió a estacionaria mediante procesos integrados, los pronósticos elaborados serán valores de sus primeras o segundas diferencias, por lo tanto se debe realizar un proceso de reversión para estimar los valores reales de la serie como se indica en la Tabla 6.

**Tabla 7.** Conversión de Procesos Integrados.

Serie	CONVERSIÓN DE PROCESOS INTEGRADOS	
I(0)		I(2)
d=0	d=1	d=2
$Y_1$		
$Y_2$	$Y_2 = \Delta Y_2 + Y_1$	
$Y_3$	$Y_3 = \Delta Y_3 + Y_2$	$Y_3 = \Delta \Delta Y_3 + 2Y_2 - Y_1$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$Y_t$	$Y_t = \Delta Y_t + Y_{t-1}$	$Y_t = \Delta \Delta Y_t + 2Y_{t-1} - Y_{t-2}$

**Fuente:** El Autor.**Elaboración:** El Autor.

Peña (2010) en su libro series temporales expresa que los pronósticos presentan inercia hacia los últimos valores observados. A medida que aumenta la longitud de los pronósticos disminuye el comportamiento estocástico de los mismos.

Para validar los resultados del software se analiza los pronósticos del modelo ARIMA elegido con los valores reales y para determinar si la relación que existe entre estos es buena.

## 2.10 Modelación Hidráulica

Luego de obtener los pronósticos de la serie se procede a modelar hidráulicamente el máximo caudal proyectado por el modelo ARIMA en el cauce del río Uchima a fin de determinar la ocurrencia de inundaciones.

Para poder modelar hidráulicamente el caudal máximo proyectado sobre el río Uchima se requiere el Modelo Digital del Terreno (MDT), el cual se obtiene mediante curvas de nivel. Las curvas de nivel fueron elaboradas a través del software CivilCAD 3D con los puntos medidos en el levantamiento topográfico, y a través del software ArcGIS se genera el Modelo Digital del Terreno (MDT). Las curvas de nivel fueron generadas con una diferencia de altura de cada 0.25 m las curvas menores y cada 1 m las curvas mayores, como se indica en la Figura 11.

Con el software ArcGIS se obtiene la morfometría del tramo de río analizado para luego ser exportado al software HEC-RAS y se modela hidráulicamente el caudal sobre el cauce para obtener el calado del río en las diferentes secciones.

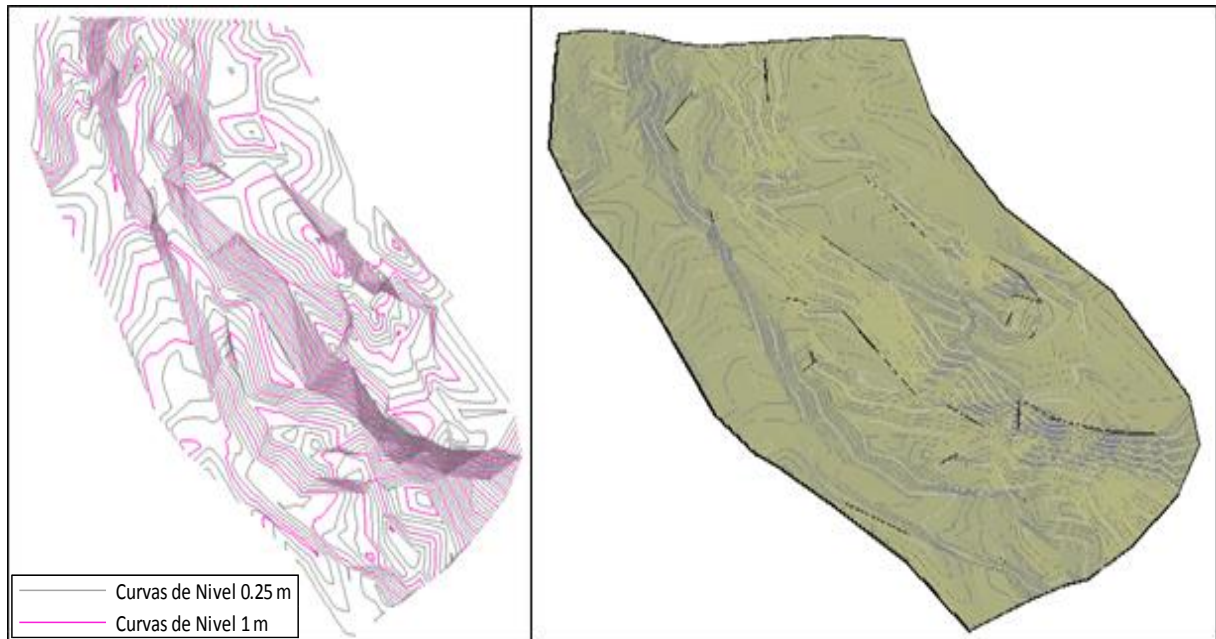
### **2.11 Materiales**

- Estación total Sokkia Cx105 serie Gs0538 (2 prismas, 2 bastones, 1 tripode y 1 gps de mano)
- Software CivilCAD 3D
- Software MATLAB
- Software ArcGIS
- Software HEC-RAS

### **CAPITULO III: RESULTADOS**

### 3.1 Levantamiento topográfico

El levantamiento topográfico fue realizado por el autor del presente proyecto. En la **Figura 11** se observa las curvas de nivel y una imagen solida de la zona de estudio. El levantamiento se realizó en un tramo de 200 m del río con perfiles transversales de 60m ubicados cada 20 m.



**Figura 11.** Curvas de nivel y figura solida de la zona de estudio

**Fuente:** El Autor

**Elaboración:** El Autor

### 3.2 Desarrollo del Modelo ARIMA

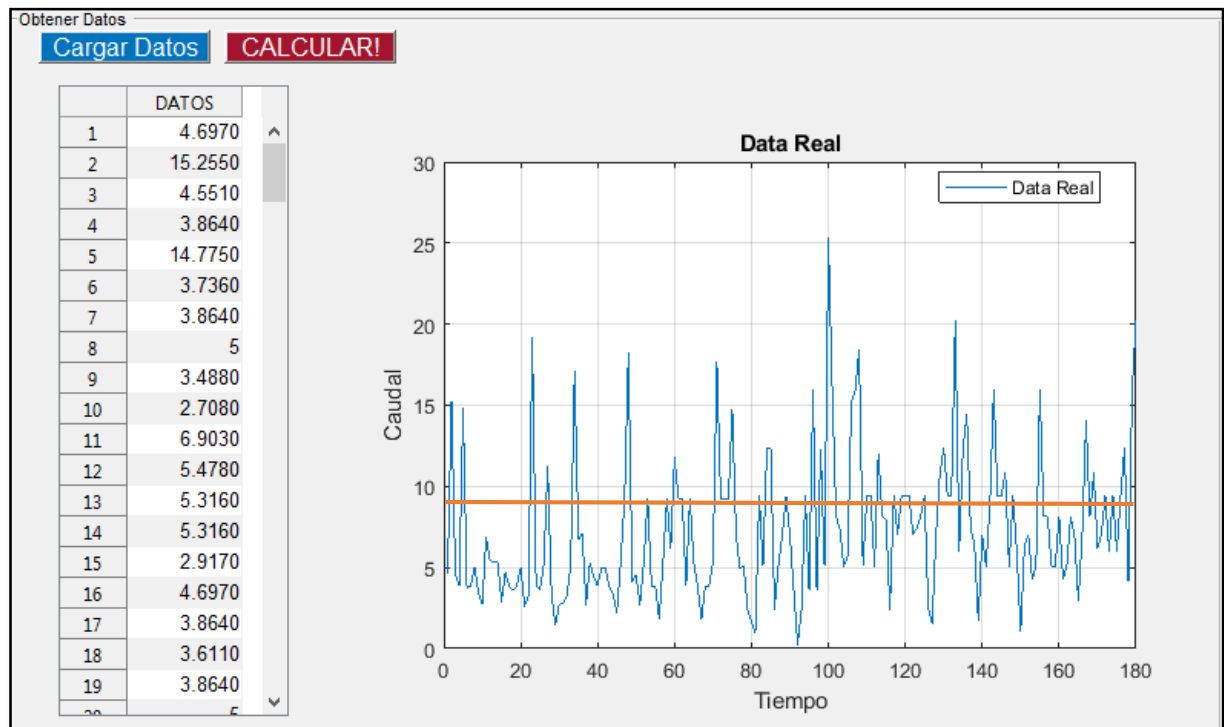
Para la elaboración del modelo ARIMA se tomó el registro de caudales máximos instantáneos mensuales de la base de datos del INAMHI. Este registro consta de 180 datos medidos durante los años 1993 hasta el año 2007, los cuales se encuentran en la Tabla 8 del Anexo 1, los valores medidos en el año 2008 se utilizan únicamente para validar los resultados.

En este apartado se presenta únicamente imágenes correspondientes a recortes de la herramienta informática desarrollada en este proyecto. En primer lugar la herramienta informática permite graficar la serie de tiempo, como se observa en la Figura 12, de los caudales máximos instantáneos mensuales para analizar empíricamente la presencia o no de estacionariedad en la serie.

La serie analizada en el caso de estudio muestra un comportamiento aparentemente estacionario, ya que la variable caudal  $Y_t$  oscila a través de un nivel constante como indica la línea de color naranja la cual representa la media. En la serie se puede apreciar que la media



no presenta tendencia y la amplitud de las oscilaciones no varía. Las magnitudes de la gráfica se encuentran en ( $\text{m}^3/\text{s}$ ) las ordenadas y el tiempo en (meses) las abscisas.



**Figura 12.** Grafica de la Serie

**Fuente:** El Autor.

**Elaboración:** El Autor

La segunda prueba que la herramienta realiza para analizar la estacionariedad en la serie es la prueba de raíz unitaria, la cual se puede observar en la Figura 13. Para el caso de estudio los resultados obtenidos de la prueba de raíz unitaria indican que la serie es estacionaria, como se puede observar  $\beta < 0$  y el valor absoluto del estadístico de  $\tau$  mayor a  $\tau_{\text{crítico}}$  para 1, 5 y 10% de probabilidad, debido a esto la serie es estacionaria.

RAIZ UNITARIA						
	B	Error ee	t	T.crit: 1%	T.crit: 5%	T.crit: 10%
1	-0.4904	0.0613	-7.9982	-4.0099	-3.4352	-3.1416

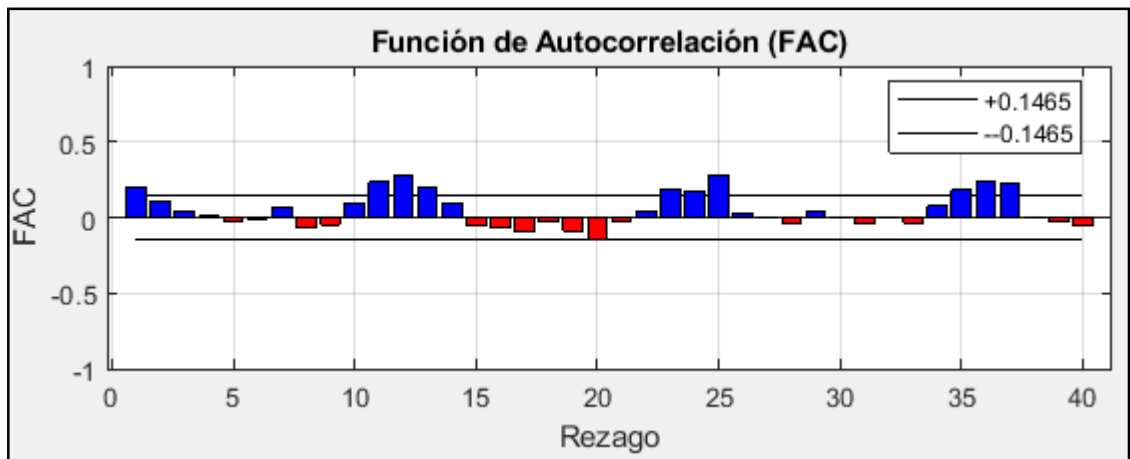
**Figura 13.** Prueba de Raíz Unitaria

**Fuente:** El Autor.

**Elaboración:** El Autor

Finalmente la herramienta realiza la tercera prueba de estacionariedad mediante la construcción de los correlogramas para la Función de Autocorrelación (FAC) y Autocorrelación Parcial (FACP).

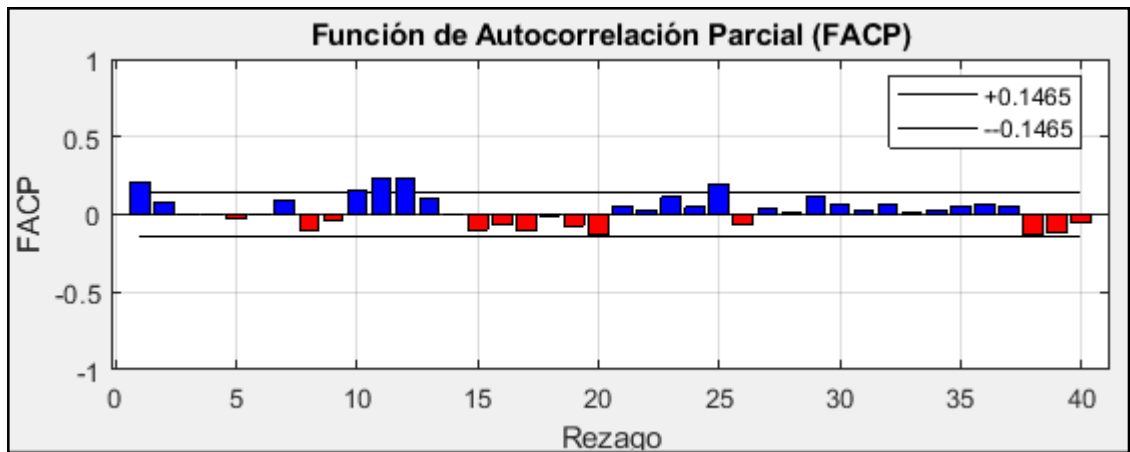
En este proyecto el prototipo informático se codificó para generar correlogramas de las funciones de Autocorrelación y Autocorrelación Parcial hasta el rezago 40, como se observa en la Figura 14 y 15.



**Figura 14.** Correlograma de FAC

**Fuente:** El Autor.

**Elaboración:** El Autor



**Figura 15.** Correlograma de FACP

**Fuente:** El Autor

**Elaboración:** El Autor

En la Figura 14 se observa que en el correlograma de la función de Autocorrelación, no se presenta valores significativos fuera del intervalo de confianza (señalado por las líneas negras

que se observan en la imagen), se puede notar que a medida que aumentan los rezagos estos valores tienden a decrecer, la serie es considerada como estacionaria.

En la Figura 15 el correlograma de la función de Autocorrelación parcial al igual que el correlograma de Autocorrelación, no presenta valores significativamente importantes fuera del intervalo de confianza. Los demás valores son cercanos a cero por lo tanto se puede la serie es estacionaria.

Debido a que el análisis gráfico y la prueba de correlograma son métodos que se encuentran sujetos al criterio del analista interpretar su evolución. La programación de este proyecto para determinar la estacionariedad en una serie se encuentra condicionada a la prueba de Raíz Unitaria.

Al concluir que la serie es estacionaria se prosigue a calcular los valores de (p) y (q). La programación permite al analista diseñar modelos matemáticos con funciones que desarrollen hasta nueve procesos autorregresivos, y nueve procesos de medias móviles, por lo tanto el analista puede desarrollar 81 combinaciones de los procesos autorregresivos y de medias móviles, de los cuales se debe elegir el modelo matemático que se ajuste con mayor exactitud a la serie y con menor error cuadrático medio.

Para el caso de estudio el modelo matemático que mostró mejores características es el modelo ARIMA(9,0,9); en otras palabras, el modelo fue realizado a una serie estacionaria, por lo tanto el valor de (d) es 0. Si el valor de (d) es 0, el modelo analizado es ARIMA con d igual a 0 o también se lo conoce como modelo ARMA por no presentar ningún proceso integrado (Universidad Autónoma de Madrid, 2009). El valor de (p) es igual a 9, lo que indica que el modelo consta de nueve procesos autorregresivos que relacionan al modelo hasta su cuarto valor rezagado y finalmente el valor de (q) es igual a 9, lo que indica que el modelo consta de nueve procesos de medias móviles que relacionan a la serie con sus 9 errores anteriores.

En la Figura 16 se encuentra en la primera parte de la imagen el modelo matemático más extenso que presenta la programación, en la segunda parte el modelo matemático elegido para el caso de estudio que corresponde al modelo ARIMA(9,0,9). La interfaz de la herramienta informática y como se puede elegir las diferentes combinaciones de los diferentes modelos ARIMA, el valor de bondad de ajuste, el error cuadrático medio y el indicador de Durbin Watson.

$$Y_t = \delta + \phi_1(Y_{t-1}) + \phi_2(Y_{t-2}) + \phi_3(Y_{t-3}) + \phi_4(Y_{t-4}) + \phi_5(Y_{t-5}) + \phi_6(Y_{t-6}) + \phi_7(Y_{t-7}) + \phi_8(Y_{t-8}) + \phi_9(Y_{t-9}) + \theta_1(a_{t-1}) + \theta_2(a_{t-2}) + \theta_3(a_{t-3}) + \theta_4(a_{t-4}) + \theta_5(a_{t-5}) + \theta_6(a_{t-6}) + \theta_7(a_{t-7}) + \theta_8(a_{t-8}) + \theta_9(a_{t-9})$$

$$Y_t = 4.67 + 0.24(Y_{t-1}) + 0.14(Y_{t-2}) + 0.02(Y_{t-3}) + 0.03(Y_{t-4}) - 0.03(Y_{t-5}) - 0.01(Y_{t-6}) + 0.09(Y_{t-7}) - 0.07(Y_{t-8}) - 0.05(Y_{t-9}) + 0.07(a_{t-1}) + 0.08(a_{t-2}) - 0.01(a_{t-3}) + 0.04(a_{t-4}) - 0.01(a_{t-5}) - 0.06(a_{t-6}) + 0.10(a_{t-7}) - 0.01(a_{t-8}) - 0.10(a_{t-9})$$

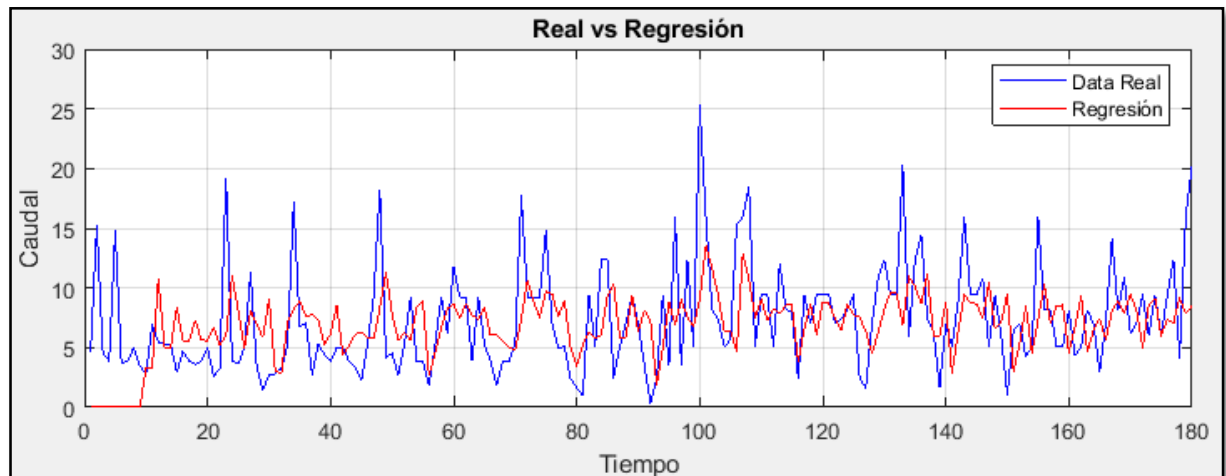
		Phi1	Phi2	Phi3	Phi4	Phi5	Phi6	Phi7	Phi8	Phi9
1	1	0.2400	0.1422	0.0194	0.0326	-0.0260	-0.0116	0.0851	-0.0709	-0.0485
< >										
Ver Fórmula		Teta2	Teta3	Teta4	Teta5	Teta6	Teta7	Teta8	Teta9	
	1	0.0812	-0.0090	0.0383	-0.0099	-0.0640	0.0998	-0.0137	-0.1024	
< >										
<div><input checked="" type="checkbox"/> Phi1 <input checked="" type="checkbox"/> Phi2 <input checked="" type="checkbox"/> Phi3 <input checked="" type="checkbox"/> Phi4 <input checked="" type="checkbox"/> Phi5 <input checked="" type="checkbox"/> Phi6 <input checked="" type="checkbox"/> Phi7 <input checked="" type="checkbox"/> Phi8 <input checked="" type="checkbox"/> Phi9 <input checked="" type="checkbox"/> Tet1 <input checked="" type="checkbox"/> Tet2 <input checked="" type="checkbox"/> Tet3 <input checked="" type="checkbox"/> Tet4 <input checked="" type="checkbox"/> Tet5 <input checked="" type="checkbox"/> Tet6 <input checked="" type="checkbox"/> Tet7 <input checked="" type="checkbox"/> Tet8 <input checked="" type="checkbox"/> Tet9</div>										
		R^2		EMC		d				
1		0.2129		18.3153		2.1208				
< >										

**Figura 16.** Modelo Matemático.

**Fuente:** El Autor

**Elaboración:** El Autor

En la Figura 16 se observa que el valor de  $r^2$  (0.213) es menor que el indicador de Durbin-Watson (2.12), por lo tanto no se trata de una regresión espuria como se puede comprobar mediante la Figura 17.



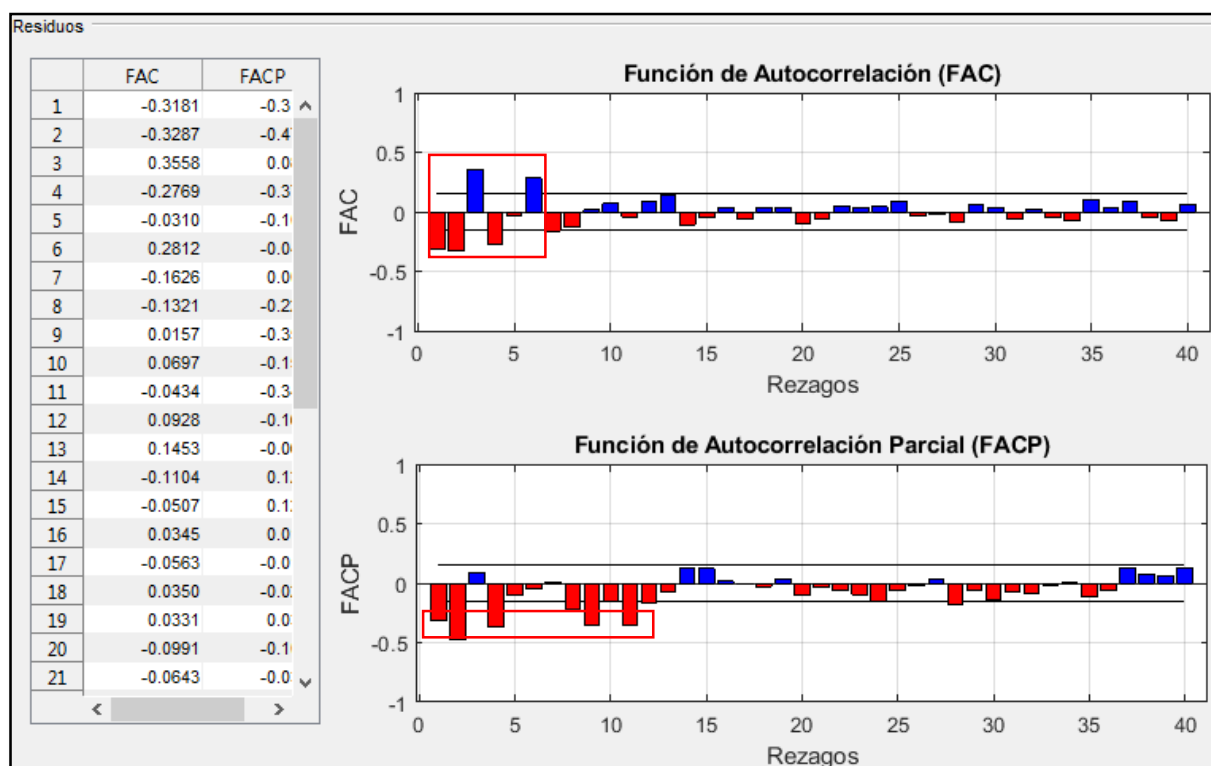
**Figura 17.** Serie vs Regresión

**Fuente:** El Autor

**Elaboración:** El Autor

Antes de desarrollar pronósticos se debe evaluar si el modelo ARIMA elegido presentara una evolución estocástica. Debido a esto se realiza nuevamente los correlogramas de autocorrelación y autocorrelación parcial, pero ahora se analiza los valores de error que existe en la regresión.

En la Figura 18 se observa que en el correlograma de Autocorrelación existen valores de correlación significativamente importantes al inicio del correlograma los cuales decrecen inmediatamente a valores cercanos a cero, si los valores de correlación no decrecen significa que existe correlación en el modelo elegido, es decir que su resultado no es estocástico. Por lo tanto al observar que estos valores decrecen y que la mayor parte del correlograma se encuentra dentro de los intervalos de confianza, se considera que la regresión sigue un proceso estocástico, al igual que en el correlograma de Autocorrelación parcial que la mayor parte de sus valores de autocorrelación parcial se encuentran dentro del intervalo de confianza. Por lo tanto se considera que el resultado es de ruido blanco (estocásticos) y se puede proceder a generar los pronósticos.



**Figura 18.** FAC y FACP de los residuos.

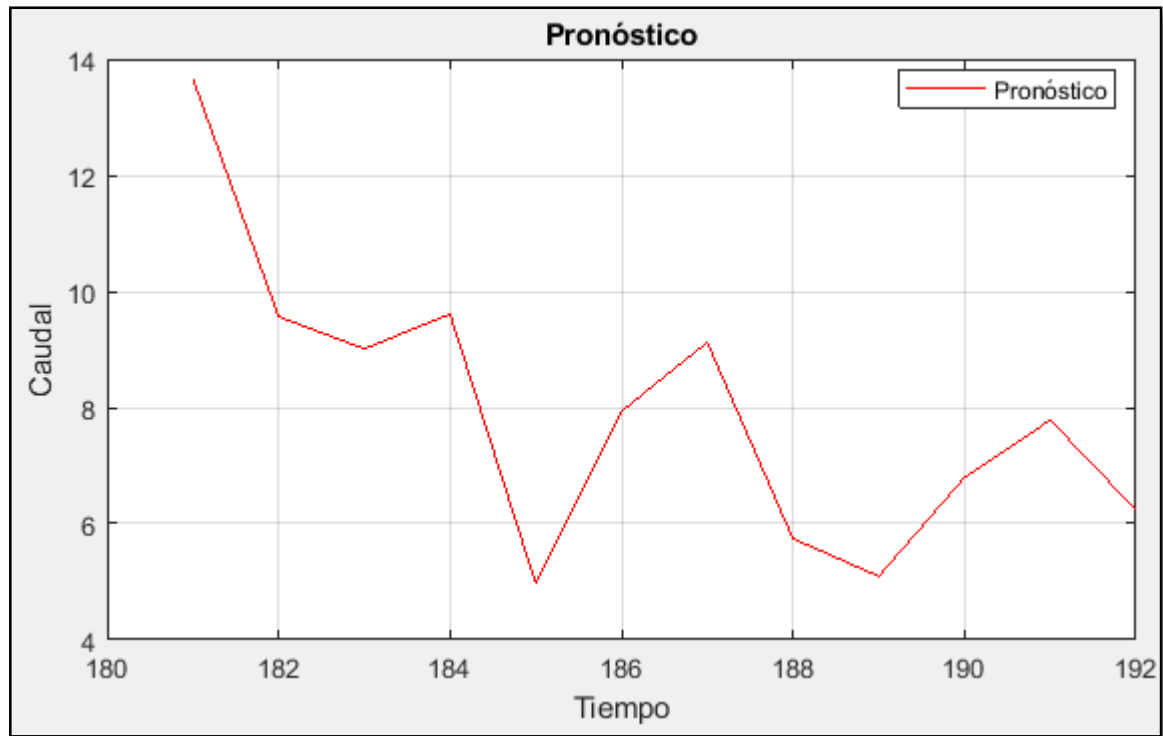
**Fuente:** El Autor

**Elaboración:** El Autor

Como la muestra analizada consta de 180 datos, el primer valor de los pronósticos ocupa el orden 181. El modelo matemático relaciona a la variable  $Y_t$  con sus valores y errores pasados, para generar el primer pronóstico. Como valor rezagado se tomara al último valor de la serie, y se calculara mediante el modelo matemático el pronóstico 181. Este valor (181) pasara a ser el último de la serie, para generar el siguiente pronóstico se lo tomará el pronóstico 181 como valor rezagado, y así se sigue un proceso reiterativo hasta el número de pronósticos

que se desee realizar, tomando en cuenta que estos pierden sus características a medida que aumenta la cantidad de pronósticos.

En la Figura 19 se puede observar el pronóstico de los caudales máximos mensuales para el siguiente año de la muestra.



**Figura 19.** Serie de pronósticos

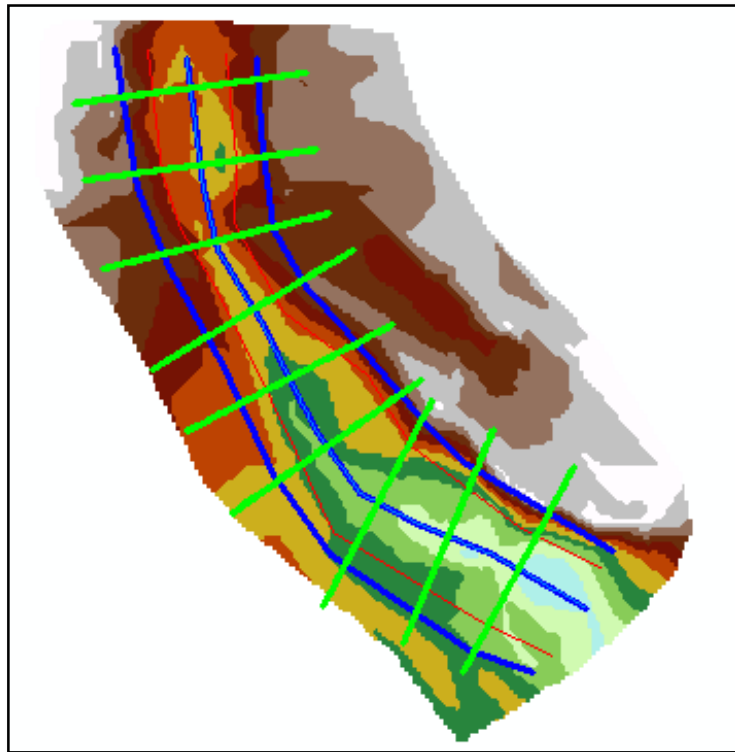
**Fuente:** El Autor

**Elaboración:** El Autor

### 3.3 Modelación

La modelación hidráulica se realiza con el fin de visualizar los resultados del prototipo informático de pronósticos, para poder evaluar la ocurrencia de inundaciones. Se simuló el máximo caudal pico de  $14 \text{ m}^3/\text{s}$  estimado por el modelo ARIMA(9,0,9), en el río Uchima mediante el uso del software ArcGIS y HEC-RAS 5.0.3.

Como primer paso se generaron las curvas de nivel con desniveles de 0.25 m de la zona de estudio, a partir del levantamiento topográfico realizado a través del software CivilCAD 3D. Luego, se procedió a generar el modelo digital del terreno (MDT) mediante el software ArcGIS (Figura 20). Se marcó la sección de río que se desea analizar, con perfiles transversales de 60 m, abscisado cada 20 m, y se determinando la pendiente del cauce de (3.1 %).

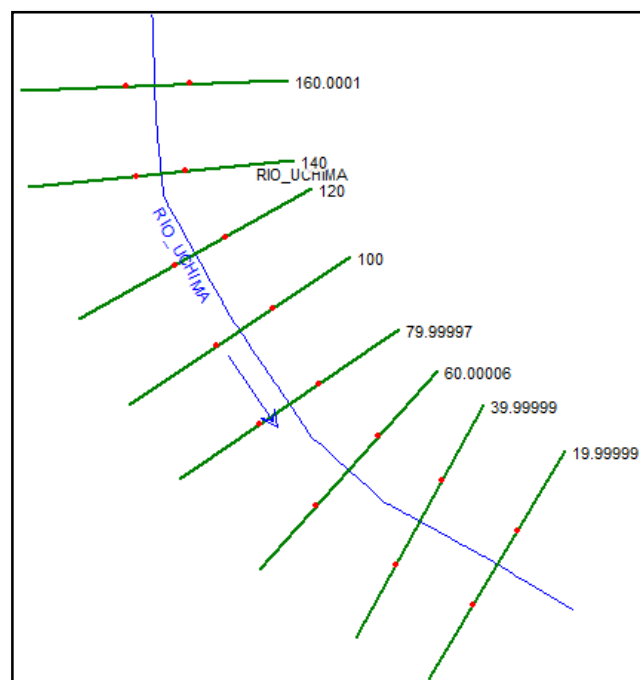


**Figura 20.** Características geomorfológicas en ArcGIS.

**Fuente:** El Autor.

**Elaboración:** El Autor

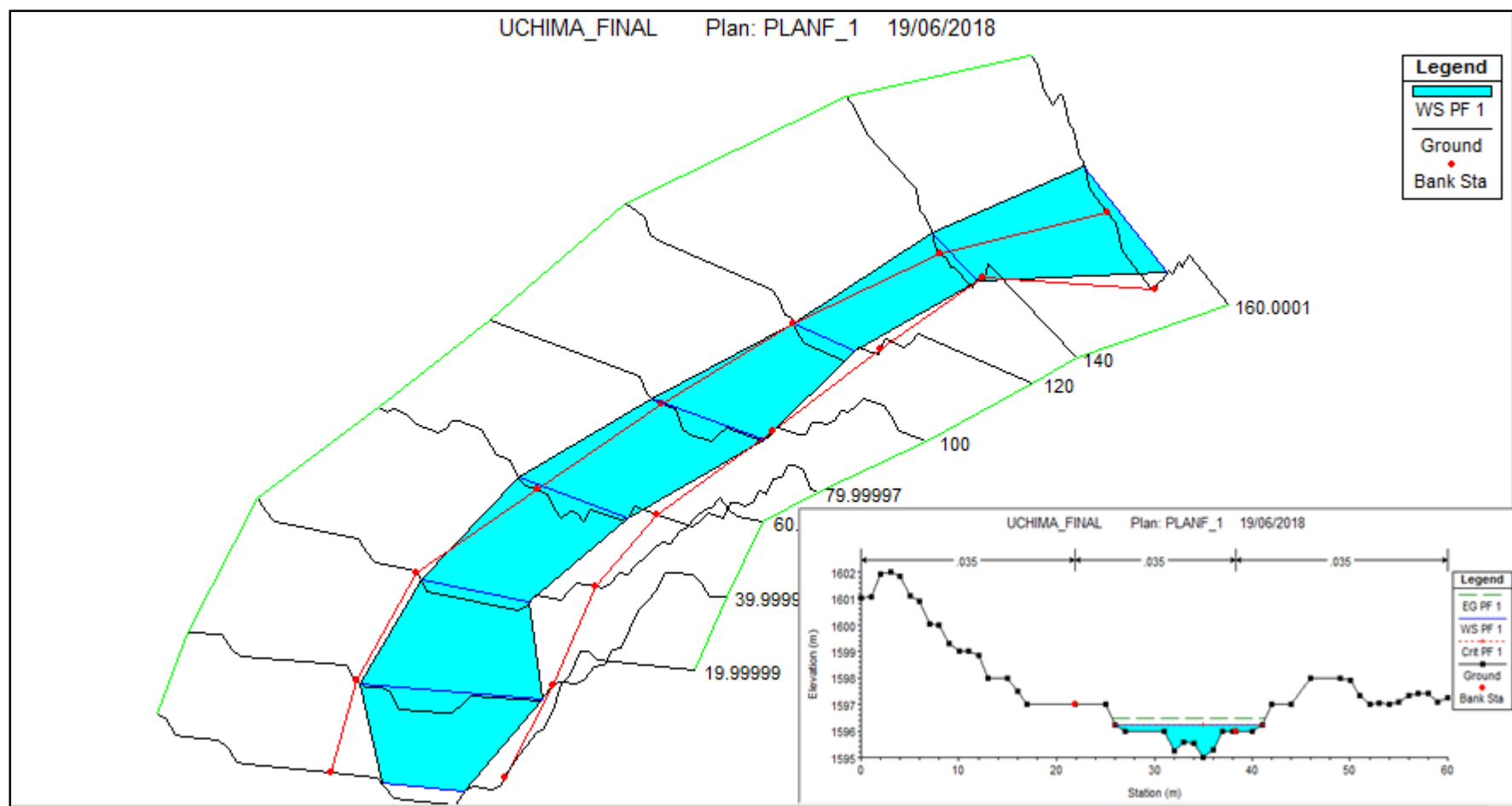
Las características geomorfológicas del río fueron exportadas al software HEC-RAS 5.0.3 (Figura 21). Y posteriormente el caudal de  $14 \text{ m}^3/\text{s}$  como se indica en la Figura 22.



**Figura 21.** Tramo de río (HEC-RAS)

**Fuente:** El Autor.

**Elaboración:** El Autor



**Figura 22.** Modelación hidráulica.

**Fuente:** El Autor.

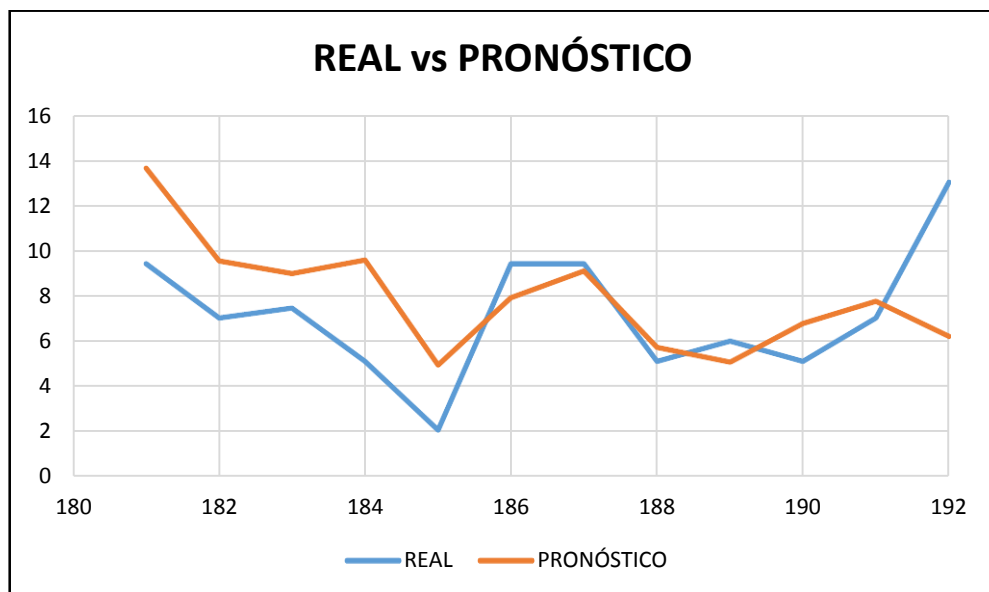
**Elaboración:** El Autor



### 3.4 Evaluación de resultados

Como resultado de este proyecto se creó una herramienta informática que puede desarrollar 81 modelos matemáticos a partir de una combinación de entre nueve procesos autorregresivos y nueve procesos de medias móviles, los cuales se pueden elegir como se muestra en la Figura 16.

Para validar los resultados del prototipo informático se realizó una comparación entre los valores proyectados por el modelo matemático elegido ARIMA(9,0,9) con los valores reales medidos durante el siguiente año posterior a la muestra. Este resultado se presenta en la Figura 23, como se puede observar la serie real y la proyección del modelo ARIMA guardan una alta correlación, esto se demuestra con la prueba de bondad de ajuste ( $r^2$ ), cuyo resultado es  $r^2$  igual 0.823. Los valores de los pronósticos y los valores reales del año 2008 se encuentran en el Anexo 4.



**Figura 23.** Serie Real vs Pronósticos

**Fuente:** El Autor

**Elaboración:** El Autor

Al observar que las proyecciones del modelo tienen una alta correlación con los valores medidos se puede concluir que los modelos ARIMA son satisfactorios para elaborar pronósticos a corto plazo, pero no son convenientes para generar pronósticos a largo plazo ya que a medida que aumenta la cantidad de pronósticos disminuyen las características estocásticas del modelo.

Como se puede observar el modelo ARIMA prevee valores mayores comparados con los valores registrados durante el año posterior a la serie. El valor máximo proyectado fue de  $13.68 \text{ m}^3/\text{s}$ , este resultado es favorable porque al ser mayor que los valores registrados prevee con mayor seguridad la posible ocurrencia de inundaciones.

El resultado de la modelación hidráulica indicó que en ese tramo del río no se generan inundaciones con el máximo caudal proyectado ( $13.68 \text{ m}^3/\text{s}$ ). Pero este resultado no indica el estado total del cauce, ya que tal caudal puede provocar inundaciones en otros tramos del río donde sus secciones disminuyan o la pendiente del cauce cambie, además se debe tomar en cuenta que aguas abajo del tramo donde se realizaron las mediciones puede existir afluentes que se conecten al río y tal adición de caudal no se encuentra registrado en la base de datos de las mediciones. Por lo tanto esta modelación únicamente sirve para evaluar la ocurrencia de inundaciones únicamente en el tramo de río elegido, pero no sirve para evaluar el estado general del cauce.

## CONCLUSIONES

- El modelo matemático que mejor se ajustó al posteriores año de la serie de caudales se presenta como una función de sus valores rezagados y error estocástico como se puede observar en el siguiente esquema:

$$Y_t = 4,67 + 0,24(Y_{t-1}) + 0,14(Y_{t-2}) + 0,02(Y_{t-3}) + 0,03(Y_{t-4}) - 0,03(Y_{t-5}) - 0,01(Y_{t-6}) + 0,09(Y_{t-7}) - 0,07(Y_{t-8}) - 0,05(Y_{t-9}) \\ + 0,07(a_{t-1}) + 0,08(a_{t-2}) - 0,01(a_{t-3}) + 0,04(a_{t-4}) - 0,01(a_{t-5}) - 0,06(a_{t-6}) + 0,10(a_{t-7}) - 0,01(a_{t-8}) - 0,10(a_{t-9})$$

Donde:  $Y_t$  representa el último valor de caudal, los subíndices t-1 a t-9 representan a sus valores anteriores y  $a_{t-9}$  representa hasta la novena perturbación anterior.

- Mediante los pronósticos del modelo ARIMA(9,0,9) se demostró que los caudales del siguiente año no son lo suficientemente grandes para provocar inundaciones en la zona de estudio.
- El resultado de este proyecto permite desarrollar una combinación de modelos ARIMA de hasta nueve procesos autorregresivos y nueve procesos de medias móviles, con un resultado de 81 combinaciones.
- En los modelos ARIMA el error cuadrático medio (ECM) varía independientemente al valor de bondad de ajuste  $r^2$ .
- A medida que aumenta la cantidad de los pronósticos disminuyen sus características estocásticas, por lo tanto no es conveniente utilizar una cantidad de pronósticos muy grandes.
- El uso de pronósticos mediante la metodología ARIMA generalmente funcionan con mayor exactitud para proyecciones a corto plazo, en este caso con una exactitud de 0.82 obtenida del coeficiente de bondad de ajuste ( $r^2$ ), lo que indica una alta correlación entre la proyección y los valores reales.
- El resultado de este proyecto permite desarrollar una combinación de modelos ARIMA de hasta nueve procesos autorregresivos y nueve procesos de medias móviles, con un resultado de 81 combinaciones.
- La modelación hidráulica realizada en este proyecto indicó que no se generan inundaciones en el tramo de río analizado, pero este resultado no sirve para indicar el estado total del río.

## RECOMENDACIONES

- Para observar de mejor manera el escurrimiento sobre el cauce el analista deberá simular los valores máximos de caudales con la ayuda de softwars de sistemas de información geográfica y de modelación hidráulica.
- Se recomienda tener cuidado al momento de realizar pronósticos bajo la metodología ARIMA para cantidades de pronósticos muy grandes, porque a medida que aumenta la longitud de los pronósticos van disminuyendo sus características estocásticas.
- Para estudios posteriores se recomienda realizar un análisis más explícito de los fenómenos de inundación, considerando la variación estocástica que existe en la evolución espacio-temporal, realizar análisis de tormentas y confluencia entre ríos.
- Se recomienda utilizar esta metodología para la programación y planificación en diferentes ámbitos de referencia hídrica: priorización del gasto público direccionado a estructuras de control y/o mitigación, administración hidroenergética, programación agrícola, etc.
- Para un análisis más confiable del estado general del cauce se recomienda realizar la modelación hidráulica con tramos más grandes.

## BIBLIOGRAFÍA

- Universidad de Barcelona. (2015). GAMA (Grupo de Análisis de situaciones Meteorológicas Adversas) . Obtenido de GAMA: <http://www.floodup.ub.edu/inundaciones/>
- Alberdi, M. M. (2007). Manejo básico de Matlab. Universidad de Oviedo.
- Bernabé, M., Carreón, D., Cerca, M., Culqui, J., González, M., González, M., . . . Pauker, F. (2014). AMENAZAS DE ORIGEN NATURAL y Gestión de Riesgo en el Ecuador 1. Quito: Editorial ESPE.
- Brockwell, P. J., & Davis, R. A. (1990). Time Series: Thory and Methods. Colorado: Springer.
- Cadier, É., Gornez, G., Calvez, R., & Rossel, F. (2001). INUNDACIONES y SEQUIAS EN EL ECUADOR.
- CLIMATE-DATE.ORG. (s.f.). Datos climáticos mundiales . Obtenido de CLIMATE-DATE.ORG: <https://es.climate-data.org/location/693795/>
- Escalante, S. C., & Reyes, C. L. (2002). Técnicas Estadísticas de Hidrología. México: Universidad Autónoma Nacional de México.
- GAD Parroquial San Pedro de Vilcabamba. (2015). GAD Parroquial San Pedro de Vilcabamba. Obtenido de GAD Parroquial San Pedro de Vilcabamba: <http://www.sanpedrodevilcabamba.gob.ec/index.php/inicio/datos>
- GAD Parroquial San Pedro de Vilcabamba. (2015). GAD Parroquial San Pedro de Vilcabamba. Obtenido de GAD Parroquial San Pedro de Vilcabamba: <http://www.sanpedrodevilcabamba.gob.ec/index.php/inicio/datos>
- Gujarati, D., & Porter, D. (2010). ECONOMETRÍA. México, D.F.: Mc Graw Hill.
- Hernández, J. (2009). Análisis de Series Temporales Económicas II. Madrid: ESIC.
- le petit finance. (15 de Diciembre de 2015). Obtenido de le petit finance: <http://petitfinance.blogspot.com/2015/12/diferencia-entre-estacionaridad-y.html>
- Monsalve Saénz, G. (1999). HIDROLOGÍA EN LA INGENIERÍA. Bogotá, Colombia: Bogotá, Colombia.

- Moreno, J., & Salazar, J. (2009). MODELO AUTOREGRESIVO MULTIVARIADO BASADO EN REGÍMENES PARA LA GENERACIÓN DE SERIES HIDROLÓGICAS. Redalyc, 101-108.
- Palacio, E. (2004). MODELO PARA MANEJO DE LA INCERTIDUMBRE HIDROLÓGICA EN LA PLANIFICACIÓN DE LA OPERACIÓN DEL SIC. Chile: UNIVERSIDAD DE CHILE.
- Peña, D. (2010). ANÁLISIS DE SERIES TEMPORALES. Madrid, España: Alianza Editorial, S.A.
- Universidad Autónoma de Madrid. (2009). MODELO ARIMA (p,d,q). MADRID: Universidad Autónoma de Madrid.
- Universidad de Valladolid. (s.f.). Universidad de Valladolid. Obtenido de UVA: <http://www5.uva.es/estadmed/datos/series/series.htm>
- Yates, R., & Goodman, D. (2014). PROBABILITY and STOCHASTIC PROCESSES. New Jersey: Copyright.

## ANEXOS

**Anexo 1. Tabla 8.** Datos de la serie

<b>Nº</b>	<b>Qmáx</b>	<b>Nº 2</b>	<b>Qmáx2</b>	<b>Nº 4</b>	<b>Qmáx5</b>	<b>Nº 6</b>	<b>Qmáx7</b>	<b>Nº 8</b>	<b>Qmáx9</b>
<b>1</b>	4.697	<b>37</b>	2.708	<b>73</b>	9.243	<b>109</b>	5.085	<b>145</b>	9.413
<b>2</b>	15.255	<b>38</b>	5.316	<b>74</b>	9.243	<b>110</b>	9.413	<b>146</b>	10.819
<b>3</b>	4.551	<b>39</b>	4.407	<b>75</b>	14.775	<b>111</b>	9.413	<b>147</b>	5.085
<b>4</b>	3.864	<b>40</b>	3.864	<b>76</b>	7.008	<b>112</b>	5.085	<b>148</b>	9.413
<b>5</b>	14.775	<b>41</b>	5.000	<b>77</b>	4.916	<b>113</b>	12.031	<b>149</b>	5.990
<b>6</b>	3.736	<b>42</b>	5.000	<b>78</b>	5.085	<b>114</b>	8.232	<b>150</b>	1.066
<b>7</b>	3.864	<b>43</b>	3.864	<b>79</b>	2.426	<b>115</b>	7.908	<b>151</b>	6.383
<b>8</b>	5.000	<b>44</b>	3.368	<b>80</b>	1.645	<b>116</b>	2.426	<b>152</b>	7.008
<b>9</b>	3.488	<b>45</b>	2.230	<b>81</b>	0.961	<b>117</b>	9.413	<b>153</b>	4.283
<b>10</b>	2.708	<b>46</b>	5.316	<b>82</b>	9.413	<b>118</b>	7.008	<b>154</b>	5.085
<b>11</b>	6.903	<b>47</b>	9.243	<b>83</b>	5.085	<b>119</b>	9.413	<b>155</b>	15.955
<b>12</b>	5.478	<b>48</b>	18.233	<b>84</b>	12.371	<b>120</b>	9.413	<b>156</b>	8.146
<b>13</b>	5.316	<b>49</b>	4.130	<b>85</b>	12.371	<b>121</b>	9.413	<b>157</b>	8.146
<b>14</b>	5.316	<b>50</b>	4.551	<b>86</b>	2.426	<b>122</b>	7.008	<b>158</b>	5.085
<b>15</b>	2.917	<b>51</b>	2.708	<b>87</b>	5.085	<b>123</b>	7.448	<b>159</b>	5.085
<b>16</b>	4.697	<b>52</b>	5.316	<b>88</b>	7.008	<b>124</b>	8.146	<b>160</b>	8.146
<b>17</b>	3.864	<b>53</b>	9.243	<b>89</b>	9.413	<b>125</b>	9.413	<b>161</b>	4.283
<b>18</b>	3.611	<b>54</b>	3.864	<b>90</b>	7.008	<b>126</b>	2.426	<b>162</b>	5.085
<b>19</b>	3.864	<b>55</b>	3.864	<b>91</b>	3.578	<b>127</b>	1.572	<b>163</b>	8.146
<b>20</b>	5.000	<b>56</b>	1.812	<b>92</b>	0.278	<b>128</b>	7.008	<b>164</b>	7.008
<b>21</b>	2.607	<b>57</b>	5.316	<b>93</b>	2.426	<b>129</b>	10.819	<b>165</b>	2.961
<b>22</b>	3.252	<b>58</b>	9.243	<b>94</b>	9.413	<b>130</b>	12.371	<b>166</b>	7.008
<b>23</b>	19.223	<b>59</b>	6.163	<b>95</b>	3.578	<b>131</b>	9.413	<b>167</b>	14.080
<b>24</b>	3.864	<b>60</b>	11.791	<b>96</b>	15.955	<b>132</b>	9.413	<b>168</b>	8.146
<b>25</b>	3.611	<b>61</b>	9.243	<b>97</b>	3.578	<b>133</b>	20.241	<b>169</b>	10.819
<b>26</b>	5.156	<b>62</b>	9.243	<b>98</b>	12.276	<b>134</b>	5.990	<b>170</b>	6.184
<b>27</b>	11.272	<b>63</b>	3.864	<b>99</b>	5.085	<b>135</b>	12.371	<b>171</b>	7.008
<b>28</b>	3.368	<b>64</b>	9.243	<b>100</b>	25.311	<b>136</b>	14.441	<b>172</b>	9.413
<b>29</b>	1.451	<b>65</b>	5.316	<b>101</b>	15.955	<b>137</b>	7.448	<b>173</b>	5.990
<b>30</b>	2.708	<b>66</b>	3.864	<b>102</b>	8.232	<b>138</b>	6.383	<b>174</b>	9.413
<b>31</b>	2.811	<b>67</b>	1.812	<b>103</b>	7.321	<b>139</b>	1.721	<b>175</b>	5.990
<b>32</b>	3.252	<b>68</b>	3.864	<b>104</b>	5.085	<b>140</b>	7.008	<b>176</b>	9.413
<b>33</b>	5.156	<b>69</b>	3.864	<b>105</b>	5.679	<b>141</b>	5.085	<b>177</b>	12.371
<b>34</b>	17.144	<b>70</b>	5.316	<b>106</b>	15.264	<b>142</b>	8.890	<b>178</b>	4.135
<b>35</b>	6.712	<b>71</b>	17.678	<b>107</b>	15.955	<b>143</b>	15.955	<b>179</b>	15.955
<b>36</b>	7.097	<b>72</b>	9.243	<b>108</b>	18.437	<b>144</b>	9.413	<b>180</b>	20.241

Fuente: INAMHI  
Elaboración: El Autor



**Anexo 2. Tabla 9.** Correlograma de la serie

<b>Nº</b>	<b>FAC</b>	<b>FACP</b>	<b>Nº</b>	<b>FAC</b>	<b>FACP</b>	<b>Nº</b>	<b>FAC</b>	<b>FACP</b>	<b>Nº</b>	<b>FAC</b>	<b>FACP</b>
<b>1</b>	0.1977	0.2074	<b>11</b>	0.2361	0.2284	<b>21</b>	-0.021	0.0491	<b>31</b>	-0.043	0.0246
<b>2</b>	0.1105	0.0829	<b>12</b>	0.2812	0.2275	<b>22</b>	0.0427	0.0297	<b>32</b>	0.0031	0.0662
<b>3</b>	0.0402	0.0013	<b>13</b>	0.2007	0.1036	<b>23</b>	0.1905	0.113	<b>33</b>	-0.034	0.0126
<b>4</b>	0.0116	-0.002	<b>14</b>	0.0991	-0.003	<b>24</b>	0.1721	0.047	<b>34</b>	0.0733	0.0311
<b>5</b>	-0.023	-0.027	<b>15</b>	-0.051	-0.098	<b>25</b>	0.279	0.1965	<b>35</b>	0.1849	0.0517
<b>6</b>	-0.012	-0.005	<b>16</b>	-0.068	-0.065	<b>26</b>	0.0269	-0.071	<b>36</b>	0.2327	0.0633
<b>7</b>	0.0705	0.0931	<b>17</b>	-0.095	-0.104	<b>27</b>	0.0009	0.0335	<b>37</b>	0.2247	0.0571
<b>8</b>	-0.063	-0.106	<b>18</b>	-0.026	-0.009	<b>28</b>	-0.037	0.0114	<b>38</b>	0.0049	-0.127
<b>9</b>	-0.047	-0.034	<b>19</b>	-0.087	-0.074	<b>29</b>	0.0402	0.1143	<b>39</b>	-0.031	-0.116
<b>10</b>	0.0927	0.1519	<b>20</b>	-0.148	-0.13	<b>30</b>	0.0057	0.069	<b>40</b>	-0.051	-0.052

**Fuente:** El Autor

**Elaboración:** El Autor

**Anexo 3. Tabla 10.** Análisis de Residuos

<i><b>Nº</b></i>	<i><b>FAC</b></i>	<i><b>FACP</b></i>	<i><b>Nº</b></i>	<i><b>FAC</b></i>	<i><b>FACP</b></i>	<i><b>Nº</b></i>	<i><b>FAC</b></i>	<i><b>FACP</b></i>	<i><b>Nº</b></i>	<i><b>FAC</b></i>	<i><b>FACP</b></i>
<b>1</b>	-0.318	-0.318	<b>11</b>	-0.043	-0.349	<b>21</b>	-0.064	-0.037	<b>31</b>	-0.066	-0.076
<b>2</b>	-0.329	-0.479	<b>12</b>	0.0928	-0.17	<b>22</b>	0.0481	-0.059	<b>32</b>	0.0177	-0.091
<b>3</b>	0.3558	0.0851	<b>13</b>	0.1453	-0.069	<b>23</b>	0.0333	-0.096	<b>33</b>	-0.048	-0.019
<b>4</b>	-0.277	-0.373	<b>14</b>	-0.11	0.1242	<b>24</b>	0.0418	-0.153	<b>34</b>	-0.072	0.0028
<b>5</b>	-0.031	-0.106	<b>15</b>	-0.051	0.1232	<b>25</b>	0.0857	-0.06	<b>35</b>	0.1031	-0.117
<b>6</b>	0.2812	-0.046	<b>16</b>	0.0345	0.0187	<b>26</b>	-0.034	-0.022	<b>36</b>	0.0354	-0.064
<b>7</b>	-0.163	0.0082	<b>17</b>	-0.056	-0.013	<b>27</b>	-0.026	0.0315	<b>37</b>	0.0913	0.1307
<b>8</b>	-0.132	-0.221	<b>18</b>	0.035	-0.029	<b>28</b>	-0.081	-0.184	<b>38</b>	-0.048	0.0737
<b>9</b>	0.0157	-0.358	<b>19</b>	0.0331	0.0346	<b>29</b>	0.0565	-0.054	<b>39</b>	-0.077	0.0576
<b>10</b>	0.0697	-0.158	<b>20</b>	-0.099	-0.101	<b>30</b>	0.0377	-0.136	<b>40</b>	0.0614	0.1238

Fuente: El Auto

Elaboración: El Autor

**Anexo 4. Tabla 11.** Pronósticos ARIMA(9,0,9)

<i><b>Nº</b></i>	<i><b>REAL</b></i>	<i><b>PRONÓSTICO</b></i>	<i><b>Nº</b></i>	<i><b>REAL</b></i>	<i><b>PRONÓSTICO</b></i>
<b>1</b>	9.413	13.6667	<b>7</b>	9.413	9.1251
<b>2</b>	7.008	9.5658	<b>8</b>	5.085	5.7418
<b>3</b>	7.448	9.0097	<b>9</b>	5.99	5.0936
<b>4</b>	5.085	9.6099	<b>10</b>	5.085	6.7943
<b>5</b>	2.052	4.9682	<b>11</b>	7.008	7.7858
<b>6</b>	9.413	7.9364	<b>12</b>	13.035	6.2364

Fuente: El Autor

Elaboración: El Autor