



UNIVERSIDAD TÉCNICA PARTICULAR DE LOJA

La Universidad Católica de Loja

ÁREA ADMINISTRATIVA

TÍTULO DE INGENIERO EN ADMINISTRACIÓN EN BANCA Y
FINANZAS

**Valor en riesgo de una cartera de inversión aplicado en el sector servicios-
subsector tecnológico a nivel mundial para el período 2005-2015.**

TRABAJO DE TITULACIÓN.

AUTORA: Castillo Ato, Carla Estefanía

DIRECTOR: Cueva Cueva, Diego Fernando, Mgtr

LOJA – ECUADOR

2018



Esta versión digital, ha sido acreditada bajo la licencia Creative Commons 4.0, CC BY-NY-SA: Reconocimiento-No comercial-Compartir igual; la cual permite copiar, distribuir y comunicar públicamente la obra, mientras se reconozca la autoría original, no se utilice con fines comerciales y se permiten obras derivadas, siempre que mantenga la misma licencia al ser divulgada. <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.es>

2018

APROBACIÓN DEL DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

Magister.

Diego Fernando Cueva Cueva.

DOCENTE DE LA TITULACIÓN

De mi consideración:

El presente trabajo de titulación Valor en riesgo de una cartera de inversión aplicado en el sector servicios-subsector tecnológico a nivel mundial para el período 2005-2015, realizado por Castillo Ato Carla Estefanía, ha sido orientado y revisado durante su ejecución, por cuanto se aprueba la presentación del mismo.

Loja, agosto de 2018

f).

DECLARACIÓN DE AUTORÍA Y CESIÓN DE DERECHOS

“Yo Castillo Ato Carla Estefanía” declaro ser autora del presente trabajo de titulación Valor en riesgo de una cartera de inversión aplicado en el sector servicios-subsector tecnológico a nivel mundial para el período 2005-2015 de la Titulación de Administración en Banca y Finanzas, siendo el Mgs. Diego Fernando Cueva Cueva director del presente trabajo; y eximo expresamente a la Universidad Técnica Particular de Loja y a sus representantes legales de posibles reclamos o acciones legales. Además certifico que las ideas, conceptos, procedimientos y resultados vertidos en el presente trabajo investigativo, son de mi exclusiva responsabilidad.

Adicionalmente declaro conocer y aceptar la disposición del Art. 88 del Estatuto Orgánico de la Universidad Técnica Particular de Loja que en su parte pertinente textualmente dice: “Forman parte del patrimonio de la Universidad la propiedad intelectual de investigaciones, trabajos científicos o técnicos y tesis de grado o trabajos de titulación que se realicen con el apoyo financiero, académico o institucional (operativo) de la Universidad”

f.....

Autor: Castillo Ato, Carla Estefanía

Cédula: 1105237190

DEDICATORIA

Dedico el presente trabajo de fin de titulación a mis Padres Hernán Castillo y Fanny Ato, que con esfuerzo y dedicación han sabido guiar mis pasos en mi vida profesional a través de su apoyo y brindándome su amor incondicional, gracias a ustedes he logrado llegar hasta aquí y convertirme en lo que soy. Es un gran orgullo y privilegio ser su hija, son los mejores padres.

A mis hermanos Gabriela y Alex, que han formado parte de mi vida para alcanzar este gran anhelo y con quienes he compartido momentos inolvidables.

A toda mi familia por haber sido mi apoyo a lo largo de toda mi carrera universitaria y a lo largo de mi vida.

A todos mis amigos por apoyarme y compartir conmigo momentos de gran alegría durante esta etapa.

Carla

AGRADECIMIENTO

En el presente trabajo de fin de titulación agradezco a Dios, porque ha estado conmigo en todo momento, por guiarme a lo largo de mi existencia, y principalmente por ser el apoyo y fortaleza para el cumplimiento de esta meta.

A mis padres por ser los principales pilares en mi vida, por confiar y creer en mis sueños, por los consejos, valores y principios que me han inculcado y principalmente permitirme culminar mis estudios universitarios con éxito.

A mis estimados docentes por haber compartido sus conocimientos a lo largo toda mi formación profesional, de manera especial, a mi director de tesis Mgs. Diego Cueva, quien a través de sus conocimientos y experiencias me ha guiado para culminar con éxito el presente trabajo.

Carla

ÍNDICE DE CONTENIDOS

CARÁTULA.....	i
APROBACIÓN DEL DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN	ii
DECLARACIÓN DE AUTORÍA Y CESIÓN DE DERECHOS.....	iii
DEDICATORIA.....	iv
AGRADECIMIENTO.....	v
ÍNDICE DE CONTENIDOS.....	vi
ÍNDICE DE TABLAS	ix
RESUMEN.....	1
ABSTRACT	2
INTRODUCCIÓN.....	3
CAPÍTULO I.....	5
MERCADOS FINANCIEROS Y TEORÍAS DE CARTERA	5
1.1 Antecedentes.....	6
1.2 Concepto	6
1.3 Características de los mercados financieros.....	7
1.4 Clasificación de los mercados financieros	8
1.5 Instrumentos del mercado financiero	8
1.5.1 Instrumentos de mercado de dinero.	8
1.5.2 Instrumentos de mercado de capital.	9
1.6 Cartera de inversión	9
1.7 Cartera de inversión eficiente.	10
1.8 Modelos de teorías de cartera de inversión	11
1.8.1 Modelo de Harry Markowitz.	12

1.8.1.1	Supuestos para desarrollar el modelo de Harry Markowitz.	12
1.8.1.2	Matemática del Modelo de Harry Markowitz.	13
1.8.2	Modelo de Sharpe.	14
1.8.2.1	Supuestos para desarrollar el modelo de Sharpe.	15
1.8.2.2	Matemática del Modelo de Sharpe.	16
1.8.3	Modelo Capital Asset Pricing Model (CAPM).	16
1.8.3.1	Supuestos para desarrollar CAPM.	17
1.8.3.2	Matemática del Modelo CAPM.	17
1.8.4	Modelo de Línea de Mercado de Títulos (SML).	18
1.8.4.1	Supuestos para desarrollar SML.	18
1.8.4.2	Matemática del Modelo SML.	18
1.8.5	Modelo de Línea de Mercado de Capitales (CML).	19
1.8.5.1	Supuestos para desarrollar CML.	19
1.8.5.2	Matemática del Modelo CML.	19
1.8.5.3	Diferencias entre la SML y la CML.	20
1.8.6	Modelo de Valoración de Arbitraje de Precios (APT).	20
1.8.6.1	Supuestos para desarrollar APT.	21
1.8.6.2	Matemática del Modelo APT.	21
CAPÍTULO II		23
VALOR EN RIESGO, METODOLOGIAS Y ESTUDIOS PREVIOS QUE HAN APLICADO ESTOS MODELOS		23
2.1	Valor en Riesgo	24
2.1.1	Matemática de Valor en riesgo.	24
2.2	Método de Matriz de varianza-covarianza.....	26
2.2.1	Matemática del Valor en riesgo mediante matriz de varianza-covarianza.	26
2.3	Método de Simulación Histórica.....	27
2.3.1	Matemática del Valor en riesgo mediante Simulación Histórica.	27

2.4 Método de Simulación Monte Carlo	28
2.4.1 Matemática del Valor en riesgo mediante simulación Monte Carlo.	28
2.5 Desarrollo de estudios previos.....	32
CAPÍTULO III	36
DATOS Y METODOLOGÍA DE CARTERAS DE INVERSIÓN	36
3.1 Enfoque y tipo de investigación	37
3.2 Recolección de datos de fuentes secundarias	37
3.3 Unidad de análisis	38
3.4 Tratamiento de los datos	39
CAPÍTULO IV.....	42
RESULTADOS, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	42
4.1 Análisis de pesos para las 3 carteras de inversión.....	43
4.2 Análisis de la medición del Valor en riesgo para las 3 carteras de inversión.....	44
4.3 Discusión de resultados.....	47
CONCLUSIONES.....	48
RECOMENDACIONES.....	49
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	50
ANEXOS	55

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Métodos utilizados para calcular el Valor en riesgo.....	25
Tabla 2. Aplicación del Valor en riesgo en estudios previos.....	30
Tabla 3. Acciones, compañías y país al que pertenecen	38
Tabla 4. Cálculo de los pesos mediante los tres métodos de estimación	43
Tabla 5. Cálculo de las distintas variables aplicadas a los 3 escenarios.	44
Tabla 6. Matriz de Varianza Poblacional	56
Tabla 7. Matriz de Varianza Muestral.....	57

RESUMEN

En la actualidad existe preocupación de los inversionistas por realizar transacciones de manera óptima y segura, con el fin de obtener un buen rendimiento. En este sentido, la posibilidad de generar nuevas herramientas que permitan tomar mejores decisiones de inversión es cada vez más relevante en los mercados financieros. En efecto, uno de los aportes más importantes para ese propósito es el de Markowitz, que propone la generación de carteras óptimamente diversificadas.

Por ese motivo, este trabajo calcula y analiza carteras de inversión con diferentes funciones de optimización y determina su valor en riesgo. Para la implementación de este modelo se ha utilizado metodología paramétrica de varianzas-covarianzas y no paramétrica basada en el método histórico, aplicado a 3 carteras conformadas por 5, 10 y 15 empresas del sector tecnológico a nivel mundial, para los periodos 2005-2015. Los resultados obtenidos determinan que la cartera de maximización de rentabilidad y maximización del ratio de Sharpe en 10 y 15 activos, reflejan mayor rendimiento pero son las más riesgosas al tener las más altas posibilidades de pérdida, tanto, en valor en riesgo mediante simulación histórica como en la matriz de varianza-covarianza.

PALABRAS CLAVES: Modelo Markowitz, Sharpe, Capm, Carteras de Inversión, Valor en Riesgo, Varianza-Covarianza, Simulación Histórica.

ABSTRACT

At present, investors are concerned about making transactions in an optimal and safe way, in order to obtain good performance. In this sense, the possibility of generating new tools to make better investment decisions is increasingly relevant in financial markets. Indeed, one of the most important contributions for this purpose is that of Markowitz, which proposes the generation of optimally diversified portfolios.

For this reason, this work calculates and analyzes investment portfolios with different optimization functions and determines their value at risk. For the implementation of this model, we used parametric methodology of variances-covariances and non-parametric based on the historical method, applied to 3 portfolios made up of 5, 10 and 15 companies of the technological sector worldwide, for the periods 2005-2015. The results obtained determine that the portfolio of maximization of profitability and maximization of the Sharpe ratio in 10 and 15 assets reflect higher performance but are the most risky having the highest potential for loss, both in value at risk through historical simulation such as in the variance-covariance matrix.

KEYWORDS: Model Markowitz, Sharpe, Capm, Investment Portfolios, Value at Risk, Variance-Covariance, Historical Simulation.

INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo de fin de titulación, denominado “Valor en riesgo de una cartera de inversión aplicado en el sector servicios-subsector tecnológico a nivel mundial para el período 2005-2015” se aplicó el modelo de Valor en riesgo para medirlo mediante el método de simulación histórica y varianza covarianza. Se empleó carteras de 5 ,10 y 15 activos, con el fin de calcular carteras de inversión con diferentes funciones de optimización y así determinar su valor en riesgo.

Machain, (2014) afirma que durante los últimos años, la forma para medir y gestionar el riesgo se ha concentrado en el desarrollo de método Valor en Riesgo. Esta metodología toma relevancia cuando, en octubre del año 1994, JP Morgan hace público su sistema integrado de evaluación de riesgo de mercado denominado RiskMetrics el cual utiliza el concepto de VAR para su cálculo. Desde entonces la popularidad de esta técnica se ha incrementado notablemente.

La importancia del presente trabajo radica en que la medición de riesgos resulta fundamental para la toma de decisiones por parte de los inversores, los mismos que serán capaces de cuantificar los riesgos inherentes en la negociación. Por lo que se ha visto necesario la implementación de un modelo para poder optimizar la rentabilidad y disminuir el riesgo de una cartera de inversión, lo cual podría ser una fuente de financiamiento para las empresas y una opción de rentabilidad para los inversionistas y de esta manera se ayude a incrementar valor a sus empresas.

En el primer capítulo se procede analizar la literatura existente relacionado a los mercados financieros, su clasificación, características e instrumentos utilizados en los mismos; la teoría de carteras y los diferentes modelos de inversión como lo son Markowitz, Sharpe, CAPM, SML, CML y ATP.

En el segundo capítulo se detallan los fundamentos teóricos de Valor en Riesgo, sus diferentes metodologías las cuales son a través de la matriz de varianza covarianza, simulación histórica y el método Montecarlo, también se revisa los estudios previos en los que han sido empleadas estas teorías.

El tercer capítulo se enfoca a la metodología utilizada, como la determinación de la muestra, la recolección de datos y el proceso que se llevó a cabo dentro de las 3 estimaciones aplicadas en cuanto a optimización de carteras por medio de maximización de rentabilidad, minimización de riesgo y maximización del ratio Sharpe.

En el cuarto capítulo se construye el modelo con las 3 carteras de inversión conformadas por 5, 10 y 15 activos, respectivamente, se evalúa el comportamiento del rendimiento, riesgo y la estimación de las pérdidas mediante la simulación histórica y la matriz de varianza covarianza, adicional a esto se procede a realizar el análisis y discusión de resultados. Finalmente se identifican las conclusiones y recomendaciones a las cuales se ha llegado una vez concluido este trabajo de fin de titulación. Así mismo, en los anexos se adjunta la matriz de varianza poblacional y muestral las cuales ayudan en el desarrollo de los resultados.

CAPÍTULO I

MERCADOS FINANCIEROS Y TEORÍAS DE CARTERA

1.1 Antecedentes

El mercado financiero ha existido desde hace mucho tiempo, en la medida en que el dinero de los países del centro del sistema ha servido para financiar inversiones públicas y privadas. En sentido estricto no puede decirse que tuvieron gran importancia antes de la década de los 60, si los comparamos con los mercados que se sustentaban del ahorro interior, y sobre todo por el importante papel que jugaban las inversiones exteriores directas o los flujos canalizados por organismos e instituciones públicas (Vallejo, 2014).

1.2 Concepto

Para el Banco Santander Hispano (2014) define a los mercados financieros como:

Los centros en los que concurren la oferta y la demanda correspondiente a los activos financieros. En definitiva, se trata de los espacios en los que tienen lugar las operaciones financieras. Cuando se hace referencia a los mercados financieros, en términos generales, se está haciendo mención a una compleja estructura constituida por una pluralidad de mercados que reciben el nombre de “especializados”.

Los mercados financieros realizan la principal función económica de canalizar fondos desde hogares, empresas y gobiernos que tienen un exceso de superávit en cuanto a sus ahorros, hacia aquellos que tienen déficit de fondos en los mismos, y a su vez, ofrecen el esquema de comparación para la toma de decisiones de inversión en sentido económico de los individuos, empresas y los Gobiernos (Blanco, Ferrando, & Martínez, 2015).

La función económica de los mercados financieros se detalla a continuación en la Figura 1, las flechas muestran que los fondos fluyen de los prestamistas-ahorradores a los prestatarios-gastadores a través de dos mecanismos: financiamiento directo, donde los prestatarios solicitan fondos en préstamos directamente a los mercados financieros mediante la venta de valores; y el financiamiento indirecto, en el cual un intermediario financiero solicita fondos prestados a los prestamistas-ahorradores y, luego, utiliza dichos fondos para realizar préstamos a los prestatarios-gastadores (Mishkin, 2014).

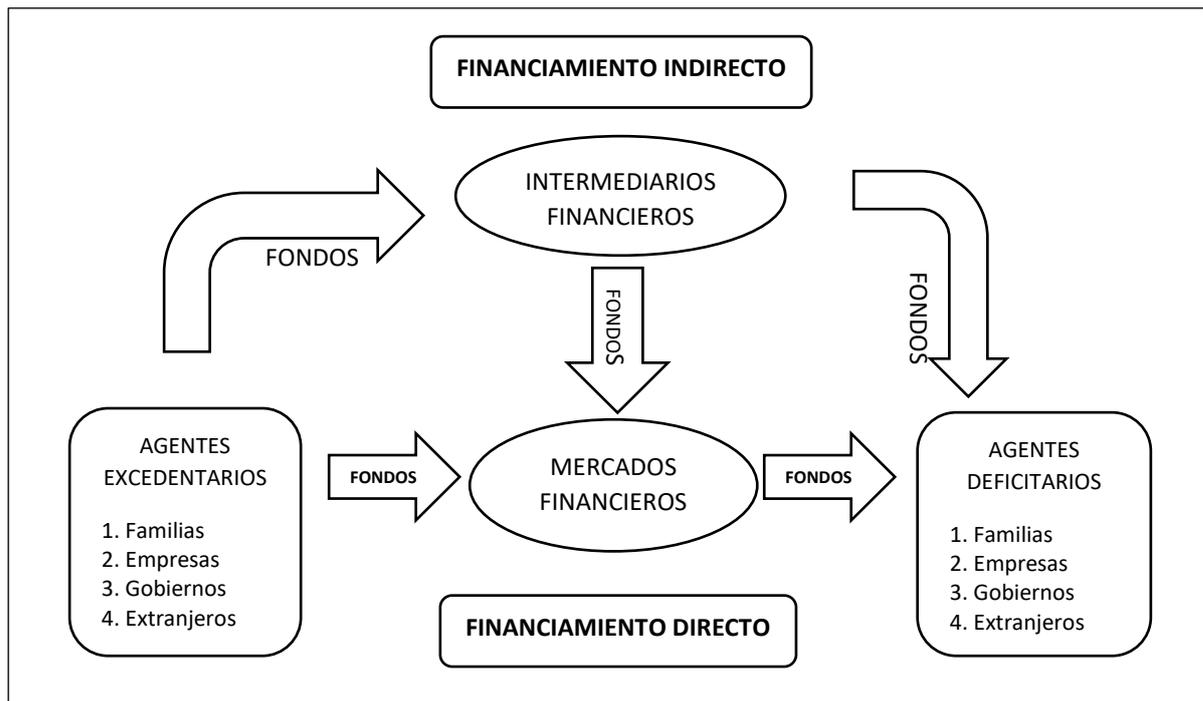


Figura 1.-Flujos de fondos a través del sistema financiero

Fuente: Moneda, banca y mercados financieros, 2014.

Elaboración: La autora

1.3 Características de los mercados financieros

Córdoba (2015) en su libro sobre finanzas internacionales señala que los mercados financieros deben responder a las siguientes características:

- **Transparencia.-** siendo fácil el acceso a la información necesaria para la toma de decisiones dentro de este. Las principales autoridades encargadas de la supervisión de los mercados financieros deben asegurar el mayor nivel de transparencia posible.
- **La amplitud.-** tiene que ver con el número de títulos financieros que se negocian en el mercado financiero.
- **Libertad.-** con la no existencia de barreras para la entrada y la salida de los mercados financieros.
- **Profundidad.-** se refiere a la existencia de curvas de oferta y demanda por encima y por debajo del precio de equilibrio que existe en un momento determinado. Deben existir agentes en capacidad de comprar a un precio superior al precio fijado y agentes dispuestos a vender a un precio inferior.
- **Flexibilidad.-** es la capacidad que tienen los precios de los activos financieros, que se negocian en un mercado, a cambiar ante alteraciones que se produzcan en la economía.

1.4 Clasificación de los mercados financieros

Mascareñas (2013) en su monografía sobre finanzas corporativas indicó que los mercados financieros se pueden clasificar de muchas formas. A continuación, se dará a conocer algunas de ellas y se detallará los mercados que tienen más relevancia en el estudio.

- a) Según los derechos negociados los mercados financieros se clasifican en:
 - *Mercado de acciones*
 - *Mercado de deuda*
- b) Según el instante de la emisión de los derechos los mercados financieros se clasifican en:
 - *Mercado primario*
 - *Mercado secundario*
- c) Según su estructura organizativa los mercados financieros se clasifican en:
 - *Bolsas de valores*
 - *Mercados over the counter*
- d) Según el plazo de los activos negociados los mercados financieros se clasifican en:
 - *Mercado de dinero.*- se caracteriza porque los activos financieros que en él se intercambian tiene un corto plazo de amortización (de un día a un año), una elevada liquidez y un bajo riesgo.
 - *Mercado de capitales.*- es el espacio en donde se negocian una serie de instrumentos financieros y su principal objetivo es conectar unidades excedentarias en fondos con unidades deficitarias, cobrando una comisión por su intervención y determinando los precios justos de los diferentes activos financieros. De acuerdo a esto sus activos financieros son emitidos a medio y largo plazo (López, 2013).

1.5 Instrumentos del mercado financiero

Por su parte Mishkin (2014) indica que como los mercados financieros realizan la función de canalizar los fondos de prestamistas-ahorradores a prestatarios-gastadores, es necesario examinar los valores (instrumentos) negociados en los mercados financieros. Primero se mencionan los instrumentos negociados en el mercado de dinero y, luego, los negociados en el mercado de capitales.

1.5.1 Instrumentos de mercado de dinero.

- *Certificados de tesorería de EUA*
- *Certificado de depósitos bancarios negociables*
- *Papel comercial*

- *Acuerdos de recompra*
- *Fondos federales (Fed)*

1.5.2 Instrumentos de mercado de capital.

- *Acciones*
- *Hipotecas*
- *Bonos corporativos*
- *Valores del gobierno estadounidense*
- *Valores de agencias gubernamentales estadounidenses*
- *Bonos de gobiernos estatales y locales*
- *Prestamos al consumidor y a la empresa.*

1.6 Cartera de inversión

Una cartera de inversión es el conjunto de activos en los que se tiene invertido dinero de manera diversificada, es decir, es la cesta de activos en los que estamos invirtiendo. Estos activos pueden ser de naturaleza fija (deuda pública o privada) o renta variable, que son la gran mayoría de activos financieros (bolsa, fondos de inversión, etc). Naturalmente existen carteras mixtas de inversión, que se componen de los dos tipos anteriores (J. García, 2013).

Antes de crear una cartera de inversión, es inevitable conocer el máximo riesgo aceptable que puede conllevar el inversionista, esto debido a que exista una relación entre el riesgo y la rentabilidad de cualquier título valor, es decir, a mayor riesgo se espera obtener una mayor rentabilidad, y viceversa. Cuando el inversionista se decide por las carteras de renta variable, (carteras accionarias) debe tener presente que estas pueden conformarse bajo dos premisas básicas.

Según Atehortúa (2012) clasifica estas premisas en *cartera de máximo rendimiento* o *cartera de mínimo riesgo*.

- **Cartera de máximo rendimiento.**

Para conformar un portafolio de máximo rendimiento, se debe investigar la combinación óptima entre los títulos valores disponibles, sujeto a un nivel de riesgo tolerable para el inversionista, todo esto considerando un nivel mínimo de participación de los títulos en el portafolio que se haya seleccionado de acuerdo a lo sugerido.

- **Cartera de mínimo riesgo.**

Para conformar un portafolio de mínimo riesgo, se debe investigar la combinación óptima entre los títulos valores disponibles que determinen un nivel mínimo de riesgo, sujeto a un rendimiento esperado por el inversionista, todo esto considerando un nivel máximo de participación de los títulos en el portafolio que se haya seleccionado con anterioridad de acuerdo a lo sugerido.

1.7 Cartera de inversión eficiente.

Martín & Téllez (2014) indica que el objetivo de un administrador financiero es crear una cartera de inversión eficiente, es decir, una cartera que genere el rendimiento máximo para un nivel de riesgo determinado. En consecuencia, necesitamos contar con una manera de medir el rendimiento y desviación estándar de una cartera de inversión. Como parte de dicho análisis conoceremos el concepto de los términos estadísticos ya mencionados, así mismo, de correlación y diversificación los cuales forman parte del proceso utilizado para desarrollar una cartera de inversión eficiente.

- **Rendimiento y desviación estándar de la cartera de inversión.**

El rendimiento de una cartera de inversión es un promedio ponderado de los rendimientos generados por los activos individuales que la conforman. Gitman & Zutter (2016) en su libro principios de administración financiera emplean la ecuación (1) para determinar el rendimiento de una cartera, r_c :

$$r_c = (p_1 \times r_1) + (p_2 \times r_2) + \dots + (p_n \times r_n) = \sum_{i=1}^n p_i \times r_i \quad (1)$$

Donde:

p_i = proporción del valor monetario total de la cartera, representada por el activo i

r_i = rendimiento generado por el activo i

Por supuesto, $\sum_{i=1}^n p_i = 1$, lo cual significa que en este cálculo debe incluirse la totalidad de los activos que conforman la cartera.

- **Correlación.**

La correlación es una medida estadística de la relación que hay entre dos series de números cualquiera. Si dos series tienden a variar en la misma dirección, se dice que tienen una correlación positiva. Si las series varían en direcciones opuestas, tienen una correlación negativa. El grado de correlación se mide a través del coeficiente de correlación (grado de correlación entre dos series), que va de +1 en el caso de las series perfectamente correlacionadas de manera positiva, a -1 en las series perfectamente correlacionadas de manera negativa (Gitman & Zutter, 2016).

- **Diversificación.**

El concepto de diversificación es esencial en el desarrollo de una cartera de inversión eficiente. Para reducir el riesgo general de la cartera, lo mejor es diversificarla mediante la combinación o adición de activos que tengan la correlación más baja posible. Conjuntar activos que presentan una baja correlación entre sí, permite reducir la variabilidad general de los rendimientos de la cartera. Al diversificar se obtiene un rendimiento mayor con menor riesgo (Ross, Westerfield, & Jordan, 2014).

1.8 Modelos de teorías de cartera de inversión

La teoría moderna de selección de carteras nació en el año 1952 con la publicación realizada por Harry M. Markowitz en su artículo Portfolio Selection. Posteriormente fue desarrollada por el propio autor en 1959, publicando Portfolio Selection: Efficient of diversification of investments en el que desarrolla con mayor detalle su teoría, por el reconocimiento a su labor recibió el premio Nobel de Economía en 1990. Esta teoría es la primera formalización matemática de diversificación en las inversiones, es decir, el riesgo puede reducirse sin cambiar el rendimiento esperado de la cartera (J. García, 2013).

De acuerdo al epígrafe anterior se debe entender el término *diversificación de carteras*, el cual se fundamenta en la teoría de invertir en más de un activo, con el único fin de reducir el nivel de riesgo en el que podrá incurrir una compañía. Al momento de diversificar, ampliando el número de activos en los que se invierte, ayuda de manera acertada a que el inversionista pueda reducir el riesgo, pero es claro, que nunca se llegará a eliminar este riesgo por completo, ya que siempre existirán factores macroeconómicos que afectan a todas las industrias, hecho que implica una exposición permanente al riesgo, que no es diversificable (Betancourt, García, & Lozano, 2013).

La teoría de carteras de inversión ha sido ampliada por diversos autores que se explicarán a continuación:

1.8.1 Modelo de Harry Markowitz.

El enfoque propuesto por Harry Markowitz, sobre la conformación de portafolios de inversión, revolucionó el campo de las finanzas, entregando principios, como el de portafolios eficientes, que están presentes en una gran cantidad de modelos de construcción de carteras, conservando de esta forma la esencia de la propuesta inicial. Un portafolio eficiente, según Markowitz, es aquel que tiene un mínimo riesgo, para un retorno dado o, equivalentemente un portafolio con un máximo retorno para un nivel de riesgo dado (J. García, 2013).

Betancourt, García, & Lozano (2013) indican que la teoría de Markowitz permite determinar lo que se denomina la frontera eficiente, la cual se define como el conjunto de carteras conformadas por todas las combinaciones de riesgo - rendimiento que se pueden obtener entre los diversos activos que hacen parte del mismo y que ofrecen el rendimiento esperado más alto para cualquier nivel de riesgo dado.

Dentro de la teoría de Markowitz se logró demostrar que los inversores deben diversificar y deben invertir en más de un activo financiero con el fin de reducir el riesgo para cada nivel esperado de rentabilidad. Así mismo considera que el proceso de selección de carteras debe ser dividida en dos etapas. Una primera etapa consiste en la observación y la obtención de experiencia por parte del inversor, que le conducirá a la elaboración de unas determinadas expectativas sobre el comportamiento futuro de los activos financieros disponibles. La formación de tales expectativas permite acto seguido el comienzo de una segunda etapa del proceso de selección de carteras, la cual concluirá con la elección de la cartera óptima. El trabajo de Markowitz se centra en explicar el desarrollo de esta segunda etapa, y para ello ilustra geométrica y matemáticamente la relación entre estas y la elección de su cartera óptima, todo ello sobre la base del criterio racional de decisión media-varianza (Blanco, Ferrando, & Martínez, 2015).

1.8.1.1 Supuestos para desarrollar el modelo de Harry Markowitz.

Según Mascareñas, (2012) este modelo parte de los siguientes supuestos básicos:

- El rendimiento de cualquier título o cartera es descrito por una variable aleatoria subjetiva, cuya distribución de probabilidad para el período de referencia es conocida por el inversor. El rendimiento del título o cartera será medido a través de su esperanza matemática.

- El riesgo de un título, o cartera, viene medido por la varianza (o desviación típica) de la variable aleatoria representativa de su rendimiento.
- El inversor preferirá aquellos activos financieros que tengan un mayor rendimiento para un riesgo dado, o un menor riesgo para un rendimiento conocido. A esta regla de decisión se la denomina conducta racional del inversor.

Esta teoría, trata de encontrar cuáles son las carteras que proporcionan el mayor rendimiento para un riesgo dado en un horizonte de tiempo estimado, y a la vez que soporten el mínimo riesgo para un rendimiento conocido. A estas carteras se las denomina eficientes. El conjunto de carteras eficientes se puede determinar resolviendo los programas cuadráticos y paramétricos (Mascareñas, 2012).

1.8.1.2 Matemática del Modelo de Harry Markowitz.

La enunciación matemática del modelo de Markowitz, que se presenta en la ecuación (2), consiste en determinar las ponderaciones que maximizan el rendimiento esperado del portafolio, sujeto a un riesgo máximo admitido. Es decir:

$$Max E(Rp) = \sum_{i=1}^n w_i * E(R_i) \quad (2)$$

Donde n es el número de activos en el portafolio; R_i es la variable aleatoria rendimiento del activo i; $E(R_i)$ es el rendimiento esperado del activo i; Rp es la variable aleatoria rendimiento del portafolio; $E(Rp)$ es el rendimiento esperado del portafolio; w_i es la proporción del presupuesto del inversionista destinado al activo i (Franco, Avendaño, & Barbutín, 2011)

1.8.2 Modelo de Sharpe.

Dentro de los modelos que fueron mencionados anteriormente se puede afirmar que una de las herramientas más usadas para seleccionar carteras de inversión, es el Índice de Sharpe, cuyo modelo se basa en contrastar el rendimiento promedio esperado de la cartera con el de un activo sin riesgo, así mismo este del modelo introduce por primera vez la distinción entre riesgo específico (o diversificable) y el riesgo sistemático (no diversificable). Además, ha descubierto que los títulos no sólo tienen una correlación entre sí, sino que una gran parte de esa correlación se deduce de un índice general, por ejemplo del índice de la bolsa en la cual dichas acciones relacionadas cotizan (Czerwinski, 2014).

Córdova (2015) agrega que este ratio financiero fue desarrollado por el nobel de economía William F. Sharpe en 1966 para saber si la rentabilidad de una inversión se debe a una decisión inteligente o, si por el contrario, es resultado de haber asumido más riesgo. Es un ratio que calcula la rentabilidad ajustada según su riesgo. El ratio Sharpe se ha hecho muy popular en los últimos años, entre otras cosas porque es muy sencillo de calcular. Es muy utilizado para evaluar el rendimiento de los Fondos de Inversión.

El procedimiento de Sharpe elimina el tedioso cálculo entre las covarianzas de cada pareja de activos. El analista sólo necesita calcular las relaciones entre cada uno de los activos y el factor dominante. Si el precio de un activo es más volátil que los movimientos de dicho factor, ese activo hará la cartera más variable y, por ende, más arriesgada; y lo contrario. En una cartera bien diversificada la media simple de estas relaciones servirán para estimar la volatilidad de la cartera como un todo (Mascareñas, 2012).

Este modelo realiza la diferencia entre el rendimiento promedio esperado de la cartera con el de un activo sin riesgo, de la misma manera, dicho modelo no solo considera la prima de rendimiento, sino que además, considera la volatilidad de la cartera, el cual es cuantificado por la desviación típica de la misma. Este último indicador puede marcar la diferencia cuando se estructurarán carteras, por ejemplo, si el inversionista tuviera como propósito obtener carteras poco riesgosas puede combinar activos cuyos coeficientes de correlación sea negativa y cercana a -1, esta elección conllevará a obtener un elevado índice de Sharpe. Los inversionistas abiertos al riesgo, tenderían a estructurar carteras con activos cuya correlación este cerca de 1. De acuerdo con este marco de referencia, es conveniente precisar que, al formarse dos carteras, se tendría que elegir aquella que posee mayor índice, para lograr este objetivo (Gomero, 2014).

1.8.2.1 Supuestos para desarrollar el modelo de Sharpe.

En su investigación Brun & Moreno, (2012) afirman que el modelo de Sharpe se basa en los siguientes supuestos:

- El término ε_j es una variable aleatoria con media cero y varianza constante.

$$E(\varepsilon_j) = 0 \quad (3)$$

$$Var(\varepsilon_j) = \sigma_\varepsilon^2 \quad (4)$$

Cabe recalcar, que una de las razones por la que la media de esta variable es cero es porque se trata de una variable que no presenta ningún patrón definido.

Si este supuesto es correcto, la rentabilidad esperada del activo será:

$$E(r_j) = a_j + \beta_j x E(r_m) \quad (5)$$

- El modelo de Sharpe también se basa en algunas hipótesis en las que se basa el modelo de Markowitz. La primera de ellas supone que se invierte todo el presupuesto disponible para la creación de la cartera:

$$\sum_{j=1}^n W_j = 1 \quad (6)$$

El segundo supuesto es que no se puede invertir una cantidad negativa en un activo:

$$W_j > 0 \quad (7)$$

1.8.2.2 Matemática del Modelo de Sharpe.

Gomero (2014) en su artículo portafolios de activos financieros utilizando el modelo de Sharpe y Treyno, aplica la fórmula que permite determinar el ratio de Sharpe la misma que se detalla a continuación:

$$Shp = \frac{E(R) - Rf}{\sigma p} \quad (8)$$

Donde:

Shp = Índice de Sharpe

Ep = rendimiento esperado del portafolio

Rf = tasa libre de riesgo

σp = Riesgo del portafolio

De acuerdo con este modelo se debe tener en cuenta que todo ratio de Sharpe negativo indica un rendimiento de la cartera inferior al de la rentabilidad del activo sin riesgo. Todo ratio de Sharpe inferior a 1 indica una situación en la cual el rendimiento del activo es inferior al riesgo del mismo. Cuanto más alto sea el ratio, mejor (Gomero, 2014).

1.8.3 Modelo Capital Asset Pricing Model (CAPM).

El modelo CAPM es un modelo propuesto por William Sharpe, John Lintner y Jan Mossin en 1964, partiendo del modelo de mercado de Sharpe y del modelo de Harry Markowitz, cuyo objetivo es determinar la tasa de descuento requerido para un cierto activo, esto es, determinar la rentabilidad que debe proporcionar un activo o un portafolio en función de su nivel de riesgo, suponiendo condiciones de equilibrio (Córdova, 2015).

Según Sequeda (2014) el modelo CAPM representa una herramienta financiera sencilla para predecir el riesgo de un activo separándolos en riesgo sistemático y riesgo no sistemático, por supuesto, considerando que se basa en la historia del activo con respecto al mercado donde se cotiza. El riesgo sistemático o también llamado no diversificable depende del propio mercado en el cual el activo financiero cotiza y por tanto no se puede reducir, este riesgo puede ser medido mediante beta. El riesgo no sistemático, en cambio, es un riesgo específico de la empresa o de nuestro sector económico. Es decir, es el riesgo implícito de la empresa.

1.8.3.1 Supuestos para desarrollar CAPM.

El modelo CAPM se basa en todos los supuestos expuestos para el modelo de Markowitz y, además Urbina (2015) agrega los siguientes:

- Existe un activo libre de riesgo al que cualquier inversor puede prestar o pedir prestado.
- La tasa libre de riesgo es la misma para todos los inversores.
- No existen restricciones para las ventas en descubierto.
- La información está a disposición de todos los inversores, los cuales tienen expectativas homogéneas, es decir, tienen las mismas percepciones con respecto a los rendimientos esperados, riesgos y covarianzas de los rendimientos de los títulos.

En la situación descrita por todos los supuestos anteriores, la cartera óptima de activos con riesgo en la que todos los inversores invierten para formar sus carteras mixtas, se convierte en la cartera de mercado, simbolizada por M . Dicha cartera está integrada por todos los n títulos con riesgo del mercado. Cada título estará en M en idéntica proporción a como esta en el mercado según su capitalización bursátil. Así denominado C_i a la cotización de cada uno de los N_i títulos de la clase i que existen en el mercado. El modelo CAPM propone que los rendimientos “ideales” de un activo están definidos por la línea de mercado y basta conocer la volatilidad de un activo para determinar su rendimiento (J. I. Urbina, 2015).

1.8.3.2 Matemática del Modelo CAPM.

Sequeda (2014) en su libro finanzas corporativas y valoración de empresas, fórmula la siguiente ecuación para aplicarlo en este modelo:

$$R = R_F + \beta \times (R_M - R_F) \quad (9)$$

Donde:

R = Rendimiento esperado de un instrumento

R_F = Tasa libre de riesgo

β = Beta del instrumento (grado de sensibilidad)

$(R_M - R_F)$ = Diferencia entre el rendimiento esperado del mercado (R_M) y la tasa libre de riesgo (R_F)

1.8.4 Modelo de Línea de Mercado de Títulos (SML).

Blanco et al., (2015) afirma. “La Línea del mercado de títulos es una derivación del modelo CAPM y se entiende como la relación de equilibrio entre la rentabilidad y el riesgo de cualquier cartera (eficiente o no) y de cualquier título”. De igual manera es la ecuación fundamental del modelo CAPM puesto que indica la rentabilidad que por término medio el mercado va a ofrecer a cualquier inversión financiera, tanto si el inversor ha diversificado bien el riesgo como si ha renunciado por completo a cualquier tipo de diversificación y ha colocado todo su dinero en un solo título.

La SML es una línea recta que refleja el rendimiento requerido en el mercado por cada nivel de riesgo no diversificable (coeficiente beta), la línea de mercado de valores no es estable al paso del tiempo, y sus desplazamientos pueden ocasionar modificaciones en el rendimiento requerido, la posición y la pendiente de la SML se ven afectadas por dos fuerzas de importancia: las expectativas de inflación y la aversión al riesgo, estos cambios afectan la tasa de rendimiento libre de riesgo y reflejan las preferencias generales que tienen los inversionistas en torno al riesgo (Gitman & Zutter, 2016).

1.8.4.1 Supuestos para desarrollar SML.

Markowitz menciona que para establecer como varía el riesgo de un activo o cualquier portafolio no se asocia con el riesgo total de su modelo ampliado (equilibrio de mercado, activos sin riesgo, probabilidades similares) más bien como lo menciona Sharpe, se lo asocia con el coeficiente beta. Esto da origen a un conjunto de supuestos básicos que dan su nombre al modelo de CAPM, donde destaca arbitraje sin límites, mercado de capitales en equilibrio, expectativas homogéneas, entre otros. Con esto se reconoce la relación entre un riesgo sistemático y rentabilidad, como Sharpe lo da a entender en dicho modelo, también menciona que se podría aplicar en Security Market Line (SML).

1.8.4.2 Matemática del Modelo SML

En cuanto a la matemática del modelo SML, Blanco, Ferrando, & Martínez (2015) señalan que la relación fundamental del CAPM es la línea de mercado de títulos (SML) y que viene dada por la siguiente ecuación:

$$E(\widetilde{R}_i) = R_F + (E(\widetilde{R}_M) - R_F)\beta_i \quad (10)$$

Donde:

El subíndice i puede indicar un título individual o una cartera eficiente o no eficiente. En consecuencia lo que se acaba de demostrar con la expresión es que las carteras eficientes se sitúan tanto sobre la CML como sobre la SML.

1.8.5 Modelo de Línea de Mercado de Capitales (CML).

La línea de mercados de capitales, es la relación lineal entre el rendimiento esperado y el riesgo total para las diversas composiciones del portafolio de mercado y varias proporciones de préstamo o endeudamiento libres de riesgo.

Es así como, a partir del modelo de valoración de activos de capital CAPM, la nueva frontera eficiente es la Línea de Mercado de Capitales, en la cual los inversionistas encontrarán los mejores portafolios, y de este conjunto, escogerán su portafolio óptimo, de acuerdo a la rentabilidad esperada y al nivel de riesgo que se esté dispuesto a asumir. Todo esto es posible, ya que, al incorporar el activo libre de riesgo en la construcción de la nueva frontera eficiente, el inversionista podrá obtener un portafolio de menor riesgo y menor rentabilidad en comparación con el portafolio de mercado, si combina el activo libre de riesgo con activos riesgosos (parte inferior de la CML, antes del punto de tangencia) (López, 2013).

1.8.5.1 Supuestos para desarrollar CML.

Mascareñas (2013) señala algunos supuestos referentes a este modelo:

- La ordenada en el origen (R_f) es el tipo de interés nominal sin riesgo. Es el precio de consumo inmediato o la recompensa por esperar; es decir, por no consumir ahora, sino más tarde, recibiremos un R_f % de interés. Se le suele conocer con el nombre de precio del tiempo o, también, el tipo de interés por retrasar el consumo.
- La pendiente de la CML representa la relación entre la rentabilidad esperada (E_p) y el riesgo asociado (σ_p). Se la denomina comúnmente precio del riesgo.

1.8.5.2 Matemática del Modelo CML.

López (2013) señala que la cartera de mercado incluirá todas las acciones que cotizan en la Bolsa y su participación corresponderá al porcentaje que representa su capitalización de mercado con respecto al valor total del mercado. La ecuación de la Capital Market Line (CML) será:

$$E(r_p) = r_f + \frac{E(r_M) - r_f}{\sigma_{rM}} \sigma_{rp} \quad (11)$$

Donde σ_{rM} y σ_{rp} corresponden a los desvíos típicos de rendimiento del mercado y del rendimiento de la cartera, respectivamente. Una implicación importante de esta ecuación es que la prima de riesgo de una cartera eficiente varía en proporción directa a su desviación estándar. La cartera de mercado es, en realidad, una ficción ya que lo existe es una sucesión de infinitas carteras situadas a lo largo de la Capital Market Line, que son carteras de equilibrio para las diferentes combinaciones rendimiento-riesgo, (López, 2013).

1.8.5.3 Diferencias entre la SML y la CML.

De acuerdo con Pérez Peña, (2014) algunas de las diferencias de estos modelos son:

- La relación entre el riesgo y el rendimiento, en la línea de mercado de capitales el riesgo se mide por σ , mientras que en la línea de mercado de títulos el riesgo se mide por beta (β).
- Su aplicabilidad: mientras la CML es aplicable solo para un inversor que mantiene una cartera combinada entre acciones y títulos libres de riesgo, la SML es aplicable para cualquier tipo de activo, título o cartera.
- En la SML el premio por riesgo para un activo individual es una función de la contribución del activo individual al riesgo de la cartera (Beta). En la CML se examinan los premios por riesgo para carteras eficientes, donde, con carteras bien diversificadas, la medida relevante del riesgo es el desvió estándar de la cartera.

1.8.6 Modelo de Valoración de Arbitraje de Precios (APT).

Formulada por Ross en 1976 y más tarde ampliada y desarrollada junto a Roll y Ross en 1980, el APT representa una ampliación y una alternativa al CAPM. La teoría de arbitraje de precios es una alternativa para contemplar el riesgo y rentabilidad de un activo de capital hacia el futuro. En este sentido, establece que la prima por riesgo esperada de una acción dependería de la exposición del activo a ciertos factores macroeconómicos dominantes que afectan a la rentabilidad del activo (Sequeda, 2014).

Así mismo De Sousa (2013) señaló que la teoría APT proporciona el retorno que será generado por la realización de una inversión que presenta un determinado riesgo y que la composición de los precios se derivará de las influencias del riesgo sistemático que los factores macroeconómicos desempeñan sobre el mercado, pero esos elementos no se podrán verificar fácilmente y se relacionarán con algunos acontecimientos inesperados que tienen influencia directa en la volatilidad de las tasas de retorno esperadas.

Según esta teoría, la rentabilidad de cada acción depende por un lado de las influencias exógenas de una serie de factores macroeconómicos y, por otro, de una serie de perturbaciones específicas de cada compañía en particular. Así, para cada acción hay dos fuentes de riesgo. La primera es la que proviene de los efectos macroeconómicos que no pueden ser eliminados mediante la diversificación. La segunda es que el riesgo proviene de posibles sucesos que son específicos de cada empresa; éste tipo de riesgo es eliminable a través de la diversificación. De esta manera, la prima por el riesgo esperado de una acción es afectada por el riesgo macroeconómico y no por el riesgo específico (Mascareñas, 2012).

1.8.6.1 Supuestos para desarrollar APT.

La Teoría de Arbitraje de Precios, conocida en inglés como Arbitrage Pricing Theory (APT) es producto de los siguientes supuestos:

- Mercados de capitales dependientes de factores económicos.
- Los retornos para el conjunto de activos que están siendo considerados son gobernados por un modelo lineal multifactorial.

Se entiende que el APT es una ampliación del CAPM, pero considerando adicional al mercado, una serie de factores macroeconómicos que tratan de determinar o detectar el riesgo sistemático, productos de las políticas económicas financieras del país donde desarrolla sus actividades la empresa emisora de los activos de capital (Sequeda, 2014).

1.8.6.2 Matemática del Modelo APT.

De acuerdo con Czerwinski (2014) el APT es un modelo muy relacionado con el campo de la econometría y la determinación de las variables es como en un modelo econométrico. La variable dependiente (o endógena) es la rentabilidad esperada de una acción que se intenta determinar a través de diversas variables explicativas (o exógenas). Diferentes expertos y autores tienen diferentes percepciones sobre qué y cuantas variables explicativas se debe utilizar y además varían entre diferentes empresas, industrias y economías. De esta manera, la ecuación básica de APT está determinada por la ecuación (12):

$$E_A = R_F + \beta_{A1} * PR_1 + \dots + \beta_{An} * PR_n \quad (12)$$

Donde:

E_A = Rentabilidad esperada (E_A) la cual resulta de dos partes: la rentabilidad sin riesgo (R_F) y la suma de los coeficientes beta de cada factor (β_{Ax}), que mide la sensibilidad del rendimiento del activo en relación al factor, multiplicado por la prima de riesgo de cada factor (PR_x). El coeficiente beta se estima a través de regresión multivariante o lineal por mínimos cuadrados. La prima de riesgo de cada factor (PR_x) (Czerwinski, 2014).

CAPÍTULO II

**VALOR EN RIESGO, METODOLOGIAS Y ESTUDIOS PREVIOS QUE HAN
APLICADO ESTOS MODELOS.**

2.1 Valor en Riesgo

El Valor en riesgo sintetiza la mayor o peor pérdida esperada dentro de determinados períodos e intervalo de confianza, utilizando técnicas estadísticas para medir el riesgo, lo que proporciona a los usuarios una medida concisa del riesgo de mercado. Es decir que, a diferencia de la volatilidad, el Valor en riesgo se concentra en cuál será el peor escenario. Esta medida resume el riesgo total de una cartera y permite expresar el mismo en unidades monetarias (Francischetti, Bertassi, Souza, Padoveze, & Calil, 2014).

De la definición de Valor en riesgo se marca la necesidad de determinar dos factores cuantitativos que según el estudio de Coccia, Milanese, & Pesce, (2013) detallan a continuación:

- **Horizonte de tiempo:** Su elección puede parecer algo arbitraria, sin embargo, como período de tenencia se utiliza el horizonte de tiempo más largo requerido para una liquidación ordenada de la cartera. Es decir, el horizonte de tiempo estará relacionado con la liquidez de los activos dentro de la cartera; aunque también puede influir en su determinación el plazo en el que el inversor planea mantener sus posiciones.
- **Nivel de confianza:** Al elegir un mayor nivel de confianza se obtendrá un Valor en riesgo mayor, éste parámetro tendrá mayor o menor trascendencia según para qué se utilicen los resultados. Si la medición se utiliza para la selección de requerimientos de capital, será muy importante que el mismo refleje el grado de aversión al riesgo de la empresa y el costo de una pérdida por exceder el Valor en riesgo. También es importante la elección del nivel de confianza para poder validar el modelo, a medida que se aumenta este valor, también aumenta el período de tiempo necesario a esperar por la validación del modelo.

2.1.1 Matemática de Valor en riesgo.

Jiménez, Restrepo, & Acevedo, (2015) en su estudio, diversificación internacional de portafolios con índices bursátiles detalla, que para el cálculo del Valor en riesgo es necesario determinar si los activos se distribuyen con una función de densidad de probabilidad normal. El Valor en riesgo de un activo individual se calcula con la siguiente ecuación:

$$VAR = F \times S \times \sigma \times \sqrt{t} \quad (13)$$

F= Valor z para un nivel de confianza determinado.

S= Valor del portafolio.

σ = Volatilidad del portafolio.

t= Período de tiempo en que se desea calcular el Valor en riesgo.

El Valor en riesgo se puede calcular mediante dos métodos: Métodos paramétricos y no paramétricos los mismos que se detallan en la tabla 1, en cuanto a los modelos que integran cada método, la descripción de cada uno, las ventajas y desventajas que se encuentran al aplicar los modelos, todo esto con el fin de facilitar la decisión del investigador al momento de decidirse por algún de estos para ser aplicado de manera correcta en el cálculo del Valor en riesgo.

Tabla 1. Métodos utilizados para calcular el Valor en riesgo

	MODELO	DESCRIPCIÓN	VENTAJAS	DESVENTAJAS
MÉTODOS PARAMÉTRICOS	Matriz de varianza covarianza	Realiza supuestos sobre las distribuciones de los rendimientos para el riesgo de mercado, y las varianzas y las covarianzas que se pueden dar entre las variables.	Es eficiente computacionalmente, no demanda mucho tiempo para realizar sus cálculos, por lo que es muy utilizada por los investigadores.	Asume normalidad en los rendimientos del portafolio, así mismo que los factores de riesgo siguen una distribución lognormal.
	Simulación Monte Carlo	Consiste en tomar los rendimientos actuales como punto de partida y la simulación de los rendimientos esperados en un período de tiempo, generando miles de posibles alternativas.	Logra envolver una gran cantidad de escenarios negativos y positivos en el futuro.	Es muy difícil caracterizar correctamente el proceso estocástico, ya que se deben tener en cuenta muchas condiciones estadísticas.
MÉTODOS NO PARAMÉTRICOS	Simulación histórica	Utiliza la data empírica, ordenándola de mayor a menor y creando así una distribución empírica. El Valor en riesgo corresponde a la densidad acumulada de dicha distribución.	No se requiere una gran metodología para su cálculo	Cuando se analizan sus resultados a través del tiempo, se puede observar que no es muy sensible a los cambios en los datos.

Fuente: Backtesting del valor en riesgo para los mercados bursátiles y de divisas latinoamericanas, 2014.

Elaboración: La autora

2.2 Método de Matriz de varianza-covarianza

Este método tiene como base principal la teoría de Harry Markowitz. La media y la desviación estándar del valor del portafolio pueden ser calculados desde la media y la desviación estándar de los rendimientos de los productos subyacentes y las correlaciones entre estos rendimientos. El método de la varianza-covarianza sólo es adecuado para los portafolios que tienen una relación lineal entre el riesgo y las posiciones del portafolio (Jiménez et al., 2015).

De acuerdo con este método se obtiene que cada factor de riesgo varía en un importe equivalente a su desviación típica, obtenida en base a información histórica. El Valor en riesgo se estima de modo proporcional a dicha variación. La teoría moderna de portafolio permite medir el riesgo de mercado de una canasta o de un conjunto de activos financieros. Para medir el Valor en riesgo de la cartera de activos se debe considerar los efectos de la diversificación con las correlaciones de los rendimientos de los activos que conforman el portafolio (Cabedo & Moya, 2012).

2.1.2 Matemática del Valor en riesgo mediante matriz de varianza-covarianza.

La metodología llamada método de matriz de varianza – covarianza o delta-normal es la siguiente según Morales Mora, (2015):

$$\begin{aligned}Var_p &= F \times S \times \sigma_p \times \sqrt{t} & (14) \\ \sigma_p &= \sqrt{[w]^T [\Sigma] [w]} \\ [\Sigma] &= [\sigma][C][\sigma]\end{aligned}$$

Dónde:

F = Factor que determina el nivel de confianza del cálculo.

S = Valor del portafolio.

σ_p = Volatilidad del portafolio (1 x 1).

t = Horizonte de tiempo en que se desea calcular el valor en riesgo.

[w] = Vector de pesos de las posiciones del portafolio (n x 1).

[w]T = Vector traspuesto de los pesos de las posiciones del portafolio (1 x n).

[\Sigma] = Matriz de varianza-covarianza que incluye las correlaciones entre los valores del portafolio (n x n).

[C] = Matriz de correlaciones de los rendimientos de los activos del portafolio.

Este modelo usa la distribución de rendimientos históricos para el cálculo de las volatilidades y de las correlaciones entre los activos que conforman el portafolio. En este caso el Valor en riesgo se expresa como un múltiplo de la desviación estándar del portafolio por lo que para hallar su valor se requiere determinar la matriz de varianza – covarianza de los factores de mercado que explican el valor del portafolio, cuando se tiene un portafolio con títulos de diferente naturaleza, es preciso identificar los factores de riesgo con el fin de construir una matriz de varianza – covarianza que refleje los riesgos del portafolio (Morales, 2015).

2.3 Método de Simulación Histórica

Se denomina Valor en riesgo histórico o Valor en riesgo por simulación histórica al método para calcular el Valor en riesgo a través de datos históricos, partiendo de la presunción de que la variación de precios futura se distribuirá de igual manera que en el pasado. Para ello, aplicaremos a una cartera actual de activos financieros una serie de precios históricos con el objetivo de obtener escenarios que podamos comparar con la posición actual. Esta aplicación nos proporcionará una serie de resultados simulados a partir de los cuales podemos obtener el Valor en riesgo (C. García, Meza, & Ventura, 2017).

Este método utiliza una gran cantidad de datos históricos para estimar el Valor en riesgo pero hace el mínimo de supuestos acerca de la distribución de probabilidad seguida por las rentabilidades de los factores. De la misma forma supone que todas las variaciones futuras posibles en los precios de los activos ya se han observado en el pasado. Esto impone restricciones no muy realistas en los datos (Novales, 2015).

2.1.3 Matemática del Valor en riesgo mediante Simulación Histórica.

García Estévez, (2015) en su investigación asegura, que el procedimiento para el cálculo del Valor en riesgo mediante la simulación histórica es el siguiente:

- Identificación de las series temporales de las variables que afectan al valor del activo.
- Calculo de los rendimientos en cada periodo. Se utiliza para realizar este cálculo las tasas de variación continuas:

$$R_{to} = Ln \left[\frac{P_{iX}}{P_{(t-1)X}} \right] \quad (15)$$

Donde P_{iX} es el valor i – esimo de la serie de la variable X.

- Generación de los pesos simulados. A los valores actuales se les aplica las n-1 tasas de variación calculadas anteriormente, obteniendo n-1 escenarios.

- Cálculo de los valores patrimoniales para cada escenario.
- Cálculo de las pérdidas o ganancias para cada valor patrimonial.
- Cálculo del percentil del vector de pérdidas y ganancias

El cálculo del Valor en riesgo mediante la simulación histórica puede ser útil cuando el pasado reciente sirva como representación del riesgo actual de la cartera, mientras que si el pasado no refleja dicho riesgo se desaconseja su uso. Las ventajas más significativas son su facilidad de cálculo y que no sigue ninguna distribución específica de precios. Como desventajas, podríamos mencionar la necesidad de contar con un gran número de datos históricos para que el resultado del Valor en riesgo sea lo más cierto posible, así como que estos datos históricos no siempre se repiten en el futuro (Uribe & Inés, 2012).

2.4 Método de Simulación Monte Carlo

Machain, (2014) en su libro simulación de modelos financieros asegura que Montecarlo proviene del principiado que lleva el mismo nombre, debido a la relación con el juego y los casinos. En particular, la asociación surge por el juego de la ruleta que es un simple generador de números aleatorios. La técnica de Montecarlo es un método numérico de muestreo que tiene como objeto la simulación de miles de escenarios de un problema. Para ello, se vale de distribuciones de probabilidad que son asignadas a las variables inciertas del modelo a tratarse y se forman números aleatorios de acuerdo a esas distribuciones calculando diferentes combinaciones de escenarios y almacenando sus resultados para realizar un análisis superior a lo largo del tiempo.

2.1.4 Matemática del Valor en riesgo mediante simulación Monte Carlo.

Este método hace uso de la simulación de una distribución teórica paramétrica para realizar la estimación del riesgo. Como se plantea en Uribe & Inés, (2012) el método consiste en la elección de una función de pérdidas teórica y la calibración de esta de acuerdo con los datos históricos de los factores de riesgo.

El algoritmo para la estimación del Valor en riesgo se resume en:

- Elección de la función teórica sobre la cual se realiza la simulación.
- Simulación de números aleatorios según la distribución teórica escogida.
- Construcción de una función de pérdidas con los datos simulados, análoga al método histórico.
- Estimación del percentil asociado con el nivel de significancia α escogido para el Valor en riesgo, mediante el uso de la función de pérdidas.

Cuando la función teórica escogida es la normal, este método se resume como:

$$VAR_{(1-\alpha)} = \mu + \sigma(-q_{(1-\alpha)}(Z) \text{ con } Z \sim N(0,1) \quad (16)$$

A continuación, se detalla los estudios empíricos realizados a nivel mundial y se da a conocer el año en el que fue publicado, los autores, la muestra, el método aplicado y los resultados que obtuvieron.

Tabla 2. Aplicación del Valor en riesgo en estudios previos

AÑO	AUTOR	MUESTRA	MÉTODO	RESULTADOS
2017	Sara Isabel Álvarez Franco Diego Alexander Restrepo Tobón Mateo Velásquez Giraldo	Portafolios de renta fija de Colombia.	Modelo de Diebold, Rudebusch y Aruoba, mediante pruebas backtesting para calcular el Valor en riesgo.	La aplicación de estos tres modelos dentro de este estudio da como principal conclusión que la matriz de varianzas y covarianzas de los factores latentes a cada modelo es constante, lo cual limita su utilidad en el cálculo del Valor en riesgo.
2015	Luis Miguel Jiménez Gómez Fred Restrepo Giraldo Natalia María Acevedo Prins	72 portafolios de inversión diversificados con acciones que cotizan en la Bolsa de Valores de Colombia.	Varianza Covarianza Simulación Histórica	Se logra que la mejor proporción a la que se debe invertir en un índice bursátil es 15% del total del portafolio según la aplicación del método varianza covarianza, mientras, que para el método de simulación histórica proporciona una estimación más riesgosa de la variabilidad.
2015	Mariano González Sánchez Juan M. Nave Pineda	96 escenarios tomados del índice del mercado (IBEX-35).	Gaussiano (media-varianza) Pruebas del tipo backtesting para considerar a posteriori los errores tipo-I y II	Señala que a pesar de que el IBEX-35 es un índice de capitalización, la inclusión de la variable tamaño (volumen) no garantiza que un índice por construcción se aproxime a la cartera óptima de mercado.
2014	Julio César Espinosa Marco Vinicio Valerio	Deuda fiscal de Costa Rica (datos de deuda, PIB, ingresos fiscales)	Límite natural de deuda y Simulación Montecarlo	Basado en los resultados obtenidos en simulaciones se propone como recomendación general aumentar el ingreso del gobierno mediante una reforma fiscal y/o una reducción de gastos.
2014	Rodrigo Mendoza Yllanes	Portafolios de inversión de las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP) durante el periodo 2006-2011	Ratio Sharpe Enfoque no paramétrico	La participación de activos de renta fija en cada uno de los fondos representa el 90.00%, 66.78% y 39.39% de la cartera respectivamente. Es por este motivo, que se concluye que la asignación óptima de activos cumple con el criterio de eficiencia financiera en periodos de estrés como el de la crisis financiera 2008-2009.

2014	Werner Kristjanpoller Rodríguez Andrés Barahona Ossa	Tipos de cambio de los principales mercados latinoamericanos (Argentina, Brasil, Chile, Colombia, Perú y México) y sus principales índices accionarios.	Modelos paramétricos (GARCH), Semiparamétricos (CAVIAR) y No paramétricos (Simulación histórica).	El modelo CAVIAR para los modelos semiparamétricos es el que mejor proyecta el Valor en riesgo para los mercados y monedas en los periodos analizados. La simulación histórica para los mercados y los periodos analizados tiene un desempeño muy deficiente. Sólo es acertada en el último periodo para dos índices bursátiles.
2013	Julio César Alonso Juan Manuel Chaves	Cinco países latinoamericanos (Argentina, Brasil, Chile, Colombia y Perú)	Veinte diferentes métodos (paramétrico, no paramétricos y semiparamétricos)	Dentro de esta investigación, se encontró que los modelos no-paramétricos de simulación histórica y semiparamétricos corresponde a la mejor medida de riesgo para todos los países de la muestra.
2013	Yun Hsing Cheung Robert J. Powell	Crear un modelo VAR completo en la herramienta Excel.	Modelos paramétricos Simulación Histórica Simulación Montecarlo	Se logró demostrar cómo los modelos paramétricos y de Valor en riesgo de simulación de Monte Carlo también se pueden construir en Excel, proporcionando así un paquete de modelado completo de Excel que abarca los tres métodos Valor en riesgo.
2013	Sebastián Coccia Gastón S. Milanesi Gabriela Pesce	Acción de Tenaris S.A.-2010-2102. Argentina.	Delta-Normal Simulación histórica Simulación Monte Carlo	Cada uno de los métodos arroja resultados con una diferencia significativa, los métodos que son más complejos en tiempo y esfuerzo parecen ser los más precisos en cuanto al ajuste con la realidad. Como resultado, el método de simulación Montecarlo es el que mejor pronostica las peores pérdidas realizadas.
2012	Jorge Uribe Inés Ulloa	Diez mercados accionarios de los países de Latinoamérica.	Método de normalidad Método de Teoría de Valor Extremo (TVE) Simulación histórica Simulación Monte Carlo	La estimación de diferentes medidas del riesgo para diez mercados accionarios, en los cuales se incluye a Colombia, muestra la conveniencia de involucrar medidas de riesgo, que pueden brindar luces para la correcta administración de riesgo ante choques extremos del mercado.

Fuente: La autora

Elaboración: La autora

En función a la tabla 2 se procede analizar cada estudio en el que fue aplicado los diferentes métodos para calcular el valor en riesgo.

2.5 Desarrollo de estudios previos

Álvarez, Restrepo, & Velásquez, (2017) mediante su estudio evalúan el desempeño de tres modelos dinámicos de la estructura a plazos de tasas de interés para estimar el Valor en riesgo de portafolios de renta fija en Colombia. De esta forma, se encuentra que el modelo de Diebold, Rudebusch y Aruoba se desempeña adecuadamente respecto a las pruebas de backtesting del Valor en riesgo, mientras que el modelo de Diebold y Li y un modelo afín de no arbitraje exhiben un pobre desempeño. Los tres modelos concluyen que la matriz de varianzas y covarianzas de los factores latentes a cada modelo es constante, lo cual limita su utilidad en el cálculo del VAR. Por lo tanto, modelos que relajen este supuesto deberían ofrecer un mejor desempeño y ser más adecuados para la gestión del riesgo de portafolios de renta fija.

En ese mismo sentido, Jiménez, Restrepo, & Acevedo, (2015) analizan el efecto de la diversificación internacional por medio del cálculo del Valor en riesgo, añadiendo a un portafolio de acciones de la Bolsa de Valores de Colombia una serie de índices bursátiles internacionales. Los resultados muestran que los valores obtenidos para el Valor en riesgo, luego de incluir en proporciones del 5% 10%, 15% y 20% los índices bursátiles tuvieron una disminución considerable. Según los resultados obtenidos en el cálculo del Valor en riesgo paramétrico por el método de varianza-covarianza, la mejor proporción a la que se debe invertir en un índice bursátil es 15% del total del portafolio. De acuerdo con la temática del estudio el autor realizó una comparación con el método de simulación histórica comprobando que al utilizar el mismo proporciona una estimación más riesgosa de la variabilidad del portafolio debido a que sus valores superan los del método paramétrico, otorgando una aproximación amplia a las máximas pérdidas con las que cuenta un inversionista en el momento de estructurar un portafolio de acciones con las características que se describen en este estudio.

Tal como se ha visto en el estudio anterior, dentro del mismo año 2015, González & Nave (2015) realizaron una investigación en donde se pretende contrastar si es posible construir carteras más eficientes que el índice del mercado (IBEX-35) considerando exclusivamente los mismos activos que componen en cada momento el índice, por un periodo comprendido entre enero-2000 hasta marzo-2013, en términos mensuales y trimestrales, con un total de 96 escenarios. Los resultados fueron analizados a través de pruebas de backtesting, de manera

que no sólo se consideran los éxitos, sino también los errores de tipo-I y II. Otro aporte es el uso de un método de optimización diferente a los habituales (simulating annealing). Al aplicar la metodología propuesta sobre el índice del mercado español (IBEX-35) muestran como resultados que pueden encontrarse carteras óptimas más eficientes que el IBEX-35 y con un menor número de activos. Además, bajo un entorno no gaussiano se superan los test y, no se presenta el problema habitual de primas de riesgo de mercado no positivas.

Con referencia a lo anterior Espinoza & Valerio (2014) presentan su estudio el cual se basa en una aplicación de un modelo de sostenibilidad fiscal para la economía de Costa Rica para el periodo 1991-2013, dentro del cual se utiliza la metodología de límite natural de deuda y Simulaciones Montecarlo para calcular la probabilidad de superar este límite. Basado en los resultados se puede observar que Costa Rica al pronosticar 3 años se obtiene un 76,09% de probabilidad de superar el límite de deuda definido como crítico, lo que indica que la economía posee un alto riesgo de insostenibilidad de la deuda. De igual forma basado en los resultados obtenidos en simulaciones se propone como recomendación general aumentar el ingreso del gobierno mediante una reforma fiscal o una reducción de gastos, esto con el fin de evitar el incremento de la deuda y una posterior presión al alza de las tasas de interés locales y de la tasa de inflación. De esta forma se revertiría la actual insostenibilidad de la deuda.

Es evidente entonces que, para el mismo año Mendoza (2014) enfoca su estudio a evaluar la eficiencia financiera de los portafolios de inversión de las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP) durante el periodo 2006-2011, detalla que un portafolio es más eficiente, en el sentido financiero, cuando se minimiza la diferencia entre el ratio de Sharpe del mismo respecto del portafolio de mercado. La estimación de dicho ratio se realiza, en el marco de una optimización robusta de portafolio, por medio del enfoque denominado 'Encogimiento No Paramétrico'. Se consideran las restricciones legales relevantes así como aquellas que capturan el grado de liquidez del mercado de capitales local. Se concluye que, en el periodo de análisis, ninguno de los tres tipos de fondos satisface los criterios de eficiencia financiera establecidos.

De igual manera Kristjanpoller & Barahona (2014) en su artículo analizan tres metodologías para el cálculo del VAR: modelos paramétricos, semiparamétricos y no paramétricos. Con el objetivo de evaluar su validez se eligió un método representativo para cada uno: el EGARCH para los paramétricos, el CAVIAR para los semiparamétricos y el de simulación histórica para los no paramétricos. Las variables a pronosticar fueron los tipos de cambio de los principales mercados latinoamericanos (Argentina, Brasil, Chile, Colombia, Perú y México) y sus principales índices accionarios. Los resultados muestran que el modelo CAVIAR es el que mejor proyecta el VAR para los mercados y monedas en los periodos analizados. Sin embargo

la simulación histórica para los mercados y los periodos analizados tiene un desempeño muy deficiente. Sólo es acertada en el último periodo para dos índices bursátiles, en donde se nota una mayor variabilidad de los datos reales que cubren el periodo proyectado.

Por las consideraciones anteriores Alonso & Chaves, (2013) dentro de su estudio evalúa el comportamiento de veinte diferentes métodos (paramétrico, no paramétricos y semiparamétricos) para estimar el Valor en riesgo de un portafolio representativo para 5 países latinoamericanos (Argentina, Brasil, Chile, Colombia y Perú). Dentro de los resultados se encuentra que las estimaciones del Valor en riesgo que proveen estos 20 métodos son relativamente muy diferentes para la misma muestra. Es decir, no existe una consistencia entre las estimaciones de cada una de las aproximaciones consideradas en el momento de estimar la misma cantidad: el Valor en riesgo para el siguiente día de negociación. Sin embargo después de encontrar la aproximación que mejor captura el nivel de riesgo seleccionado para cada portafolio, se encontró que los modelos no paramétricos de simulación histórica y semiparamétricos corresponden a la mejor medida de riesgo para todos los países de la muestra.

En este orden de ideas se puede citar a Cheung & Powell, (2013) junto con su trabajo previo que fue lanzado en 2012, muestra cómo una gama completa de modelos de Valor en riesgo, que abarca los tres principales métodos de Valor en riesgo, se puede construir en Excel. El enfoque de estudio de enseñanza paso a paso, permite a los profesores, estudiantes e investigadores construir modelos de Valor en riesgo de bajo costo. Estos van desde métodos paramétricos simplistas adecuados para las condiciones comerciales normales hasta modelos históricos más complejos de Monte Carlo que no dependen de una suposición de distribución normal y son más adecuados en tiempos de frecuentes perturbaciones financieras. Los modelos de Excel son altamente flexibles y fáciles de cambiar, además de ofrecer una gama de técnicas de modelado, como los generadores de números reales o pseudoaleatorios.

Ante la situación planteada Coccia, Milanesi, & Pesce, (2013) en su investigación tienen como principal objetivo aplicar los distintos modelos conocidos para medir el valor en riesgo y valor en riesgo condicionado de la acción de Tenaris S.A. en el período 2010-2012 y comparar los procedimientos, supuestos y resultados de cada uno de ellos. Cada uno de los métodos arroja resultados con una diferencia significativa, los métodos que son más complejos y costosos (en cuanto a tiempo y esfuerzo en su cálculo) parecen ser los más precisos en cuanto al ajuste con la realidad. La derivación principal luego de la validación de los resultados encontrados es que el método de simulación Montecarlo es el que mejor pronostica las peores pérdidas realizadas.

A manera de resumen final Uribe & Inés, (2012) en su investigación exploran varias metodologías para el cálculo del VAR utilizadas actualmente en la regulación internacional y la administración de portafolios. Se estiman también medidas de pérdida esperada en las colas, basadas en la Teoría del Valor Extremo y se contrastan con las estimaciones del VAR con el fin de generar un ranking de riesgo entre varios mercados accionarios del mundo, así como la estimación de diferentes medidas del riesgo para diez mercados accionarios, en los cuales se incluye a Colombia, muestra la conveniencia de involucrar medidas de riesgo, que pueden brindar luces para la correcta administración de riesgo ante choques extremos del mercado. El caso de Colombia en el mercado de acciones no es particularmente preocupante. Es relativamente un mercado poco riesgoso y con pérdidas extremas cercanas a las del VAR.

CAPÍTULO III

DATOS Y METODOLOGÍA DE CARTERAS DE INVERSIÓN

En el siguiente capítulo se detalla el enfoque y tipo de investigación que fue utilizado, la unidad de análisis en el que aborda las quince empresas estudiadas y el sector al que pertenecen, en cuanto a la recolección de datos lo integra la base utilizada y el horizonte de tiempo, por último se especifica el tratamiento de datos de los tres portafolios con las acciones correspondientes en cuanto a maximización de la rentabilidad, maximización del ratio de Sharpe, minimización del riesgo, método histórico y método de varianza-covarianza.

3.1 Enfoque y tipo de investigación

Posteriormente al haber revisado la literatura existente sobre el tema, es momento de visualizar el alcance del estudio que se efectuará, por lo que se ha identificado que la investigación cuenta con un:

- **Enfoque cuantitativo.-** debido a que se realizó la recolección de datos con base en la medición numérica y el análisis estadístico, con el fin de establecer pautas de comportamiento y probar teorías, es decir, la investigación tiene como fin, obtener resultados que analicen el comportamiento de una cartera de inversión y así tomar decisiones exactas y efectivas en la actividad empresarial (Hernández Sampieri, 2014).

Por otra parte, el diseño de la investigación tiene un alcance:

- **No experimental, de tipo descriptivo.-** De manera que busca especificar las propiedades, características y procesos y así conocer las situaciones predominantes de esta investigación.

3.2 Recolección de datos de fuentes secundarias

Esta investigación requirió de recursos de información estadísticos e históricos, las 15 empresas fueron tomadas de la herramienta electrónica Finviz y las acciones fueron recogidas del sistema electrónico bursátil Yahoo Finance, en donde se refleja las empresas internacionales que cotizan en Bolsa, la misma fue utilizada mediante el índice NASDAQ en el cual cotizan más de 7000 acciones del sector de tecnología, dicho índice surgió de la necesidad de regular los mercados y hacerlos más transparentes, a raíz de la petición del Congreso de los Estados Unidos para mejorar la seguridad.

El periodo de tiempo que cubrirá el Valor en Riesgo dentro de la muestra es del 03 de Enero 2005 al 31 de Diciembre del 2015. El universo resultante es de 15 empresas a nivel mundial.

3.3 Unidad de análisis

Para la estructuración de una cartera de Fondos de Inversión óptimo, se toma como base la información bursátil de los precios de cierre diarios de cotización de acciones comprendiendo todos los días de operación de la Bolsa de Valores Nasdaq, en la cual constan 15 empresas a nivel mundial que se detallan en la tabla 3. Las mismas que pertenecen al sector de la Tecnología y a la industria periféricos de la computadora que se encargan de proveer de instrumentos tecnológicos a un sector determinado de personas.

Del total de las empresas, once pertenecen a Estados Unidos, tres a Israel y una a Suiza, todas estas cotizan en mercado norteamericano específicamente en la bolsa de valores Nasdaq.

Tabla 3. Acciones, compañías y país al que pertenecen

EMPRESAS GLOBALES DEL SECTOR TECNOLÓGICO			
N°	ACCIÓN	COMPAÑÍAS	PAÍS
1	ALOT	AstroNova, Inc.	Estados Unidos
2	DDD	3D Systems Corporation	Estados Unidos
3	EFII	Electronics for Imaging, Inc.	Estados Unidos
4	INVE	Identiv, Inc.	Estados Unidos
5	KTCC	Key Tronic Corporation	Estados Unidos
6	LOGI	Logitech International S.A.	Estados Unidos
7	MRCY	Mercury Systems, Inc.	Estados Unidos
8	NICE	NICE Ltd.	Israel
9	NNDM	Nano Dimension Ltd.	Israel
10	QUMU	Qumu Corporation	Estados Unidos
11	RDCM	Radcom Ltd.	Israel
12	SCKT	Socket Mobile, Inc.	Estados Unidos
13	SSYS	Stratasys Ltd.	Estados Unidos
14	TACT	TransAct Technologies Incorporated	Estados Unidos
15	SPRT	Support.com.	Estados Unidos

Fuente: Yahoo Finance, 2018

Elaboración: La autora

El total de datos es de 41.535, como muestra principal de enero 2005 - febrero 2015. A los mismos que se les realizó una optimización de cartera con cinco especificaciones: maximización de la rentabilidad, maximización del ratio de Sharpe, minimización del riesgo, método histórico y método de varianza-covarianza. De igual manera se diversifico los datos en tres portafolios, el primero corresponde al total de las quince empresas, el segundo lo integran diez empresas y por último, el portafolio integrado por las cinco empresas todas estas elegidas de manera aleatoria.

3.4 Tratamiento de los datos

3.4.1 Optimización de las carteras.

Para realizar el cálculo de la rentabilidad anual y diaria, se toma en cuenta el valor de (fecha actual / fecha anterior)-1. Para realizar todos los cálculos matemáticos y estadísticos de esta investigación se empleó la herramienta informática Excel 2013 haciendo uso de sus funciones y complementos según el caso lo amerite. La rentabilidad de una acción se puede obtener con la siguiente ecuación determinada por Markowitz:

$$R = \frac{P1 + D + P0}{P0} \quad (17)$$

En donde:

R= rentabilidad de la acción.

P1= es el precio de la acción en el periodo actual.

P0= es el precio de la acción en el periodo anterior.

D= dividendo actual.

Para la medición del desempeño de las carteras se ha considerado la maximización de la rentabilidad y la minimización del riesgo, Markowitz, (1952) en donde se debe tomar en cuenta la utilidad de los inversores para el cálculo de una óptima combinación. De esta manera el decisor considerará la maximización del rendimiento esperado y la minimización del riesgo.

Además, se ha considerado el índice de Sharpe, pues es una medida que nos permite efectuar comparaciones entre distintos portafolios.

$$Shp = \frac{E(R) - Rf}{\sigma p} \quad (18)$$

Donde:

Ep = rendimiento esperado del portafolio durante el periodo de medición

Rf = tasa libre de riesgo

σp = desviación estándar para el retorno del portafolio

3.4.2 Maximización de la rentabilidad.

La optimización de maximización de la rentabilidad se expresa de la siguiente manera:

$$MaxR_p$$

Sujeto a:

$$W_1 \geq 0$$

$$\sum W_1 = 1$$

Como primera restricción consideramos que los pesos deben ser mayores o iguales a 0 exigiendo explícitamente que nuestra variable sea positiva, mientras que para la segunda restricción el total de los pesos debe ser igual a 1.

3.4.3 Minimización del riesgo.

La formulación del problema es la siguiente

$$Min \sigma^2$$

Sujeto a:

$$W_1 \geq 0$$

$$\sum W_1 = 1$$

Consideramos que los pesos deben ser mayores o iguales a 0 para determinar de manera eficiente el riesgo que atraviesa dicho portafolio al que será aplicado esta fórmula.

3.4.4 Maximización del ratio de Sharpe.

La optimización del ratio de Sharpe es la siguiente:

$$MaxShp = \frac{E(R) - R_f}{\sigma_p} \quad (19)$$

Sujeto a:

$$W_1 \geq 0$$

$$\sum W_1 = 1$$

Se ha tomado en cuenta para la tasa libre de riesgo los bonos del tesoro estadounidense emitidos el 23 de abril del 2018 cuya tasa de interés es de 2,97% y a un plazo de vencimiento a diciembre del 2028.

3.4.5 Método Histórico.

Para esta metodología se ha tomado en cuenta los rendimientos diarios y los pesos de las 15 empresas cotizantes y se procede a calcular el promedio ponderado a través de la función SUMAPRODUCTO. Esta columna de datos obtenida nos servirá para obtener el mínimo (MIN), máximo (MAX) y promedio (PROMEDIO) de retornos diarios, a continuación, calculamos nuestra dispersión de datos restando el valor máximo del mínimo.

Para el cálculo de observaciones se ha utilizado en la herramienta de Excel la fórmula REDONDEAR.MENOS, y se procede a multiplicar por el total de observaciones. Para el Valor en riesgo de retorno diario se ha requerido la sintaxis de la función K.ÉSIMO.MENOR, esta fórmula nos devuelve el enésimo valor más pequeño del promedio ponderado (matriz) y la posición dentro del rango, esta cantidad obtenida la multiplicamos por la exposición del inversor y finalmente obtenemos el Valor en riesgo.

3.4.6 Método de Varianza-Covarianza.

A través del análisis de datos de nuestra hoja de cálculo de Excel procedemos a calcular nuestra matriz de varianza y covarianza, estableciendo en el rango de entrada nuestros rendimientos diarios de las 15 empresas cotizantes. Como resultado se ha obtenido una matriz simétrica dónde en la diagonal aparecen las 15 varianzas de cada una de las empresas y las 15 covarianzas, al tratarse de una simetría la segunda parte es copia de la primera. Y así con los siguientes dos portafolios integrados por las 10 y 15 empresas respectivamente. La rentabilidad de la cartera se obtiene a través de la fórmula SUMAPRODUCTO, tanto de los pesos y del promedio de los rendimientos. La desviación típica resulta de la raíz de la varianza, el 5% del VAR se calcula con la fórmula DISTR.NORM.INV, en donde se toma en cuenta: la probabilidad (0,05), la rentabilidad de la cartera y la desviación típica. Este resultado se ha multiplicado por el importe de la inversión, obteniendo de esta manera el Valor en riesgo.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Con el fin de lograr los objetivos planteados al inicio del trabajo de fin de titulación, se procede a presentar el análisis e interpretación de los datos que se obtuvieron en este estudio, el mismo que fue basado sobre una muestra de 15 empresas que pertenecen al sector tecnología a nivel mundial.

A continuación, se presentan los resultados en las tablas 3 y 4.

4.1 Análisis de pesos para las 3 carteras de inversión

Tabla 4. Cálculo de los pesos mediante los tres métodos de estimación

EMPRESAS	Escenario 1			Escenario 2			Escenario 3		
	Maximizar Rentabilidad	Minimizar Riesgo	Maximizar Ratio Sharpe	Maximizar Rentabilidad	Minimizar Riesgo	Maximizar Ratio Sharpe	Maximizar Rentabilidad	Minimizar Riesgo	Maximizar Ratio Sharpe
ALOT	0.000	0.216	0.248	0.000	0.242	0.248	1.000	0.341	0.397
DDD	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.036	0.000
EFII	0.000	0.130	0.132	0.000	0.167	0.132	0.000	0.404	0.482
INVE	0.000	0.043	0.000	0.000	0.047	0.000	0.000	0.072	0.000
KTCC	0.000	0.083	0.052	0.000	0.094	0.052	0.000	0.147	0.121
LOGI	0.000	0.059	0.000	0.000	0.078	0.000			
MRCY	0.000	0.015	0.000	0.000	0.026	0.000			
NICE	1.000	0.181	0.568	1.000	0.236	0.568			
NNDM	0.000	0.011	0.000	0.000	0.023	0.000			
QUMU	0.000	0.068	0.000	0.000	0.088	0.000			
RDCM	0.000	0.020	0.000						
SCKT	0.000	0.038	0.000						
SSYS	0.000	0.011	0.000						
TACT	0.000	0.089	0.000						
SPRT	0.000	0.035	0.000						
TOTAL	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Fuente: La autora

Elaboración: La autora

Los resultados en la tabla 3 reflejan que en los escenarios 1 y 2 conformados por 15 y 10 activos al aplicar la optimización de máxima rentabilidad, la inversión se concentra en el activo NICE, en cuanto a mínimo riesgo la inversión se ubica en todos los activos excepto en DDD evidenciando que este activo cuenta con más riesgo en sus inversiones, por lo cual no es rentable invertir en esta empresa, mientras que los activos que cuentan con un porcentaje considerable de la inversión son ALOT, NICE y EFII respectivamente. Por otra parte, al maximizar el ratio Sharpe los pesos se distribuyen en los activos NICE, ALOT, EFII y KTCC.

En el tercer escenario, la concentración del total se encuentra en el activo ALOT, al momento de minimizar el riesgo, la inversión se reparte en todos los activos pero en mayor proporción

destaca EFFI, ALOT y KTCC, finalmente para la maximización del ratio Sharpe la inversión se distribuye únicamente en los activos ya mencionados en la estimación anterior.

- **Maximización de la rentabilidad**

Dentro del primer escenario de 15 activos la inversión se concentra en al activo NICE, al reducir la cartera en 10 activos el porcentaje de la inversión se consolida en el mismo activo que en la cartera global y al aplicar la estimación en la cartera de 5 activos, la inversión se emplea en el activo ALOT.

- **Minimización del riesgo**

De este modo al realizar la estimación en la cartera de 15 y 10 activos, la inversión distribuye parte de su proporción en 3 principales activos ALOT, NICE Y EFII, y a su vez demuestra que el activo DDD es el más riesgoso al momento de invertir. Así mismo para el tercer escenario conformado por 5 activos la inversión se cotiza en todos los activos con mayor participación en EFII, ALOT y KTCC.

- **Maximización del Ratio de Sharpe**

Al maximizar el ratio Sharpe en los escenarios 1 y 2, los activos que sobresalen con igualdad en sus porcentajes son ALOT, EFII. KTCC y NICE, este último activo obtiene la mitad de participación en cuanto al 100% de la inversión. Dentro del escenario 3 se logra evidenciar que la inversión se distribuye en 3 activos ALOT, EFII y KTCC.

4.2 Análisis de la medición del Valor en riesgo para las 3 carteras de inversión

La Tabla 4 presenta la medición del Valor en riesgo mediante el método histórico y varianza-covarianza, de igual manera, el rendimiento y riesgo para las tres estimaciones aplicadas a las 3 carteras de activos.

Tabla 5. Cálculo de las distintas variables aplicadas a los 3 escenarios.

	Maximizar Rentabilidad			Minimizar Riesgo			Maximizar Ratio Sharpe		
	Escenario 3	Escenario 2	Escenario 1	Escenario 3	Escenario 2	Escenario 1	Escenario 3	Escenario 2	Escenario 1
Rendimiento	0.037%	0.049%	0.049%	0.024%	0.017%	0.007%	0.036%	0.043%	0.043%
Riesgo	2.675%	2.150%	2.150%	1.641%	1.428%	1.366%	1.702%	1.602%	1.602%
VAR Histórico	-4.030%	-3.100%	-3.100%	-2.436%	-2.159%	-2.102%	-2.524%	-2.331%	-2.331%
VAR Varianza-Covarianza	-4.362%	-3.488%	-3.488%	-2.676%	-2.332%	-2.240%	-2.763%	-2.591%	-2.591%

Fuente: La autora

Elaboración: La autora

Las dos medidas a la hora de evaluar las inversiones son: rendimiento y riesgo, como podemos observar en la tabla 4, las carteras que presentan mayor rendimiento esperado es la cartera de maximización de la rentabilidad en el escenario 1 y 2, con un rendimiento diario de 4,9%, el escenario que presenta un menor rendimiento es el 3 conformado por 15 activos al minimizar el riesgo, por lo tanto, el inversor al momento de invertir debe optar por alguna de los 2 escenarios ya mencionadas.

En lo que respecta al riesgo, el escenario 3 con 5 activos en maximización de rentabilidad presenta el mayor riesgo en comparación con las demás carteras, evidencia un porcentaje de 2,68%, lo que se ve reflejado en la posibilidad de pérdida esperada más elevada tanto para VAR histórico como Valor en riesgo de varianza-covarianza, con porcentajes de (4,03) y (4,36) respectivamente, esto se debe a la inconsistencia y disparidad en la distribución que presentan los datos para esta cartera. Así mismo, la que manifiesta menor riesgo es la de cartera integrada por 5 activos en el escenario 3 al realizar la minimización de riesgo y a su vez las menores pérdidas esperadas para los 3 escenarios presentados.

Continuando con el análisis de la tabla, el comportamiento general del Valor en riesgo histórico y de Varianza-covarianza con un horizonte de tiempo de 10 años y un nivel de confianza del 95% estima altas aproximaciones en los resultados obtenidos para las tres carteras analizadas. Por otra parte, se puede observar que al momento de aumentar activos a la cartera de inversión, es decir, diversificar la misma se logra mitigar el riesgo en los 3 escenarios propuestos.

- **Escenario 1 (15 activos)**

En cuanto a maximizar la rentabilidad y el ratio Sharpe se estima los mismos resultados que en la cartera de 10 activos, sin embargo, al momento de minimizar el riesgo se obtienen los menores porcentajes a nivel global de carteras tanto para rendimiento en 0,007% y en riesgo de 1,366%, como para las pérdidas esperadas a través del método histórico (2,102%) y de varianza covarianza (2,240%)

- **Escenario 2 (10 activos)**

Al realizar las 3 estimaciones, da como resultado el rendimiento más alto cuando se maximiza la rentabilidad que asociado al riesgo será el más elevado dentro de esta estimación, debido a la relación directa que tienen ambas variables. Mientras tanto, las menores pérdidas se ven reflejadas al estimar la minimización de riesgo junto con el menor porcentaje de rendimiento y riesgo dentro de esta cartera. Finalmente, en la maximización del ratio Sharpe se observa

un rendimiento considerable del 0.043% con un riesgo y pérdidas bajas en comparación al resto de estimaciones.

- **Escenario 3 (5 activos)**

Dentro de este marco, la cartera presenta mayor rendimiento al momento de realizar la estimación de maximización de rentabilidad y del ratio Sharpe, sin embargo cuando se minimiza el riesgo esta rentabilidad disminuye en un 0,0125% aproximadamente, en consecuencia, se puede señalar que al relacionar la cartera con el riesgo manifiesta un menor porcentaje al momento de minimizar el mismo y dentro de esta estimación se obtendrán las menores pérdidas consideradas.

4.3 Discusión de resultados

Según los resultados obtenidos en este trabajo, al aplicar el método de simulación histórica proporciona una estimación menos riesgosa de la variabilidad del portafolio debido a que sus valores no superan los del método paramétrico, otorgando una aproximación amplia a las mínimas pérdidas con las que cuenta un inversionista en el momento de estructurar un portafolio de acciones, lo que discrepa totalmente con el estudio realizado por Jiménez, Restrepo, & Acevedo, (2015) en el cual se muestran resultados inversos.

De acuerdo con Millones, Nakazaki, & Trujillo, (2017) la aplicación de los diferentes métodos para medir el VAR permitirá la presentación de información como medida para evaluar los riesgos y así aportar una mayor transparencia para realizar el seguimiento y control de los mismos, en cuanto a la presentación de resultados similares Aponte & Rojas, (2015), concluye en su estudio que, las pequeñas variaciones en los resultados del VAR en los diferentes modelos (Paramétrico, Simulación Histórica), pueden generar diferentes decisiones de inversión.

En el estudio realizado por Urbina, Núñez, & Saavedra, (2015) se puede observar que la aproximación mediante el método varianza covarianza subestima el riesgo en cuanto a las pérdidas estimadas, lo que se puede contrastar en este trabajo debido que, al aplicar este método con un nivel de confianza elevado tiende a sobreestimar las pérdidas en comparación al método histórico.

Finalmente Hernández, (2012) concluye que, las propuestas teóricas contemporáneas de las finanzas sugieren una armonización de las variables: riesgo, rentabilidad futura y diversificación. En este sentido, un portafolio eficiente, bajo la perspectiva de Markowitz (1952), es aquel en donde la diversificación de acciones presenta correlaciones bajas y rendimientos altos, lo que se puede evidenciar en esta investigación al momento de aumentar activos en los portafolios, estos tienden a aumentar sus rentabilidades esperadas y a su vez disminuir el riesgo, lo cual beneficia al inversor al momento de tomar decisiones.

CONCLUSIONES

Entre las conclusiones de este trabajo se pueden enumerar las siguientes:

- El marco teórico presentado evidencia que los Mercados Financieros se encuentran inmersos en un entorno con fuertes desafíos, dados por múltiples cambios que se presentan de manera legal, social, económica, político, etc. A su vez, cumplen con la principal función que es la de canalizar los flujos de liquidez de los agentes excedentarios hacia los agentes deficitarios que carecen del mismo.
- Es importante recalcar que el modelo de Markowitz como referente teórico en la optimización de carteras es de gran utilidad para los inversores, debido a que ha proporcionado la correcta creación de carteras de inversión eficientes.
- En efecto con las investigaciones y aportes empíricos de diversos autores dentro de la revisión de literatura, se puede afirmar que, para medir el Valor en Riesgo, la simulación histórica y el método paramétrico de varianza - covarianza son más fáciles de implementar que la simulación de Monte Carlo. Debido a que los dos primeros métodos requieren solo datos históricos de las variables que se van analizar. Ambos se pueden desarrollar sin mayor dificultad a lo largo del proceso.
- En relación al objetivo general de la investigación calcular carteras de inversión con diferentes funciones de optimización y determinar su valor en riesgo, este objetivo se cumplió satisfactoriamente y fue aplicado en la construcción de 3 carteras con diferentes activos. Como resultado, la cartera que refleja una mejor composición de un portafolio de inversión eficiente es la cartera conformada por 10 y 15 activos al realizar la optimización mediante la maximización de rentabilidad, así mismo al maximizar el ratio Sharpe continúan siendo las más rentables y al momento de minimizar el riesgo únicamente se vuelve rentable la cartera de 5 activos.
- Finalmente se puede aseverar que los resultados obtenidos mediante los diferentes métodos de estimación, demuestran que el análisis de Valor en Riesgo aporta de manera considerable a la evaluación de decisiones financieras, lo cual constituye información valiosa para las inversiones acertadas dentro de los Mercados de Valores, pese a la limitación del modelo.

RECOMENDACIONES

- Es necesario que los inversores se mantengan informados continuamente sobre los cambios que existen en los mercados financieros a nivel nacional e internacional, y así con estos antecedentes puedan estructurar carteras eficientes. Así mismo se recomienda diversificar las carteras de inversión para evitar que la misma se concentre en un solo activo y así lograr garantizar una mayor optimización de la rentabilidad y a su vez reducir la aversión al riesgo.
- Es importante considerar la metodología que va hacer utilizada para la medición del Valor en Riesgo, debido a que la aplicación de la misma arrojará resultados eficientes para la toma de decisiones en las inversiones.
- Mediante la metodología utilizada por estos modelos de carteras de inversión se recomienda profundizar la investigación en el Mercado de Valores ecuatoriano, con el fin de identificar las causas por las cuales no se ha desarrollado la cultura bursátil y evaluar la aplicabilidad de estos modelos.
- Debido al desconocimiento de temas bursátiles a nivel nacional, se recomienda que las Bolsas de Valores del Ecuador brinden más información utilizando procesos metódicos y estandarizados, tomando en cuenta programas de otras Bolsas de Valores a nivel internacional.
- De acuerdo con los resultados obtenidos en el presente trabajo, se recomienda al inversor optar por la cartera conformada por 10 y 15 activos al estimar la maximización de rentabilidad, debido que, estima un alto rendimiento con un riesgo considerable y pérdidas promedias en comparación a las demás carteras propuestas.
- Por último, es importante implementar estrategias de difusión y capacitación que incentiven al estudio, investigación y análisis de temas relacionados al Valor en Riesgo para incrementar el interés de los estudiantes y mediante esto ayudar a mejorar sus conocimientos relacionados al tema.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alonso, J. C., & Chaves, J. M. (2013). Valor en riesgo: evaluación del desempeño de diferentes metodologías para 5 países latinoamericanos. *Estudios Gerenciales*, 29(126), 37–48. [https://doi.org/10.1016/S0123-5923\(13\)70018-4](https://doi.org/10.1016/S0123-5923(13)70018-4)
- Álvarez, S. I., Restrepo, D. A., & Velásquez, M. (2017). Medición del valor en riesgo de portafolios de renta fija usando modelos multifactoriales dinámicos de tasas de interés. *Estudios Gerenciales*, 33(142), 52–63. <https://doi.org/10.1016/j.estger.2017.02.003>
- Aponte, E., & Rojas, O. G. (2015). Valor de riesgo (var) versus la desviación estándar como concepto de riesgo en la elección de portafolios de inversión, 1–29. Retrieved from https://repository.eafit.edu.co/bitstream/handle/10784/9088/Eduardo_Aponte_Omar_Rojas_2015.pdf?Sequence=2&isallowed=y
- Atehortúa, J. A. (2012). *Mercado de capitales y portafolios de inversión*. (L. D. López Escobar, Ed.) (Primera ed). Colombia: Ediciones de la U.
- Banco Santander Hispano. (2014). Mercados Financieros.
- Betancourt, K., García, C., & Lozano, V. (2013). Teoría de Markowitz con metodología EWMA para la toma de decisión sobre cómo invertir su dinero. *Atlantic Review of Economics*, 1(1), 1–21. Retrieved from http://www.unagaliciamoderna.com/eawp/coldata/upload/Vol1_2013_teoría_Markowitz.pdf
- Blanco, F., Ferrando, M., & Martínez, M. F. (2015). *Teoría de la inversión*. España: Ediciones Pirámide.
- Brun, X., & Moreno, M. (2012). *Análisis y selección de inversiones en mercados financieros*. Barcelona- España: Bresca.
- Cabedo, D., & Moya, I. (2012). Propuesta de la metodología de simulación histórica con predicciones autorregresivas y su aplicación en la estimación del valor en riesgo. *Universidad Jaume I, Castellón*, 835–843.
- Cheung, Y. H., & Powell, R. J. (2013). Anybody can do Value at Risk : A Teaching Study using Parametric Computation and Monte Carlo Simulation Anybody can do Value at Risk : A Teaching Study using Parametric, 6(5), 101–118.

- Coccia, S., Milanesi, G., & Pesce, G. (2013). Valor en riesgo, modelos, aplicación y validación Estudio de caso: Tenaris S.A.
- Córdoba, M. (2015). *Finanzas Internacionales* (1a. Edició). Bogotá - Colombia: Ecoe Ediciones.
- Córdova, D. A. (2015). *Modelo de markowitz con metodología EWMA para construir un portafolio diversificado en acciones en la bolsa de valores de Lima*. Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- Czerwinski, F. (2014). Valoración de activos, con enfoque sobre capm y apt, 54. Retrieved from <https://repositorio.comillas.edu/xmlui/bitstream/handle/11531/400/TFG000189.pdf?Sequence=4>
- De Sousa, F. (2013). Modelo de valoración de activos financieros (CAPM) y teoría de valoración por arbitraje (APT): Un test empírico en las empresas del sector eléctrico brasileño. *Cuadernos de Contabilidad*, 14(35), 731–746. Retrieved from <http://search.proquest.com/openview/cb279405252d2c352e4f02116e2ac7c0/1?Pq-origsite=gscholar&cbl=2041080%0Ahttp://search.ebscohost.com/login.aspx?Direct=true&db=fua&AN=96239119&lang=es&site=ehost-live>
- Espinoza, J., & Valerio, M. (2014). Sostenibilidad fiscal en Costa Rica, 1991-2013: una aproximación a través del método montecarlo. *Economía Y Sociedad*, 19(45), 2–25. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.15359/eys.19-45.3>
- Francischetti, C. E., Bertassi, A. L., Souza, L., Padoveze, C., & Calil, J. F. (2014). El Análisis De Riesgos Como Herramienta Para La Toma De Decisiones Relativas a Inversiones. *Invenio*, 17(33), 73–85. Retrieved from <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=87732404006>
- Franco, L. C., Avendaño, C. T., & Barbutín, H. (2011). Modelo de Markowitz y Modelo de Black-Litterman en la Optimización de Portafolios de Inversión. *Tecno Lógicas*, 0(26), 71–88.
- García, C., Meza, A. K., & Ventura, B. (2017). *MÉTODOS DE CÁLCULO DEL VALOR EN RIESGO*.
- García, J. (2013). *Inversiones financieras: selección de carteras, Teoría y práctica*. España: Ediciones Pirámide.

- García Estévez, P. (2015). NT8. El Valor en Riesgo (var). *Instituto de Empresa*, 1–6.
- Gitman, L. J., & Zutter, C. J. (2016). *Principios de administración financiera* (Decimocuar). México: Pearson Education.
- Gomero, N. A. (2014). Portafolios De Activos Financieros Utilizando El Modelo De Sharpe Y Treynor, *22(22)*, 135–146.
- González, M., & Nave, J. M. (2015). ¿Los índices de mercado son carteras eficientes ? El caso español del IBEX-35 *. *Cuadernos de Administración*, *27(48)*, 183–226. Retrieved from http://www.scielo.org.co/scielo.php?Script=sci_arttext&pid=S0120-35922014000100008&lng=en&tlng=es .
- Hernández, J. A. (2012). Propuesta metodológica para la construcción de un ranking de emisores en la Bolsa de Valores de Colombia, (2011), 161–209.
- Hernández Sampieri, R. (2014). *Metodología de la investigación* (sexta edic). México: Mc Graw Hill Education.
- Jiménez, L. M., Restrepo, F., & Acevedo, N. M. (2015). Diversificación internacional de portafolios con índices bursátiles: caso colombiano. *En-Contexto*, *3*, 2014–2015. Retrieved from <http://ojs.tdea.edu.co/index.php/encontexto/article/view/294/286>
- Kristjanpoller, W., & Barahona, A. (2014). Backtesting del valor en riesgo para los mercados bursátiles y de divisas latinoamericanas. *Investigación Económica*, *73(287)*, 37–60. [https://doi.org/10.1016/S0185-1667\(14\)72606-2](https://doi.org/10.1016/S0185-1667(14)72606-2)
- López, G. (2013). *Finanzas Corporativas: Un enfoque latinoamericano* (Tercera ed). Argentina: Alfaomega.
- Machain, L. (2014). *Simulación de modelos financieros* (1a ed.). Buenos Aires: Alfaomega Grupo Editor Argentino.
- Martín, J. L., & Téllez, C. (2014). *Finanzas Internacionales* (2a. Edició). Madrid- España: Ediciones Paradinfo.
- Mascareñas, J. (2012). Gestión de Carteras I: Selección de Carteras, 25. Retrieved from <http://pendientedemigracion.ucm.es/info/jmas/mon/05.pdf>
- Mascareñas, J. (2013a). Gestión de Carteras II : Modelo de Valoración de Activos. *Universidad Complutense de Madrid*, (Cml), 1–24.

- Mascareñas, J. (2013b). Introducción a los Mercados Financieros Introducción.
- Mendoza, R. (2014). Eficiencia financiera en los portafolios de inversión de las AFP en el Perú: Un enfoque robusto de Multifondos Eficiencia financiera en los portafolios de inversión de las AFP en el Perú: Un enfoque robusto de Multifondos*. *Serie de Documentos de Trabajo BCRP*, 30. Retrieved from <http://suscripciones.bcrp.gob.pe/docs/Publicaciones/Documentos-de-Trabajo/2014/documento-de-trabajo-05-2014.pdf>
- Millones, J., Nakazaki, J., & Trujillo, G. (2017). Modelo value at risk (var) para medir el riesgo cambiario en las cajas municipales de ahorro y crédito del sistema financiero peruano, 8(2), 3–14.
- Mishkin, F. S. (2014). *Moneda, banca y mercados financieros* (Décima edi). México: Pearson Education.
- Morales, D. A. (2015). El valor en riesgo condicional como herramienta en la gestión de riesgos del portafolio de renta fija de un fondo previsional ecuatoriano.
- Novales, A. (2015). Valor en riesgo, 143. Retrieved from <http://dspace.ucbscz.edu.bo/dspace/handle/123456789/13435>
- Pérez Peña, R. (2014). Valuación de Activos Financieros, (30), 105–117.
- Ross, S. A., Westerfield, R. W., & Jordan, B. D. (2014). *Fundamentos de finanzas corporativas* (Décima edi). México: Mc Graw Hill Education.
- Sequeda, P. M. (2014). *Finanzas corporativas y valoración de empresas* (1a.). Bogotá: Ediciones de la U.
- Urbina, J. I. (2015). *Estimación del riesgo en portafolios de inversión*. Universidad Autónoma Metropolitana - Iztapalapa. Retrieved from <http://tesiuami.izt.uam.mx/uam/aspuam/presentatesis.php?Recno=16662&docs=UAMI16662.pdf>
- Urbina, J., Núñez, G., & Saavedra, P. (2015). Análisis , aplicación y comparación de tres métodos estadísticos en la estimación del var y el evar, 6(1), 37–54. Retrieved from https://repository.eafit.edu.co/bitstream/handle/10784/9088/Eduardo_Aponte_Omar_Rojas_2015.pdf?Sequence=2&isallowed=y

Uribe, J., & Inés, U. (2012). La medición del riesgo en eventos extremos. Una revisión metodológica en contexto. *Lecturas de Economía*, (76), 81–117.

Vallejo, M. (2014). Finanzas internacionales. *Universidad Del Carchi*, 207.

ANEXOS

Tabla 6. Matriz de Varianza Poblacional

EMPRESAS	ALOT	DDD	EFII	INVE	KTCC	LOGI	MRCY	NICE	NNDM	QUMU	RDCM	SCKT	SSYS	TACT	SPRT
ALOT	0.000715074	8.5205E-05	4.1187E-05	3.93857E-05	1.796E-05	5.2375E-05	5.7694E-05	3.7165E-05	9.4998E-05	4.2405E-05	8.2308E-05	7.1101E-05	5.7248E-05	2.1812E-05	5.539E-05
DDD	8.52047E-05	0.00176681	0.00034778	0.000185355	0.00015166	0.00034516	0.00050556	0.00030197	0.00037748	0.00033445	0.0001906	0.00012233	0.00069896	0.00026055	0.00042462
EFII	4.11873E-05	0.00034778	0.00053244	9.99848E-05	0.00014006	0.00019933	0.00028083	0.00018836	0.00027488	0.00015747	0.00014305	8.1882E-05	0.00026247	0.00012865	0.0002322
INVE	3.93857E-05	0.00018535	9.9985E-05	0.002688868	0.00010994	0.00011706	4.2218E-05	0.0001037	0.00010124	3.3632E-05	0.00015018	2.0376E-06	0.00014912	3.068E-05	8.2451E-05
KTCC	1.79601E-05	0.00015166	0.00014006	0.000109936	0.00131585	0.00011073	0.00010562	0.00011511	0.00013594	7.0151E-05	0.00014386	5.1121E-05	0.0001323	5.5975E-05	0.00012143
LOGI	5.23748E-05	0.00034516	0.00019933	0.000117064	0.00011073	0.00081763	0.00028597	0.00019402	0.00019772	0.00023457	0.00011782	8.0111E-05	0.00026953	0.00014683	0.00021455
MRCY	5.76939E-05	0.00050556	0.00028083	4.22176E-05	0.00010562	0.00028597	0.00116831	0.00021133	0.00022123	0.0002669	0.00017765	5.088E-05	0.00037286	0.00013804	0.00032707
NICE	3.71649E-05	0.00030197	0.00018836	0.000103696	0.00011511	0.00019402	0.00021133	0.00046221	0.00021368	0.00015262	0.00016365	6.3445E-05	0.00021331	0.00015684	0.00019305
NNDM	9.4998E-05	0.00037748	0.00027488	0.000101241	0.00013594	0.00019772	0.00022123	0.00021368	0.00131204	0.00018646	0.0001813	7.2987E-05	0.00026146	0.00018567	0.00021566
QUMU	4.24046E-05	0.00033445	0.00015747	3.36323E-05	7.0151E-05	0.00023457	0.0002669	0.00015262	0.00018646	0.00106901	9.1081E-05	9.218E-05	0.00024493	0.00014308	0.00023671
RDCM	8.23076E-05	0.0001906	0.00014305	0.000150179	0.00014386	0.00011782	0.00017765	0.00016365	0.0001813	9.1081E-05	0.00324787	-1.985E-05	0.00014353	0.00014622	0.00012614
SCKT	7.11013E-05	0.00012233	8.1882E-05	2.03756E-06	5.1121E-05	8.0111E-05	5.088E-05	6.3445E-05	7.2987E-05	9.218E-05	-1.985E-05	0.00325685	6E-05	6.1823E-05	4.9931E-05
SSYS	5.72482E-05	0.00069896	0.00026247	0.000149124	0.0001323	0.00026953	0.00037286	0.00021331	0.00026146	0.00024493	0.00014353	6E-05	0.00118454	0.00014081	0.00033881
TACT	2.18123E-05	0.00026055	0.00012865	3.068E-05	5.5975E-05	0.00014683	0.00013804	0.00015684	0.00018567	0.00014308	0.00014622	6.1823E-05	0.00014081	0.00108384	0.00012741
SPRT	5.53902E-05	0.00042462	0.0002322	8.24513E-05	0.00012143	0.00021455	0.00032707	0.00019305	0.00021566	0.00023671	0.00012614	4.9931E-05	0.00033881	0.00012741	0.00113572

Fuente: La autora

Elaboración: La autora

Tabla 7. Matriz de Varianza Muestral

EMPRESAS	ALOT	DDD	EFII	INVE	KTCC	LOGI	MRCY	NICE	NNDM	QUMU	RDCM	SCKT	SSYS	TACT	SPRT
ALOT	0.000715333	8.5236E-05	4.1202E-05	3.93999E-05	1.7967E-05	5.2394E-05	5.7715E-05	3.7178E-05	9.5032E-05	4.242E-05	8.2337E-05	7.1127E-05	5.7269E-05	2.182E-05	5.541E-05
DDD	8.52355E-05	0.00176745	0.00034791	0.000185422	0.00015171	0.00034528	0.00050575	0.00030208	0.00037761	0.00033457	0.00019067	0.00012237	0.00069922	0.00026065	0.00042478
EFII	4.12022E-05	0.00034791	0.00053263	0.000100021	0.00014011	0.00019941	0.00028093	0.00018842	0.00027498	0.00015753	0.00014311	8.1911E-05	0.00026256	0.0001287	0.00023228
INVE	3.93999E-05	0.00018542	0.00010002	0.00268984	0.00010998	0.00011711	4.2233E-05	0.00010373	0.00010128	3.3644E-05	0.00015023	2.0383E-06	0.00014918	3.0691E-05	8.2481E-05
KTCC	1.79666E-05	0.00015171	0.00014011	0.000109976	0.00131632	0.00011077	0.00010566	0.00011515	0.00013599	7.0177E-05	0.00014392	5.114E-05	0.00013234	5.5996E-05	0.00012147
LOGI	5.23937E-05	0.00034528	0.00019941	0.000117107	0.00011077	0.00081792	0.00028607	0.00019409	0.00019779	0.00023466	0.00011787	8.014E-05	0.00026962	0.00014688	0.00021463
MRCY	5.77148E-05	0.00050575	0.00028093	4.22329E-05	0.00010566	0.00028607	0.00116873	0.00021141	0.00022131	0.00026699	0.00017772	5.0898E-05	0.000373	0.00013809	0.00032719
NICE	3.71783E-05	0.00030208	0.00018842	0.000103733	0.00011515	0.00019409	0.00021141	0.00046237	0.00021375	0.00015267	0.00016371	6.3467E-05	0.00021339	0.00015689	0.00019312
NNDM	9.50324E-05	0.00037761	0.00027498	0.000101278	0.00013599	0.00019779	0.00022131	0.00021375	0.00131252	0.00018652	0.00018137	7.3014E-05	0.00026155	0.00018574	0.00021573
QUMU	4.242E-05	0.00033457	0.00015753	3.36444E-05	7.0177E-05	0.00023466	0.00026699	0.00015267	0.00018652	0.00106939	9.1114E-05	9.2213E-05	0.00024502	0.00014313	0.00023679
RDCM	8.23373E-05	0.00019067	0.00014311	0.000150234	0.00014392	0.00011787	0.00017772	0.00016371	0.00018137	9.1114E-05	0.00324904	-1.972E-05	0.00014358	0.00014627	0.00012619
SCKT	7.1127E-05	0.00012237	8.1911E-05	2.03829E-06	5.114E-05	8.014E-05	5.0898E-05	6.3467E-05	7.3014E-05	9.2213E-05	-1.972E-05	0.00325802	6.0022E-05	6.1845E-05	4.9949E-05
SSYS	5.72689E-05	0.00069922	0.00026256	0.000149178	0.00013234	0.00026962	0.000373	0.00021339	0.00026155	0.00024502	0.00014358	6.0022E-05	0.00118497	0.00014087	0.00033893
TACT	2.18201E-05	0.00026065	0.0001287	3.06911E-05	5.5996E-05	0.00014688	0.00013809	0.00015689	0.00018574	0.00014313	0.00014627	6.1845E-05	0.00014087	0.00108423	0.00012746
SPRT	5.54102E-05	0.00042478	0.00023228	8.24811E-05	0.00012147	0.00021463	0.00032719	0.00019312	0.00021573	0.00023679	0.00012619	4.9949E-05	0.00033893	0.00012746	0.00113613

Fuente: La autora

Elaboración: La autora