



UNIVERSIDAD TÉCNICA PARTICULAR DE LOJA

La Universidad Católica de Loja

ÁREA TÉCNICA

TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

Eficiencia de las técnicas de interpolación, relleno y generación de datos de lluvia en función del tamaño de la muestra disponible.

TRABAJO DE TITULACIÓN

AUTOR: Ochoa Chamba, Yandry Andrés.

DIRECTOR: Serrano Ojeda, José Antonio, M. Sc.

CO-DIRECTORA: Sonia Lorena Gonzaga Vallejo, M. Sc.

LOJA – ECUADOR

2018



Esta versión digital, ha sido acreditada bajo la licencia Creative Commons 4.0, CC BY-NY-SA: Reconocimiento-No comercial-Compartir igual; la cual permite copiar, distribuir y comunicar públicamente la obra, mientras se reconozca la autoría original, no se utilice con fines comerciales y se permiten obras derivadas, siempre que mantenga la misma licencia al ser divulgada. <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.es>

2018

APROBACIÓN DE LA DIRECTIVA DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

M. Sc.

José Antonio Serrano Ojeda

DOCENTE DE LA TITULACIÓN

De mi consideración:

El presente trabajo de titulación: Eficiencia de las técnicas de interpolación, relleno y generación de datos de lluvia en función del tamaño de la muestra disponible, realizado por Ochoa Chamba Yandry Andrés, ha sido orientado y revisado durante su ejecución por cuanto se aprueba la presentación del mismo.

Loja, julio de 2018

f).....

DECLARACIÓN DE AUTORÍA Y CESIÓN DE DERECHOS

“Yo, Ochoa Chamba Yandry Andrés declaro ser autor del presente trabajo de titulación: Eficiencia de las técnicas de interpolación, relleno y generación de datos de lluvia en función del tamaño de la muestra disponible, de la Titulación Ingeniería Civil, siendo José Antonio Serrano Ojeda, M. Sc director del presente trabajo; y eximo expresamente a la Universidad Técnica Particular de Loja y a sus representantes legales de posibles reclamos o acciones legales. Además certifico que las ideas, conceptos, procedimientos y resultados vertidos en el presente trabajo investigativo, son de mi exclusiva responsabilidad.

Adicionalmente declaro conocer y aceptar la disposición del Art. 88 de Estatuto Orgánico de la Universidad Técnica Particular de Loja que en su parte pertinente textualmente dice: “Forman parte del patrimonio de la Universidad la propiedad intelectual de investigaciones, trabajos científicos o técnicos y tesis de grado o trabajos de titulación que se realice con el apoyo financiero, académico o institucional (operativo) de la Universidad”

f.....

Autor: Ochoa Chamba Yandry Andrés

Cédula: 1105539538

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a Dios, por haberme dado la vida y por estar conmigo siempre y en todo lugar, por haber puesto en mi camino personas que han sido mi soporte y compañía durante mis estudios.

A toda mi familia, por considerarme su ejemplo y demostrarme su apoyo incondicional, son el motivo de mi felicidad. Los amo infinitamente.

A mi abuelita Rosario, a quien quiero como mi madre, sus consejos han sabido formarme en la persona que hoy en día soy.

A mis docentes y amistades en general, por haber compartido sus conocimientos y experiencias durante toda esta etapa de formación.

AGRADECIMIENTO.

A Dios, por haber estado a mi lado y por todas sus bendiciones. Sin tú ayuda y fe que tengo en ti, no lo hubiera logrado.

Me gustaría expresar mi gratitud a la Universidad Técnica Particular de Loja y a todas las personas que fueron participes de este proceso, específicamente a mi director de tesis, el M. Sc. José Serrano y a mi codirectora la M. Sc. Sonia Gonzaga, que como docentes y amigos, me ayudan y dan muchas sugerencias útiles. Esta tesis no estaría terminada sin su ayuda.

A mis padres José y Rosa, que por su experiencia de vida, me han llenado de valor para hacer frente a nuevos desafíos y toma de decisiones.

Mi mayor agradecimiento a mi familia y amigos por su apoyo permanente.

.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

CARÁTULA	i
DECLARACIÓN DE AUTORÍA Y CESIÓN DE DERECHOS.....	iii
DEDICATORIA	iv
AGRADECIMIENTO.....	v
ÍNDICE DE CONTENIDOS	vi
RESUMEN.....	1
ABSTRACT	2
INTRODUCCIÓN.....	3
1. CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO	5
1.1. Interpolación Espacial.....	6
1.2. Regionalización.	8
1.2.1. Método geográfico.....	8
1.2.2. Métodos estadísticos.....	9
1.2.3. Métodos de características específicas.....	11
1.3. Técnicas de interpolación de precipitación.....	11
1.3.1. Técnica de Thiessen.....	12
1.3.2. Interpolación de la distancia inversa (IDW).....	13
1.3.3. Interpolación polinomial.....	13
1.3.4. Interpolación multicuadrática.....	15
1.3.5. Interpolación Gandin.....	15
1.3.6. Interpolación Kriging.....	17
2. CAPÍTULO II: MATERIALES Y MÉTODOS.....	19
2.1. Zona de estudio.....	20
2.1.1. Relieve.....	21
2.1.2. Clima.....	21
2.1.3. Régimen pluviométrico.....	22
2.2. Datos y materiales.....	23
2.3. Metodología.....	25
2.3.1. Control de cantidad y calidad de la información.....	25
2.3.2. Delimitación de estaciones homogéneas.....	27

2.3.3.	Análisis de las técnicas de interpolación de precipitación.	29
2.3.4.	Generación de muestras.....	44
2.3.5.	Procedimiento de validación.	46
3.	CAPÍTULO III: RESULTADOS Y DISCUSIÓN	47
3.1.	Identificación de estaciones homogéneas.	48
3.2.	Técnicas de interpolación.	52
	CONCLUSIONES.	64
	RECOMENDACIONES.....	66
	BIBLIOGRAFÍA.....	67
	ANEXOS.....	72

RESUMEN

En este trabajo se comparó seis técnicas de interpolación de precipitación: Thiessen, IDW, polinomial, método de Gandín, multicuadrática y Kriging, aplicadas a los registros de precipitación diaria de 48 estaciones meteorológicas distribuidas espacialmente entre las provincias de Loja y El Oro. Las cuales han sido delimitadas en regiones homogéneas mediante características propias de la zona de estudio y de estadísticos muestrales de datos. El rendimiento de cada técnica de interpolación se determinó al comparar los valores resultantes de R^2 y RMSE, generados por estimar datos de precipitación cuando se disponen longitudes de registro diferente en comparación a los datos de la muestra real.

Como resultado, se muestra que todas las técnicas empleadas sirven para estimar datos de precipitación diaria, sin embargo, la interpolación Kriging resulta ser más eficiente al disponer de registros con diferentes densidades de datos, las técnicas IDW y multicuadrática tienen buen rendimiento, cuando las estaciones de referencia son cercanas y homogéneas a la estación que se desea estimar los datos. La interpolación polinómica por el método de Lagrange y Thiessen dieron valores de RMSE más altos.

PALABRAS CLAVE: Técnicas de interpolación, regiones homogéneas, datos de precipitación.

ABSTRACT

In this work, six precipitation interpolation techniques were compared such as: Thiessen, IDW, polynomial, Gandín method, multicuadrática and Kriging, applied to the daily precipitation records of 48 meteorological stations, spatially distributed between the provinces of Loja and El Oro. Which have been delimited in homogeneous regions by characteristics of the study area and sample data statistics.

In this sense, the performance of each interpolation technique was determined by comparing the resulting values of R^2 and RMSE, generated by estimating precipitation data when different record lengths are available compared to the actual sample data.

As a result, it is shown that all the techniques used serve to estimate daily precipitation data. However, the Kriging interpolation turns out to be more efficient when having records with different data densities, the IDW and multi-quadratic techniques have good performance, when the reference stations are close and homogeneous to the station that we want to estimate the data. The polynomial interpolation by the Lagrange and Thiessen method gave higher RMSE values.

KEYWORDS: Interpolation techniques, homogeneous regions, precipitation data.

INTRODUCCIÓN

La información pluviométrica es de gran importancia en una modelación hidrológica ya que permite el estudio, diseño y evaluación de un hidrosistema, sin embargo, por diversas razones es común encontrar los registros con información escasa, nula e incompleta y los datos disponibles son insuficientes para su tratamiento e interpretación. Por lo cual es necesario hacer uso de las técnicas de interpolación que permiten estimar la precipitación en lugares donde no se ha medido, en las que se emplea información de estaciones meteorológicas vecinas (Keblouti, Ouerdachi, y Boutaghane, 2012).

De acuerdo con Tabios III y Salas (1985), existen varias técnicas de interpolación con distinto grado de complejidad desde las comúnmente utilizadas como las deterministas, entre ellas la técnica de Thiessen (Thiessen, 1911) que permite estimar los promedios de precipitación por área, la interpolación polinómica que se describe mediante la función de un polinomio (Hao y Chang, 2013), la técnica de la distancia inversa (IDW) se calcula con la función de la distancia inversa, donde la ponderación disminuye a medida que aumenta la distancia (Sarann Ly, Charles, y Degré, 2013) y la interpolación multicuadrática similar a la técnica de IDW (Hardy, 1990).

La interpolación óptima descrita por Gandin (1966) y la técnica de Kriging, pertenecen a las técnicas geoestadísticas, la diferencia es que en la primera usa una función de correlación espacial y en la segunda hace uso del variograma (Tabios III y Salas, 1985).

A menudo se requieren datos puntuales de precipitación, distribuidos espacialmente para varias aplicaciones de la ingeniería civil, que tienen un efecto directo e influencia importante en los seres humanos. Por ejemplo, la función de un sistema de alcantarillado es drenar las aguas lluvias y aguas residuales para evitar inundaciones en centros poblados y pérdidas para la sociedad.

La interpolación espacial de los datos de las estaciones de medición como punto base, es una forma común de obtener información de precipitación. Como se mencionó, existen varias técnicas de interpolación para estimar la precipitación, a pesar de su eficacia y facilidad de uso, su elección depende del objeto de estudio, pero existe la incertidumbre de saber con certeza si la técnica aplicada es la correcta, ya que una mala decisión puede llevar a errores de diseño como lo es un subdimensionamiento o sobredimensionamiento de las obras hidráulicas.

Por lo tanto, el objetivo principal de este trabajo es determinar la eficiencia de las técnicas de interpolación, rellenar y generar datos de precipitación diaria en función del tamaño de la muestra disponible. Como objetivos específicos se tiene: Explorar criterios y metodologías

para la delimitación de regiones homogéneas. Comparar diferentes técnicas de interpolación para obtener datos de precipitación. Determinar la influencia del tamaño de la muestra disponible, al rellenar y generar datos de precipitación.

Para el desarrollo de esta investigación se recopiló registros disponibles de precipitación diaria de 48 estaciones meteorológicas distribuidas entre las provincias de Loja y El Oro, la información se obtuvo del Instituto Nacional de Meteorología e Hidrología (INAMHI) y del ex Programa Regional para el Desarrollo del Sur (PREDESUR) del Ecuador. Se inició con el control de calidad y cantidad de la información, se regionalizó las estaciones mediante el uso de diversos criterios que son función de las características físicas o geográficas de la zona de estudio y del estadístico muestral de los datos. Las técnicas de interpolación seleccionadas para el análisis son: la técnica de Thiessen, la IDW lineal e IDW cuadrática, la interpolación polinomial por los métodos de Langrange y de mínimos cuadrados, la interpolación multicuadrática, la interpolación óptima o método de Gandin y la interpolación Kriging.

Este documento está estructurado de la siguiente manera: Capítulo I: Marco Teórico, se presenta los fundamentos teóricos acerca de las metodologías de regionalización y de las técnicas de interpolación de precipitación. Capítulo II: Materiales y Métodos, describe la zona de estudio, la información de precipitación disponible, los criterios a emplear para delimitación de regiones homogéneas y el desarrollo de los métodos de interpolación. Capítulo III: Resultados y Discusión, se muestran los resultados y el análisis de las técnicas de interpolación. Para finalizar se presentan las conclusiones y recomendaciones.

**1. CAPÍTULO I:
MARCO TEÓRICO**

1.1. Interpolación Espacial.

Para transferir o estimar valores de precipitación se puede utilizar las técnicas de interpolación espacial, pero resulta un proceso complejo elegir que técnica reproduce los mejores resultados (Keblouti et al., 2012). La interpolación espacial consiste en la estimación de un valor regionalizado en algún punto no muestreado basado en un peso de los valores observados (Sarann Ly et al., 2013).

Varios estudios se han realizado sobre la evaluación y comparación de las técnicas de interpolación para relacionar información de precipitación ya sea diaria, mensual o anual, estos estudios difieren debido a la consideración de muchos criterios, tales como: Características del conjunto de datos, el número de estaciones pluviométricas utilizadas, métodos de interpolación evaluados y escalas temporales en las que se realizó la evaluación (Cao, 2017).

Los estudios que se han realizado demuestran que la interpolación espacial se puede dividir en técnicas deterministas y técnicas geoestadísticas (Sarann Ly et al., 2013).

Las técnicas de interpolación deterministas comúnmente utilizadas son la interpolación de polígonos de Thiessen (Thiessen, 1911), la ponderación de la distancia inversa (IDW), la interpolación polinomial y la interpolación multicuadrática, que se basan en la ubicación de las estaciones y los valores de precipitación medidos en las estaciones.

Las técnicas de interpolación Gandin y Kriging pertenecen a las técnicas geoestadísticas que utilizan modelos estadísticos de autocorrelación, es decir, relaciones estadísticas entre las observaciones medidas (Sarann Ly et al., 2013; Tabios III y Salas, 1985).

Tabios III y Salas (1985), concluyeron que de seis técnicas analizadas en 29 estaciones pluviométricas ubicadas al este de Nebraska y algunas en el norte de Kansas de los Estados Unidos, las técnicas de IDW y Kriging funcionan mejor para la interpolación de precipitaciones anuales. Goovaerts (2000) obtuvo el mismo resultado al utilizar precipitaciones diarias medidas por 36 estaciones pluviométricas en la Región Algarve de Portugal. Sin embargo en el estudio de Ly et al. (2013) resumió que al analizar precipitaciones anuales y mensuales las técnicas geoestadísticas son más precisas a las técnicas determinísticas, mientras que para las precipitaciones diarias las técnicas geoestadísticas y la IDW muestran ser enfoques comparables para la modelación hidrológica.

Existe una gran variedad de literatura disponible sobre las técnicas de interpolación pluviométrica, más con el afán de reducir la búsqueda, en la Tabla 1 se muestran las principales fuentes de información utilizadas en este trabajo.

Tabla 1. Bibliografía referente a la evaluación de las técnicas de interpolación espacial.

Estudio	Fecha	Ubicación/Tamaño del área de estudio	Principales resultados
(Tabios III y Salas, 1985)	Datos de precipitaciones anuales en 29 estaciones pluviométricas en el período 1931-1960.	Al este de Nebraska y algunos en el norte de Kansas/ 52000 km ² .	Las técnicas de Kriging son las mejores entre todas las técnicas analizadas. La interpolación polinómica da los peores resultados. Los métodos de polígonos Thiessen e IDW dan resultados similares, sin embargo, el primero generalmente da un error de interpolación menor.
(Goovaerts, 2000)	Datos pluviométricos diarios registrados en 36 estaciones en el período comprendido entre enero de 1970 y marzo de 1995.	Región del Algarve (Portugal)/5000 km ² .	El RMSE de la predicción de Kriging es hasta la mitad del error producido usando la distancia cuadrada inversa. La validación cruzada ha demostrado que los resultados de la predicción pueden variar mucho entre algoritmos. Kriging Ordinario que ignora la elevación es de hecho mejor que la regresión lineal cuando la correlación es menor que 0.75. Los mapas de Co-Kriging muestran menos detalles que el SKIm y mapas KED que son muy influenciado por la patrón del DEM.
(DI Piazza, Lo Conti, Noto, Viola, y La Loggia, 2011)	Datos de precipitaciones mensuales y anuales de 247 pluviómetros en el período de enero de 1921 a diciembre 2004.	Sicilia/25700 km ² .	El mejor rendimiento se ha obtenido con el método Kriging Ordinario. Para las regiones caracterizadas por una morfología realmente compleja, es importante tener en cuenta la información de elevación para realizar una estimación fiable de las precipitaciones, el mejor resultado es el EAI. La regresión lineal es el método menos sofisticado entre todos los métodos EAI.
(S. Ly, Charles, y Degré, 2011)	Datos de precipitaciones diarias de 30 años de 70 pluviómetros.	Cuencas del Ourthe y Ambleve en Bélgica/2908 km ² .	La interpolación espacial con los algoritmos geoestadísticos y de Ponderación Inversa de Distancia (IDW) superó considerablemente la interpolación con el polígono de Thiessen, comúnmente utilizado en varios modelos hidrológicos. Se consideró que Kriging ordinario (ORK) e IDW eran los mejores métodos, ya que proporcionaban el valor RMSE más pequeño para casi todos los casos. ORK, UNK y KED usando sólo el modelo esférico ofrecieron un resultado ligeramente mejor, mientras que OCK usando siete modelos de variogramas logró un mejor resultado.
(Jacquin y Soto-Sandoval, 2013)	Datos mensuales de 9 estaciones pluviométricas en el periodo abril de 1965 y marzo de 2001.	Subcuenca superior del río Aconcagua (32°36' y 33°11' S, 69°59' y 70°32' O), en los Andes de Chile Central/ 2110 km ² .	El método de Interpolación Óptima (OIM) es la mejor alternativa para la interpolación de precipitación mensual en el área de estudio, ya que supera al método de los polígonos de Thiessen (TP) y al Kriging con Deriva Externa (KED) en altas elevaciones. OIM produce el sesgo más pequeño en la zona andina del área de estudio. Los balances hídricos a largo plazo no aportaron pruebas contra la aplicabilidad de KED y OIM.

Fuente: Citas bibliográficas.
Elaborado por: Autor.

Además, para reducir la incertidumbre de las metodologías asociadas a la interpolación se requiere previamente el uso de técnicas regionales (Bodas Terassi y Galvani, 2017), que involucran estaciones meteorológicas pertenecientes a la misma región homogénea, una región homogénea puede conformarse utilizando características geográficas o mediante pruebas estadísticas (Arellano-Lara y Escalante-Sandoval, 2014).

Existen varios métodos para la regionalización de la precipitación los cuales han sido estudiados por diversos autores como: Nathan y McMahon (1990), Escalante Sandoval y Reyes Chavez (2002); Aguilar, Auer, Brunet, Peterson, y Wieringa (2003); Hassan y Ping (2012); Luna Vera y Domínguez Mora (2013); Arellano-Lara y Escalante-Sandoval (2014); Irwin (2015); Bodas Terassi y Galvani (2017) entre otros. Por ejemplo el método más utilizado es la prueba de heterogeneidad regional de Momentos-L desarrollada por Hosking y Wallis (1997).

El propósito de la regionalización es aumentar el número de estaciones en los registros regionales de precipitaciones y aumentar el número de regiones homogéneas de precipitación (Irwin, 2015). Por lo tanto, la regionalización de estaciones pluviométricas debería utilizarse para ampliar los datos de precipitaciones en regiones donde no se dispone de datos de precipitación (Bodas Terassi y Galvani, 2017). Para el presente trabajo se considera que una región comprende un grupo de estaciones pluviométricas homogéneas de las cuales se puede transferir o cambiar información de precipitación.

A continuación, se describen los elementos a tener en cuenta para alcanzar los objetivos planteados en el presente estudio.

1.2. Regionalización.

Son métodos que permiten agrupar las estaciones pluviométricas en estudio, en estaciones contiguas o no contiguas en base a la similitud de atributos (Ouarda et al., 2001).

Una región se puede conformar mediante el uso de características geográficas o mediante pruebas estadísticas (Arellano-Lara y Escalante-Sandoval, 2014), sin embargo, existen varios métodos para identificar homogeneidad entre estaciones, como son: Los métodos geográficos, estadísticos, de características específicas y otros, a su vez, el análisis es la parte más difícil en la conformación de regiones homogéneas debido a que requiere una gran cantidad de criterios de juicio subjetivo (Farsadnia et al., 2014).

1.2.1. Método geográfico.

Considera que una región es homogénea en función a la distribución espacial de sus cuencas, la delimitación consiste en trazar un radio de 80 km a partir del centro de gravedad del sitio

de estudio y usar toda la información proveniente de los sitios que queden dentro de este radio (Escalante Sandoval y Reyes Chavez, 2002).

1.2.2. Métodos estadísticos.

La regionalización se realiza en función al comportamiento estadístico de los datos muestrales y se puede emplear algoritmos de análisis discriminante o clúster (Carvajal Escobar y Marco Segura, 2002). A continuación, se describe algunos métodos estadísticos para la regionalización de la precipitación.

a. Método del coeficiente de variación (CV).

Esta técnica permite facilitar una comparación significativa de la precipitación en diferentes lugares a través del CV, que según Nogués Bravo y Saz Sánchez (como se citó en Guirado y Bermudéz, 2011), el CV ofrece un valor de variabilidad comparable entre los distintos observatorios y se determina mediante la siguiente ecuación:

$$CV = \frac{S}{\bar{x}} \quad \text{Ecuación 1}$$

Donde:

CV = Coeficiente de variación de la muestra.

S = Desviación típica de la muestra.

\bar{x} = Media de la muestra.

b. Método de Hosking y Wallis (1997).

También denominado método de los Momentos-L, se considera como un sistema alternativo que permite describir la forma de una probabilidad, se utiliza para resumir la distribución teórica de una muestra observada de una variable aleatoria (x). Hosking y Wallis (1997) definieron a los Momentos-L como funciones lineales de los momentos de probabilidad ponderada (MPP), que son robustas a los valores atípicos e imparciales para muestras pequeñas. El MPP está dado por la siguiente expresión (Greenwood, Landwehr, Matalas, y Wallis, 1979):

$$\beta_r = \int_{-\infty}^{+\infty} x[F(x)]^r f(x) dx \quad \text{Ecuación 2}$$

Donde:

β_r = Es el enésimo orden del MPP.

$F(x)$ = Función de distribución acumulativa de x .

$f(x)$ = Función de densidad de probabilidad de x .

r = Número real.

Los primeros cuatro Momentos-L relacionados con los MPP se calculan de la siguiente forma (Hosking y Wallis, 1997):

$$\lambda_1 = \beta_0 \quad \text{Ecuación 3}$$

$$\lambda_2 = 2 \beta_1 - \beta_0 \quad \text{Ecuación 4}$$

$$\lambda_3 = 6 \beta_2 - 6 \beta_1 + \beta_0 \quad \text{Ecuación 5}$$

$$\lambda_4 = 20 \beta_3 - 30 \beta_2 + 12 \beta_1 - \beta_0 \quad \text{Ecuación 6}$$

Se pueden definir diferentes relaciones de momentos L:

$$\tau_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad \text{Ecuación 7}$$

$$\tau_3 = \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \quad \text{Ecuación 8}$$

$$\tau_4 = \frac{\lambda_4}{\lambda_2} \quad \text{Ecuación 9}$$

Donde:

$\tau_2 =$ Coeficiente de variación en los momentos centrales ($L - C_v$).

$\tau_3 =$ Coeficiente de asimetría ($L - C_a$).

$\tau_4 =$ Coeficiente de curtosis ($L - C_k$).

c. Método de k-medias.

Es un método que tiene por objeto dividir las n observaciones $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ en k clústeres (grupos de características similares) $C = \{C_1, C_2, \dots, C_k\}$ y la distancia entre todas las observaciones de sus respectivos clústeres se define como una función objetiva (Hartigan y Wong, 1979), es decir, la formación de grupos se fundamenta en la medición de la distancia euclidiana D_{ij} representada en la Ecuación 11.

La secuencia para la formación de regiones es la siguiente (Burn y Goel, 2000; Luna Vera y Domínguez Mora, 2013):

- 1) Definir los n grupos de variables x_{ik} , donde $k = 1, 2, 3, \dots, m$ representa el atributo considerado (latitud, longitud, elevación, Momentos-L, etc.) para las estaciones pluviométricas i .

- 2) Determinar el valor estandarizado de las variables de cada atributo.

$$X_{ik} = \frac{x_{ik}}{\bar{x}_{ik}} \quad \text{Ecuación 10}$$

Donde:

X_{ik} = Valor estandarizado del atributo k para la estación i .

\bar{x}_{ik} = Valor medido del atributo k para la estación i .

- 3) Para cada conjunto de estaciones establecer las estaciones base X_{jk} , y calcular las distancias euclidianas desde cada estación a la estación base.

$$D_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^m (X_{ik} - X_{jk})^2} \quad k = 1, \dots, m \quad \text{Ecuación 11}$$

Donde:

D_{ij} = Distancia euclidiana entre la estación i y el conglomerado j .

X_{jk} = Valor central del atributo k para el conglomerado j .

- 4) Se identifica las estaciones con distancia euclidiana mínima ($\min_j D_{ij}$) y se reasigna al grupo cuya distancia es mínima. Los nuevos sitios base se obtienen del promedio de los atributos de cada grupo de estaciones.
- 5) Los procesos 3 a 4, se repiten hasta confirmar que no hay reasignaciones de estaciones (cambio en la membresía del grupo).

1.2.3. Métodos de características específicas.

La regionalización se fundamenta con el uso de información de las características fisiográficas, edafológicas y meteorológicas de los sitios en estudio, este método se emplea comúnmente cuando no se dispone de registros (Carvajal Escobar y Marco Segura, 2002; Wallis, Taylor, Barker, y Schaefer, 2006).

1.3. Técnicas de interpolación de precipitación.

La interpolación es una función matemática que calcula los valores en lugares donde no se dispone de valores medidos (Baillargeon, 2005). Las técnicas de interpolación permiten estimar la precipitación, con el uso de datos de las estaciones meteorológicas vecinas.

Las ventajas y desventajas de cualquier técnica de interpolación dependen de la cantidad y características del conjunto de datos. Existen varias técnicas de interpolación y su elección depende del objeto de estudio, así como también de la información de su contexto territorial (Keblouti et al., 2012).

Generalmente las técnicas de interpolación se llevan a cabo mediante la estimación de un valor regionalizado en puntos no muestreados, basados en un peso de los valores regionalizados observados (Sarann Ly et al., 2013). La fórmula general de una técnica de interpolación es la siguiente:

$$Pe = \sum_{j=1}^n \omega_j P_j \quad \text{Ecuación 12}$$

Donde:

- $Pe =$ Valor interpolado en el punto requerido e .
- $P_j =$ Valor observado en el punto j .
- $n =$ Número total de puntos observados.
- $\omega_j =$ Factor de peso que contribuye a la interpolación.

Puesto que el problema radica en determinar el factor de peso (ω_j), a continuación, se presenta las técnicas para calcular dicho factor.

1.3.1. Técnica de Thiessen.

Según Tabios III y Salas (1985), la estimación de Pe es igual al valor observado en el punto de muestreo más cercano al punto de interés, donde la distancia entre dos estaciones se puede determinar con la expresión siguiente:

$$d_{ej} = \sqrt{(X_e - X_j)^2 + (Y_e - Y_j)^2}; \quad j = 1, 2, \dots, n \text{ Sitios} \quad \text{Ecuación 13}$$

Donde:

- $d_{ej} =$ Distancia en km entre cada estación medida j a la estación en análisis e .
- $(X_j, Y_j) =$ Coordenadas de la estación medida j .
- $(X_e, Y_e) =$ Coordenadas de la estación en análisis e .
- $d_{ei} =$ Mínima ($d_{e1}, d_{e2}, \dots, d_{en}$).

Es decir, i se determina buscando la distancia mínima entre las estaciones vecinas j y la estación a interpolar e , por lo tanto, el factor de peso cumple con:

- $w_j = 0$ para $j \neq i$
- $w_j = 1$ para $j = i$

1.3.2. Interpolación de la distancia inversa (IDW).

Esta técnica considera que las estaciones más cercanas a la estación de interés tienen más influencia o peso en el proceso de interpolación (Keblouti et al., 2012). El factor de peso puede determinarse de la forma siguiente:

$$\omega_j = \frac{\left[\frac{1}{d_{ej}}\right]^\beta}{\sum_{j=1}^n \left[\frac{1}{d_{ej}}\right]^\beta} \quad \text{Ecuación 14}$$

Donde:

- $\beta =$ Parámetro de potencia igual a uno, interpolación de la distancia inversa lineal.
 $\beta =$ Parámetro de potencia igual a dos, interpolación de la distancia inversa cuadrada.

1.3.3. Interpolación polinomial.

La técnica consiste en ajustar una ecuación global para la zona de estudio, en función de las coordenadas (Tabios III y Salas, 1985). La fórmula general del polinomio es la siguiente:

$$P_e = \sum_{k=1}^m a_k \phi_k(X_e, Y_e) \quad \text{Ecuación 15}$$

Donde:

- $P_e =$ Valor interpolado en el punto requerido e .
 $a_k =$ k - ésimo cociente polinomial.
 $\phi_k(X_e, Y_e) =$ k - ésimo monomio en términos de las coordenadas.
 $m =$ Número total de monomios determinado a partir del grado de función polinómica ajustado en la Ecuación 15.

Los monomios en términos de las coordenadas X e Y se dan en la Tabla 2:

Tabla 2. Monomios algebraicos para una función polinómica.

Grado Polinomio	k	Formación de los monomios $\phi_k(X, Y)$	m
0	1	1	1
1	2-3	X Y	3
2	4-6	X ² XY Y ²	6
3	7-10	X ³ X ² Y XY ² Y ³	10
4	11-15	X ⁴ X ³ Y X ² Y ² XY ³ Y ⁴	15
5	16-21	X ⁵ X ⁴ Y X ³ Y ² X ² Y ³ XY ⁴ Y ⁵	21
6	22-28	X ⁶ X ⁵ Y X ⁴ Y ² X ³ Y ³ X ² Y ⁴ XY ⁵ X ⁶	28

Fuente: (Tabios III y Salas, 1985).
 Elaborado por: Autor.

Donde:

X e Y = Coordenadas de las estaciones.

k y m = Número de monomios algebraicos en el polinomio.

Existen dos enfoques disponibles para expresar la ecuación polinómica (Ecuación 15) en forma de la ecuación general de interpolación (Ecuación 12) y son los siguientes:

a. Aproximación por mínimos cuadrados.

Esta técnica tiene como requisito que el número de estaciones de muestreo n sea mayor que el número de monomios m (Tabios III y Salas, 1985).

Sea θ_{ki} la matriz de m renglones y m columnas que se conforma del producto de una matriz de m renglones y n columnas $\phi_k(X_j, Y_j)$ por un vector con m renglones $\phi_e(X_e, Y_e)$ como se muestra en la expresión siguiente:

$$\theta_{ki} = \sum_{j=1}^n \phi_k(X_j, Y_j) \phi_i(X_j, Y_j) \quad \text{Ecuación 16}$$

Donde:

θ_{ki} = Matriz de orden ($m \times m$).

X_j, Y_j = Coordenadas de los sitios en el área de estudio.

X_e, Y_e = Coordenadas del sitio a interpolar.

n = Número total de puntos observados.

De la matriz de monomios θ_{ki} , se obtiene su inversa, y da como resultado la matriz ψ_{kj} .

$$[\psi_{kj}] = [\theta_{ki}]^{-1} \quad \text{Ecuación 17}$$

Los factores de peso se obtienen de la siguiente ecuación:

$$\omega_j = [\alpha_{kj}] [\phi_k(X_e, Y_e)] \quad \text{Ecuación 18}$$

Donde:

$$[\alpha_{kj}] = [\psi_{kj}]^T [\phi_{kj}] \quad \text{Ecuación 19}$$

$[\alpha_{kj}]$ = Matriz de función de coordenadas de estaciones fijas de muestreo.

$[\phi_{kj}]$ = Matriz de monomios en términos de coordenadas de estaciones de muestreo.

b. Aproximación de Langrage.

Se diferencia del método anterior ya que este método requiere que el número de monomios sea igual al número de estaciones ($m = n$) (Tabios III y Salas, 1985).

Tabla 3. Tabla de monomios del polinomio

		Número de estaciones (n)				
		1	2	3	4	n
		$\emptyset_1(X_1, Y_1)$	$\emptyset_2(X_2, Y_2)$	$\emptyset_3(X_3, Y_3)$	$\emptyset_4(X_4, Y_4)$	$\emptyset_n(X_n, Y_n)$
Número de monomios (m) en el polinomio	k	1	1	1	1	1
	2	X_1	X_1	X_1	X_1	X_1
	3	Y_1	Y_1	Y_1	Y_1	Y_1

	m	$X_m Y_m$	$X_m Y_m$	$X_m Y_m$	$X_m Y_m$	$X_m Y_m$

Fuente: Escalante Sandoval (como se citó en Serrano Ojeda, 2011).
Elaborado por: Autor.

1.3.4. Interpolación multicuadrática.

De acuerdo con Hardy (1971), en esta técnica la influencia de cada punto de muestreo está representada por conos cuadráticos en función de las coordenadas de estos puntos. La estimación de cada punto (X_e, Y_e) se obtiene por la suma de las contribuciones de todos esos conos cuadráticos (Tabios III y Salas, 1985). Los factores de peso se determinan de la forma siguiente:

Dada la matriz de distancias.

$$d_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & d_{12} & d_{13} & d_{14} & \cdot & \cdot \\ d_{21} & 0 & & & & \\ d_{22} & & 0 & & & \\ d_{23} & & & 0 & & \\ \cdot & & & & 0 & \\ \cdot & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad d_{ej} = \begin{bmatrix} d_{e1} \\ d_{e2} \\ d_{e3} \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}$$

Donde:

$$\delta_{ij} = [d_{ij}]^{-1} \quad \text{Ecuación 20}$$

δ_{ij} = Matriz inversa de d_{ij} .

d_{ij} = Matriz de distancias entre cada una de las estaciones analizadas.

d_{ej} = Matriz de distancias entre cada estación medida j a la estación en análisis e .

Los factores de peso se obtienen con la siguiente expresión:

$$\omega_j = [\delta_{ij}][d_{ej}] \quad \text{Ecuación 21}$$

1.3.5. Interpolación Gandin.

También denominada interpolación óptima, en esta técnica los factores de peso dependen de la función de autocorrelación y es necesario disponer de una buena cantidad de información de las estaciones aledañas al sitio de estudio (Gandin, 1966; Montoya, Eslava, Calderon, y Vega, 2000).

Los factores de peso se determinan con la expresión siguiente:

$$\omega_j = [\hat{\rho}_{(d_{ij})}] [\hat{\rho}_{(d_{ej})}] \quad \text{Ecuación 22}$$

$$\rho_{(d_{ij})} = \begin{bmatrix} \rho_{(d_{11})} & \rho_{(d_{12})} & \cdots & \rho_{(d_{1n})} \\ \rho_{(d_{21})} & \rho_{(d_{22})} & \cdots & \rho_{(d_{2n})} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{(d_{n1})} & \rho_{(d_{n2})} & \cdots & \rho_{(d_{nn})} \end{bmatrix} \rho_{(d_{ej})} = \begin{bmatrix} \rho_{(d_{e1})} \\ \rho_{(d_{e2})} \\ \vdots \\ \rho_{(d_{en})} \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 23}$$

Donde:

$\hat{\rho}_{(d_{ij})}$ = Correlación espacial entre los pares de registros.

$\hat{\rho}_{(d_{ej})}$ = Correlación espacial de la estación en estudio y los sitios.

La correlación entre los pares de registro se determina con la expresión siguiente:

$$\rho_{(d_{ij})} = \frac{1}{N-1} \frac{\sum_{t=1}^N [P_t^i - \bar{m}_i] [P_t^j - \bar{m}_j]}{S_i S_j} \quad \text{Ecuación 24}$$

Donde:

$\rho_{(d_{ij})}$ = Correlación entre los pares de registros.

P_t^i y P_t^j = Observaciones del proceso P en las estaciones i y j .

\bar{m}_i y \bar{m}_j = Media de las observaciones P_t^i y P_t^j .

S_i y S_j = Desviación estándar de P_t^i y P_t^j .

N = Número total de datos entre par de estaciones.

De la matriz $\rho_{(d_{ij})}$ se consideran las diferentes combinaciones entre estaciones sin repetir las y se forman los pares, posteriormente con el propósito de construir la función de correlación espacial se ajustan a los siguientes modelos:

a. Inverso.

$$\hat{\rho}_{(d_{ij})} = \frac{1}{1 + \frac{d_{ij}}{c}} \quad \text{Ecuación 25}$$

b. Potencia inversa.

$$\hat{\rho}_{(d_{ij})} = \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ij}}{c}\right)^a} \quad \text{Ecuación 26}$$

c. Exponencial.

$$\hat{\rho}_{(d_{ij})} = \exp^{-\frac{d_{ij}}{c}} \quad \text{Ecuación 27}$$

Los valores de las constantes a y c se obtienen por mínimos cuadrados.

En la interpolación óptima se debe verificar que:

$$\sum \omega_i = 1 \quad \text{Ecuación 28}$$

De no ser así se debe utilizar el multiplicador de Lagrange (λ) de la forma siguiente:

$$\omega_j = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_n \\ \lambda \end{bmatrix} \hat{\rho}_{(d_{ej})} = \begin{bmatrix} \hat{\rho}_{(d_{e1})} \\ \hat{\rho}_{(d_{e2})} \\ \vdots \\ \hat{\rho}_{(d_{en})} \\ 1 \end{bmatrix} \hat{\rho}_{(d_{ij})} = \begin{bmatrix} \hat{\rho}_{(d_{11})} & \hat{\rho}_{(d_{12})} & \dots & \hat{\rho}_{(d_{1n})} & 1 \\ \hat{\rho}_{(d_{21})} & \hat{\rho}_{(d_{22})} & \dots & \hat{\rho}_{(d_{2n})} & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & 1 \\ \hat{\rho}_{(d_{n1})} & \hat{\rho}_{(d_{n2})} & \dots & \hat{\rho}_{(d_{nn})} & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 29}$$

1.3.6. Interpolación Kriging.

Esta técnica Kriging es similar a la interpolación óptima, donde la función de correlación es remplazada por el semivariograma en lugar de la distancia euclidiana para medir la diferencia entre observaciones y evaluar los pesos ω_i , los cuales son optimizados con base en la información que es inherente a los datos medidos (DI Piazza et al., 2011; Goovaerts, 2000; Tabios III y Salas, 1985).

La ecuación para determinar los factores de peso es la siguiente.

$$[\omega_i] = [\hat{\gamma}_{(d_{ij})}]^{-1} [\hat{\gamma}_{(d_{ej})}] \quad \text{Ecuación 30}$$

Donde el semivariograma de muestra entre las estaciones i, j se define como:

$$\gamma_{(d_{ij})} = \frac{1}{2N} \sum_{t=1}^N \{(P_i^t - \bar{m}_i) - (P_j^t - \bar{m}_j)\}^2 \quad \text{Ecuación 31}$$

Donde:

- $\gamma_{(d_{ij})} =$ Semivariograma en función de la distancia d_{ij} entre las estaciones i y j .
- P_i^t y $P_j^t =$ Observaciones del proceso P en series temporales de las estaciones i y j desde $t = 1, 2, 3, \dots, n$ datos.
- \bar{m}_i y $\bar{m}_j =$ Media correspondiente a los valores P_i^t y P_j^t .
- $N =$ Número total de observaciones.

Teniendo en cuenta las características especiales del proceso de interés, se han sugerido algunos modelos de ajuste del semivariograma $\hat{\gamma}_{(d_{ij})}$ y pueden ser:

a. Modelo Lineal.

$$\hat{\gamma}_{(d_{ij})} = a d_{ij} \quad \text{Ecuación 32}$$

b. Modelo Monómico.

$$\hat{\gamma}_{(d_{ij})} = a d_{ij}^b; \quad 0 < b < 2 \quad \text{Ecuación 33}$$

c. Modelo Exponencial.

$$\hat{\gamma}_{(d_{ij})} = a[1 - \exp^{-c d_{ij}}]; \quad c > 0 \quad \text{Ecuación 34}$$

d. Modelo gaussiano.

$$\hat{\gamma}_{(d_{ij})} = a \left[1 - \exp^{-c d_{ij}^2} \right]; \quad c > 0 \quad \text{Ecuación 35}$$

e. Modelo esférico.

$$\hat{\gamma}_{(d_{ij})} = \frac{1}{2} a \left[3 \frac{d_{ij}}{c} - \left(\frac{d_{ij}}{c} \right)^3 \right]; \quad d_{ij} < c \quad \text{Ecuación 36}$$
$$\hat{\gamma}_{(d_{ij})} = c; \quad d_{ij} > c$$

Donde:

$\hat{\gamma}_{(d_{ij})}$ = Semivariograma ajustado, en función de la distancia d_{ij} entre las estaciones i y j .

Los valores de las constantes a, b y c se obtienen por mínimos cuadrados.

Por lo tanto, para un total de n estaciones, hay $\frac{n(n-1)}{2}$ pares de puntos a usar para ajustar los semivariogramas del modelo (Tabios III y Salas, 1985).

**2. CAPÍTULO II:
MATERIALES Y MÉTODOS.**

2.1. Zona de estudio.

La zona de estudio comprende el uso de 48 estaciones pluviométricas ubicadas al sur de la República del Ecuador entre las provincias de Loja y El Oro, cuyas coordenadas geográficas se muestran en la Tabla 4.

Tabla 4. Ubicación geográfica de las provincias de El Oro y Loja.

Provincia	Latitud				Longitud			
Loja	3 °	19 '	46 "	S	79 °	5 '	43 "	W
	4 °	44 '	28 "	S	80 °	29 '	10 "	W
El Oro	3 °	2 '	0 "	S	80 °	20 '	0 "	O
	3 °	53 '	0 "	S	79 °	21 '	0 "	O

Fuente: (GADPEO, 2015).

Elaborado por: Autor.

La provincia de Loja limita al norte con la provincia del Azuay, al sur con la República del Perú, al este con la provincia de Zamora Chinchipe y al oeste con la provincia de El Oro, constituye la provincia más austral del Ecuador. Tiene una superficie aproximada de 10790 km² que representa al 4% de la superficie del país. El 45% del territorio lojano es de topografía accidentada conformada por rocas, peñones y terrenos muchas veces de difícil acceso. A pesar de presentarse alturas de hasta 4107 m.s.n.m., no existen nevados. La línea divisoria continental separa la capital del resto de la provincia drenando sus alrededores hacia el Amazonas (INERHI, PREDESUR, y CONADE, 1994).

Políticamente la provincia de Loja está dividida en 16 cantones: Calvas, Catamayo, Celica, Chaguarpamba, Espíndola, Gonzanamá, Loja, Macará, Olmedo, Paltas, Pindal, Puyango, Quilanga, Saraguro, Sozoranga, Zapotillo (GPL-CGPDT, 2014).

La provincia de El Oro limita al norte con las provincias de Guayas y Azuay, al sur con la provincia de Loja y la República del Perú, al este con las provincias de Azuay y Loja, al oeste con la República del Perú y el Océano Pacífico, su territorio provincial es predominantemente plano y se localiza una parte en las faldas de las estribaciones de la Cordillera Occidental de los Andes y la otra mayoritaria en la Región Costa y una tercera, la Región Insular. Tiene una superficie de aproximada de 5791.85 Km², equivalente al 2.15% de la superficie del país. El relieve de la provincia está ubicada entre los 0.50 m.s.n.m. en la zona oeste, junto al Océano Pacífico hasta los 3580 m.s.n.m.

La provincia de El Oro se conforma por los siguientes cantones: Arenillas, Atahualpa, Balsas, Chilla, El Guabo, Huaquillas, Las Lajas, Machala, Marcabelí, Pasaje, Piñas, Portoviejo, Santa Rosa y Zaruma (GADPEO, 2015).

En la Figura 1 se muestra la ubicación de la zona de estudio.

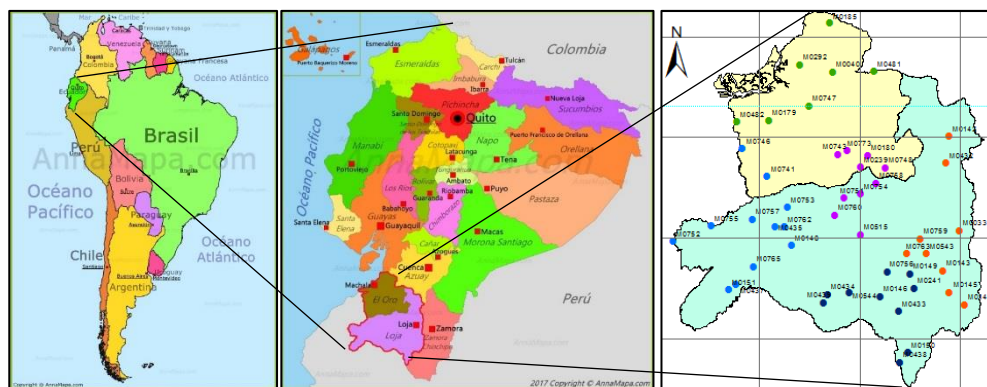


Figura 1. Ubicación de la zona de estudio.
Fuente: (AnnaMapa.com, 2018; Senplades Zona 7, 2015).
Elaborado por: Autor.

2.1.1. Relieve.

Según GPL-CGPDT (2014) el relieve de la provincia de Loja es muy irregular, con cotas que varían desde los 120 hasta 3880 m.s.n.m. gran parte de su territorio está comprendido entre las cotas 1019 y 2100 m.s.n.m., la provincia cuenta con llanuras raras y de escasa extensión en la parte oriental y central de la provincia se destacan los valles de Cuxibamba, Catamayo y El Ingenio, hacia la parte baja y occidental los cantones de Zapotillo y Macará, además, en el relieve de la provincia sobresalen los nudos Guagrahuma-Acacana, Cajanuma, Sabanilla.

Orográficamente la provincia de El Oro se divide en dos áreas al noreste del territorio se encuentran las llanuras y al sureste su territorio está atravesado por la Cordillera Occidental de los Andes caracterizándose el clima como una relación inversa a la altura, la provincia presenta una altimetría que va desde los 0.50 m.s.n.m., en la zona Oeste de su territorio junto al Océano Pacífico hasta los 3580 m.s.n.m. en el sector Chilla, este último es parte de las zonas altas de la provincia junto las estribaciones Tío Loma y Mullopungo (GADPEO, 2015)

2.1.2. Clima.

De acuerdo con Pérez P et al. (2016) en Ecuador se hacen presentes cinco pisos climáticos y su distribución se muestra en la Tabla 5.

Tabla 5. Pisos climáticos o térmicos del Ecuador

Pisos Climáticos	Altura m.s.n.m.	Temperatura °C
Frío o páramo	3000 a 4700	1 °C a 10 °C
Templado	2000 a 3000	16 °C
Subtropical Andino	1300 a 2000	20 °C a 25 °C
Cálido húmedo	50 a 1300	25 °C
Cálido seco	< 50	23 °C a 26 °C

Fuente: (Pérez P et al., 2016).
Elaborado por: Autor.

En general para la Región Sur del Ecuador, Pourrut, Róvere, Romo, y Villacrés (1995) presentan tres tipos de clima:

- a) Megatérmico seco o semihúmedo.
- b) Ecuatorial mesotérmico semihúmedo a húmedo.
- c) Tropical Megatérmico muy húmedo.

Los dos primeros tipos de clima (megatérmico y tropical) son característicos de la provincia de Loja, el primer tipo de clima destaca en los cantones Zapotillo, Macará parte baja de Puyango y Pindal con temperatura media anual superior a los 22°C y niveles de precipitación que varían entre 500 mm a 1000 mm, el segundo tipo de clima se caracteriza por inviernos secos donde la temperatura fluctúa entre 12°C a 22°C, este tipo de clima predomina en la zona Andina con excepción de sectores como Malacatos, Catamayo etc., la precipitación media anual varía entre 600 mm a 2000 mm, en las partes altas existe registros de hasta 6700 mm (Aguirre, Luna, Eguiguren, y Mendoza, 2015).

En la provincia de El Oro se caracterizan dos tipos de clima el tropical y ecuatorial donde para la zona media alta la temperatura media oscila entre los 14°C a 22°C, con registros de precipitación media anual variante de 1500 mm y para la zona baja la temperaturas media varía entre los 18°C a 30°C, con precipitación media anual de 550 mm (GADPEO, 2015).

2.1.3. Régimen pluviométrico.

En la provincia de Loja se distinguen cuatro tipos de régimen pluviométrico y se muestran en la Tabla 6 (GPL-CGPDT, 2014).

Tabla 6. Régimen pluviométrico de precipitación para la provincia de Loja.

Régimen	Precipitación (mm/añual)	Localización
Árido	< 400	Cotas Inferiores a 1200 m.s.n.m. (Catamayo, Sozoranga, Zapotillo, parte de Saraguro)
Semiárido	400 a 600	Sectores occidental y central de la provincia (Zapotillo, Macará, Pindal, Catamayo)
Semihúmedo	600 a 1000	Aproximadamente el 45% del territorio de la provincia dividido por el río Catamayo: Al norte del territorio lo que no cubre el clima árido ni semiárido del cantón Saraguro, en dirección norte-sur y este-oeste Loja, Catamayo, Paltas, Olmedo, Chaguarpamba, Celica y Pindal. Al Sur parte del territorio de los cantones Loja, Catamayo. Gonzanamá, Calvas, Quilanga, Macará, Espíndola.
Húmedo	1000 a 1500	Distribuido hacia el norte, sureste y este (Saraguro, Loja, Chaguarpamba, Olmedo, Paltas, Celica, Alamor, Gonzanamá, Quilanga, Calvas, Sozoranga y Pindal)

Fuente: (GPL-CGPDT, 2014).
Elaborado por: Autor.

En la Tabla 7 se describe tres tipos de zonas pluviométricas que indican la variación de la precipitación anual en la provincia de El Oro representadas por estaciones (GADPEO, 2015).

Tabla 7. Zonas pluviométricas homogéneas para la provincia de El Oro.

Zona	Precipitación (mm/año)	Localización
Seca	200 a 500	Abarca poca superficie y está ubicada en la parte occidental de la provincia; estaciones representativas Chacras (M482), Machala Aeropuerto (M072)
Occidental de transición	500 a 1200	Se ubica al este de la provincia; estaciones representativas Pasaje (M040) y Uzhcurrumi (M481)
Húmeda Occidental	1200 a 2000	Ocupa todo el espacio de los Andes del litoral; estaciones Paccha (M744), Piñas (M773), Zaruma (M180), Machala-UTM (M185)

Fuente: PRONAREG y ORSTOM (como se citó en GADPEO, 2015).

Elaborado por: Autor.

2.2. Datos y materiales.

Para este estudio se optó por seleccionar registros disponibles de precipitación diaria de 48 estaciones meteorológicas, distribuidas de la siguiente manera: 34 estaciones en la provincia de Loja y 14 estaciones en la provincia de El Oro. Los registros se obtuvieron del INAMHI y del ex Programa Regional para el Desarrollo del Sur (PREDESUR) del Ecuador. En la Tabla 8 se describen los datos generales de cada estación.

Tabla 8. Estaciones meteorológicas usadas en este estudio.

Código	Nombre de estación	Tipo	Latitud	Longitud	Elevación m.s.n.m	Estado	Institución
M0033	La Argelia-Loja	AG	4° 2' 11" S	79° 12' 4" W	2160	Activa	INAMHI
M0763	Nambacola	CO	4° 8' 26" S	79° 26' 2" W	1822	Activa	Ex-PREDESUR
M0142	Saraguro	CO	3° 36' 44" S	79° 14' 56" W	2525	Activa	INAMHI
M0143	Malacatos	CO	4° 12' 58" S	79° 16' 24" W	1453	Activa	INAMHI
M0145	Quinara INAMHI	CO	4° 18' 50" S	79° 14' 36" W	1559	Activa	INAMHI
M0146	Cariamanga	CO	4° 20' 0" S	79° 33' 16" W	1950	Activa	INAMHI
M0147	Yangana	CO	4° 22' 5" S	79° 10' 30" W	1835	Activa	INAMHI
M0148	Celica	CO	4° 6' 16" S	79° 57' 4" W	1904	Activa	INAMHI
M0150	Amaluza INAMHI	CO	4° 35' 5" S	79° 25' 50" W	1672	Activa	INAMHI
M0151	Zapotillo	CO	4° 18' 13" S	80° 13' 57" W	223	Activa	Ex-PREDESUR
M0241	Quilanga	PV	4° 17' 41" S	79° 24' 6" W	1956	Activa	Ex-PREDESUR
M0754	Chaguarpamba	PV	3° 52' 21" S	79° 38' 29" W	1334	Inactiva	Ex-PREDESUR
M0149	Gonzanamá	PV	4° 13' 46" S	79° 25' 11" W	2042	Activa	INAMHI
M0432	San Lucas INAMHI	PV	3° 43' 55" S	79° 15' 41" W	2525	Activa	INAMHI
M0433	El Lucero INAMHI	PV	4° 23' 59" S	79° 28' 18" W	1180	Activa	INAMHI
M0434	Sozoranga INAMHI	PV	4° 19' 29" S	79° 47' 20" W	1427	Activa	INAMHI
M0435	Alamor	PV	4° 1' 7" S	80° 1' 40" W	1250	Activa	INAMHI
M0437	Saucillo (Alamor)	PV	4° 16' 51" S	80° 11' 55" W	328	Activa	INAMHI
M0438	Jimburá	PV	4° 37' 41" S	79° 27' 54" W	2100	Activa	INAMHI
M0439	Sabiango INAMHI	PV	4° 21' 40" S	79° 48' 37" W	700	Activa	INAMHI
M0515	Catacocha	PV	4° 3' 21" S	79° 38' 40" W	1808	Activa	INAMHI
M0543	Cajanuma	PV	4° 8' 20" S	79° 20' 55" W	2420	Activa	Ex-PREDESUR
M0544	Colaisaca	PV	4° 19' 0" S	79° 41' 35" W	2410	Activa	INAMHI
M0751	Buenavista	PV	3° 53' 28" S	79° 42' 56" W	1062	Inactiva	Ex-PREDESUR
M0752	Cazaderos	PV	4° 5' 11" S	80° 28' 54" W	238	Inactiva	Ex-PREDESUR
M0753	Ciano	PV	3° 55' 53" S	79° 58' 15" W	1523	Inactiva	Ex-PREDESUR
M0755	Chaguarhuayco	PV	4° 1' 0" S	80° 18' 40" W	285	Activa	Ex-PREDESUR
M0756	Changaimina	PV	4° 13' 16" S	79° 31' 25" W	1988	Activa	Ex-PREDESUR
M0757	El Limo	PV	3° 59' 12" S	80° 7' 42" W	1156	Activa	Ex-PREDESUR
M0758	El Prado (Guayquichuma)	PV	3° 49' 23" S	79° 34' 26" W	882	Activa	Ex-PREDESUR
M0759	El Tambo	PV	4° 4' 24" S	79° 22' 25" W	1601	Activa	Ex-PREDESUR
M0760	Lauro Guerrero	PV	3° 58' 5" S	79° 45' 31" W	1945	Activa	Ex-PREDESUR
M0762	Mercadillo	PV	4° 1' 10" S	79° 59' 5" W	1142	Activa	Ex-PREDESUR
M0765	Sabanilla	PV	4° 11' 58" S	80° 7' 25" W	710	Activa	Ex-PREDESUR
M0292	Granja Sta. Inés (UTM)	AG	3° 17' 29" S	79° 54' 55" W	5	Activa	INAMHI
M0180	Zaruma	CO	3° 41' 51" S	79° 36' 42" W	1100	Activa	INAMHI
M0482	Chacras	CO	3° 32' 55" S	80° 11' 53" W	60	Activa	INAMHI
M0040	Pasaje	PV	3° 19' 19" S	79° 46' 8" W	40	Activa	INAMHI
M0481	Ushcurrumi	PV	3° 19' 16" S	79° 35' 0" W	290	Activa	INAMHI
M0741	El Paraiso Las Lajas	PV	3° 46' 17" S	80° 1' 15" W	430	Inactiva	Ex-PREDESUR
M0746	Quebrada Seca	PV	3° 40' 5" S	80° 10' 18" W	56	Inactiva	Ex-PREDESUR
M0747	Rio Chico	PV	3° 28' 34" S	79° 52' 30" W	61	Inactiva	Ex-PREDESUR
M0748	Salati	PV	3° 45' 16" S	79° 32' 1" W	1173	Inactiva	Ex-PREDESUR
M0773	Piñas	PV	3° 40' 36" S	79° 42' 10" W	1126	Activa	INAMHI
M0179	Arenillas	CO	3° 32' 27" S	80° 3' 14" W	26	Inactiva	INAMHI
M0743	Moromoro	PV	3° 41' 35" S	79° 44' 35" W	879	Inactiva	Ex-PREDESUR
M0239	El Salado-PREDESUR	CO	3° 45' 4" S	79° 38' 35" W	570	Activa	Ex-PREDESUR
M0185	Machala-UTM	CO	3° 6' 0" S	79° 47' 0" W	13	Activa	INAMHI

Fuente: (INAMHI, 2015).

Elaborado por: Autor.

Donde según el INAMHI (2015) la simbología utilizada para el tipo de estación es la siguiente: Agrometeorológica (AP), Aeronáutica (AR), Climatológica ordinaria (CO), Climatológica principal (CP), Climatológica ordinaria (CO), Pluviográfica (PG) y Pluviométrica (PV).

2.3. Metodología.

La metodología que se siguió para el análisis de las técnicas de interpolación, se esquematiza en la Figura 2.

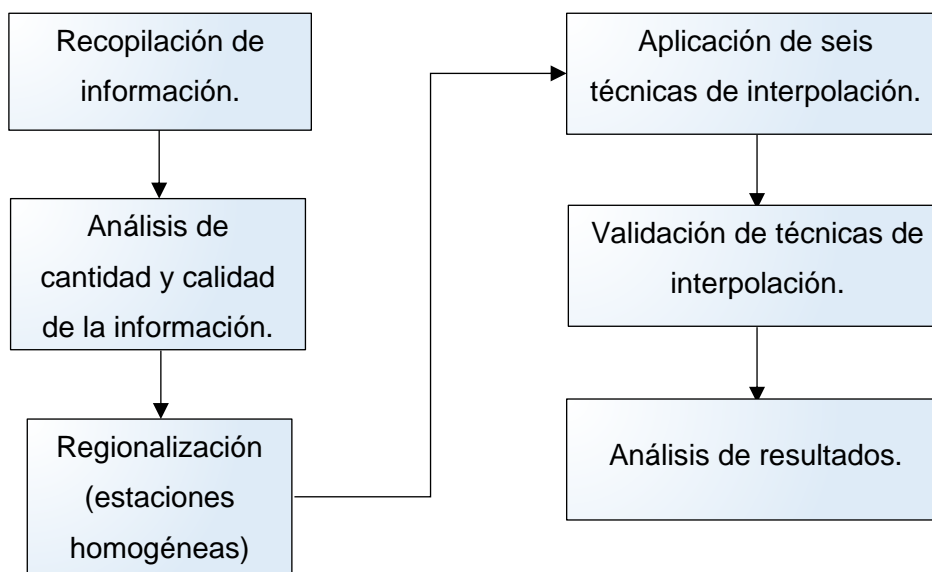


Figura 2. Metodología para el análisis de las técnicas de interpolación.
Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

El procesamiento de datos y los cálculos de las técnicas de interpolación se ejecutó en hojas electrónicas de Microsoft Excel.

2.3.1. Control de cantidad y calidad de la información.

La información que se obtuvo de las estaciones, tienen diferente longitud de registro, es decir, diferente fecha de inicio y fin de toma de datos, se procedió a seleccionar un período de registro común a todas ellas, que sea lo menos poroso posible y que abarque la mayor cantidad de datos. El período común de registro seleccionado es de 37 años, comprendido entre los años 1979 al 2015.

Como sugiere Aguilar et al. (2003), se realizó un control de calidad de la información con la finalidad de localizar posibles errores que se pudieron dar ya sea durante la adquisición, manipulación, formato, transmisión y archivo de datos. Los procedimientos utilizados para el control de calidad de los datos registrados en las estaciones son los siguientes:

- Prueba de formato: La validación consiste en detectar e identificar la aparición de caracteres de letras o alfa, en un campo numérico (Aguilar et al., 2003; OMM, 2011).

- Prueba de tolerancia o valor de precipitación diaria límite: Se realizó la validación de los datos en función a los posibles valores de precipitación diaria que se puedan presentar en la zona de estudio, es decir, un registro que se encuentre fuera de sus límites o tan elevado (999 mm) se asignó como dato erróneo (Feng, Hu, y Qian, 2004; OMM, 2011).
- Prueba de coherencia temporal interna de datos: Se revisó la variabilidad entre los registros de datos, es decir, la existencia de valores mucho mayores o que presentan un gran cambio con respecto a los valores diarios vecinos correspondiente a la fecha de registro (Aguilar et al., 2003; Feng et al., 2004; OMM, 2011).
- Prueba de completitud de Información: Cuando existe o no un identificador sobre la estación en análisis (Nombre de estación, código, período de registro, etc.) y existe la incertidumbre de la procedencia de los datos (OMM, 2011).

En la Figura 3 se observa un ejemplo de dos de las anomalías presentadas en los registros de precipitación diaria.

DIA	HORA-07	HORA-13	HORA-19	SUMA	DIA	HORA-07	HORA-13	HORA-19	SUMA
1	0.0	0.0	0.1		1		0.0	0.0	19.9
2	0.1	0.0	0.0	8.7	2	0.0	0.0	0.0	14.9
3	8.7	0.0	0.9	9.9	3	0.0	0.0	0.0	20.9
4	9.0	0.6	3.4	5.5	4	0.0	0.0	0.0	8.9
5	1.5	0.2	16.8	19.1	5	0.0	0.0	0.0	0.0
6	2.1	0.3	0.0	0.3	6	0.0	0.0	0.0	0.0
7	0.0	0.0	6.3	7.4	7	0.0	0.0	0.0	0.0
8	1.1	0.0	0.0	0.0	8	0.0	0.0	0.0	0.0
9	0.0	0.0	0.0	T	9	0.0	0.0	0.0	0.0
10	T	0.0	0.0	T	10	0.0	0.0	0.0	6.3
11	T	0.0	0.0	0.0	11	0.0	0.0	0.0	0.0
12	0.0	0.0	T	6.9	12	0.0	0.0	0.0	0.0
13	6.9	2.7	16.5	27.0	13	0.0	0.0	0.0	0.0
14	7.8	0.0	36.5	72.6	14	0.0	0.0	0.0	0.0
15	36.1	0.0	0.5	18.7	15	0.0	0.0	0.0	0.0
16	18.2	0.0	1.4	32.9	16	0.0	0.0	0.0	0.0
17	31.5	0.0	0.0	0.1	17	0.0	0.0	0.0	0.0
18	0.1	0.0	0.0	T	18	0.0	0.0	0.0	0.0
19	T	0.0	1.3	3.0	19	0.0	0.0	0.0	0.0
20	1.7	0.0	0.0	0.4	20	0.0	0.0	0.0	201.4
21	0.4	0.0	0.0	0.2	21	0.0	0.0	0.0	6.9
22	0.2	0.0	0.0	0.4	22	0.0	0.0	0.0	3.1
23	0.4	0.0	0.0	0.4	23	0.0	0.0	0.0	9.6
24	0.4	0.0	0.0	0.1	24	0.0	0.0	0.0	16.4
25	0.1	0.0	1.4	1.8	25	0.0	0.0	0.0	5.3
26	0.4	T	14.9	19.8	26	0.0	0.0	0.0	4.9
27	4.9	0.7	37.5	62.3	27	0.0	0.0	0.0	0.0
28	24.1	0.0	0.0	6.8	28	0.0	0.0	0.0	0.0
29	6.8	35.4	10.8	50.8	29	0.0	0.0	0.0	0.0
30	4.6	2.9	3.0	6.0	30	0.0	0.0	0.0	0.0
31	0.1	0.0	0.9	1.1	31	0.0	0.0	999.0	6.8

Figura 3. Ejemplo de errores identificados en la etapa de control de calidad de la información. Fuente: (INAMHI, 2015). Elaborado por: Autor.

Una vez que se identificó el error, se eliminó directamente el dato y se descartó la información que no adjuntaba un identificador sobre su procedencia.

2.3.2. Delimitación de estaciones homogéneas.

Con la intención de garantizar confianza al transmitir información faltante y facilitar la extrapolación de una estación a otra, se procedió a regionalizar estaciones homogéneas (Nathan y McMahon, 1990; Serrano Ojeda, 2011). Los criterios que se utilizó para la regionalización son los siguientes:

Método geográfico.

Se trazó un radio de 80 km a partir de la estación en análisis, conformando una región aquellas estaciones que queden dentro de este radio.

Pisos Climáticos.

La regionalización consistió en agrupar las estaciones meteorológicas según los diversos niveles de variación del clima que se miden de acuerdo a la altitud del terreno.

Número de días de lluvia apreciable al año.

Para la regionalización se consideró como día con lluvia, aquel registro de precipitación diaria cuyo valor se igual o mayor a 1 mm (Sillmann, Kharin, Zhang, Zwiers, y Bronaugh, 2013). Por lo tanto, se realizó el conteo anual de los días con lluvia para las estaciones en estudio y dividirlos en rangos numéricamente iguales.

Coefficiente de Variación (CV).

Para cada registro de precipitación diaria de las estaciones meteorológicas, se determinó el CV con la Ecuación 1 y se las clasificó en rangos iguales cuantificados por el CV.

Método de los Momentos –L.

Para el desarrollo de este método se consideró los valores máximos anuales de precipitación y se realizó el cálculo de los Momentos-L mediante el procedimiento descrito por Hosking y Wallis (1997) para la regionalización que es el siguiente:

- 1) Ordenar las series máximas anuales (SMA) x_i , de cada estación i , en forma descendente.
- 2) Calcular los estimadores β estadísticos por Momentos-L aplicando las siguientes ecuaciones:

$$\beta_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Ecuación 37

$$\beta_1 = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} x_i(n-i) \quad \text{Ecuación 38}$$

$$\beta_2 = \frac{1}{n(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^{n-2} x_i(n-i)(n-i-1) \quad \text{Ecuación 39}$$

$$\beta_3 = \frac{1}{n(n-1)(n-2)(n-3)} \sum_{i=1}^{n-3} x_i(n-i)(n-i-1)(n-i-2) \quad \text{Ecuación 40}$$

Donde:

x_i = Valor de la precipitación máxima anual.

i = Número de orden de cada dato de forma descendente (de mayor a menor).

n = Número total de datos registrados.

3) Determinar los primeros cuatro Momentos-L:

λ_1 Ecuación 3

λ_2 Ecuación 4

λ_3 Ecuación 5

λ_4 Ecuación 6

4) Determinar los momentos adimensionales τ_2, τ_3, τ_4 .

τ_2 Ecuación 7

τ_3 Ecuación 8

τ_4 Ecuación 9

5) Elaborar los diagramas de Momentos-L adimensionales τ_3 vs τ_2 y τ_3 vs τ_4 como se muestra en el apartado 3.1 la Figura 9 y Figura 10.

Método de k-medias.

Como ya se mencionó en el apartado 1.2.2c este método tiene como finalidad hacer la partición del conjunto de n estaciones en k clústeres, en la Figura 4 se muestra un diagrama donde se describe el procedimiento para la conformación de los clústeres por el método de las k-medias.

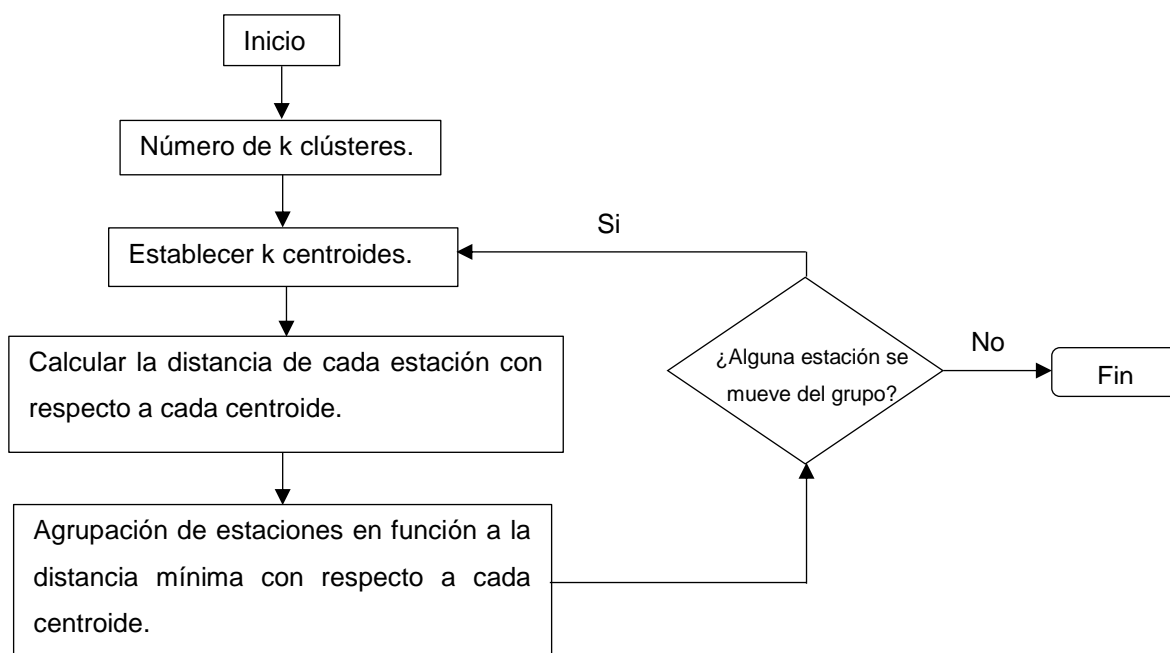


Figura 4. Flujograma del proceso de k-medias.
 Fuente: Autor.
 Elaborado por: Autor.

2.3.3. Análisis de las técnicas de interpolación de precipitación.

Para este estudio se utilizó las siguientes técnicas de interpolación:

- 1) Interpolación de Thiessen.
- 2) IDW.
 - a. Lineal.
 - b. Cuadrática.
- 3) Interpolación polinomial.
 - a. Aproximación por mínimos cuadrados.
 - b. Aproximación de Lagrange.
- 4) Interpolación multicuadrática.
- 5) Interpolación óptima o método de Gandin.
- 6) Método de interpolación de Kriging.

El procedimiento que se utilizó previo al análisis de las técnicas de interpolación es el siguiente:

a) Selección de la estación meteorológica base y período común de registro.

Para cada una de las regiones se seleccionó una estación base a interpolar, que consistió en la estación con la menor cantidad de datos faltantes y longitud de registro igual o diferente al que se consideró para la regionalización, como se observa en el Anexo 1.

b) Selección de estaciones vecinas.

Para cada estación base, se optó como mínimo tres estaciones vecinas como referencia para la interpolación, las estaciones fueron seleccionadas en función al mayor número de criterios de homogeneidad (menor distancia, coeficiente de determinación (R^2), CV y otros). En el Anexo 1 se detallan los parámetros de las estaciones a considerar para el análisis de las técnicas de interpolación.

c) Reducción inicial de datos faltantes.

Teniendo en cuenta que las técnicas de interpolación seleccionadas para este estudio calculan los datos faltantes con una función de ponderación de los datos conocidos que incluyen las estaciones vecinas (Ecuación 12), si los datos conocidos son todos simultáneamente nulos el dato resultante será nulo también. Basados en esta hipótesis se identificó en las muestras los días sin registro cuyas estaciones vecinas en cada región se registrarán simultáneamente valores de precipitación cero y de forma automática llenarlos con valor cero (Serrano Ojeda, 2011).

d) Aplicación de las técnicas de interpolación.

Antes de examinar cada una de las técnicas, es necesario recalcar que el proceso de interpolación de cada técnica es similar para todas las estaciones base, por lo tanto, para mostrar su procedimiento se escogió aleatoriamente una región, además, debido a la extensión de los registros de datos y el largo proceso de la interpolación que conllevan algunas técnicas se reportó el producto final obtenido.

Para demostración de las técnicas de interpolación, se utilizó la región uno; la estación Pasaje (M0040) y se consideró cinco estaciones vecinas como referencia para la interpolación, la distribución espacial de las estaciones, se observa en la Figura 5.

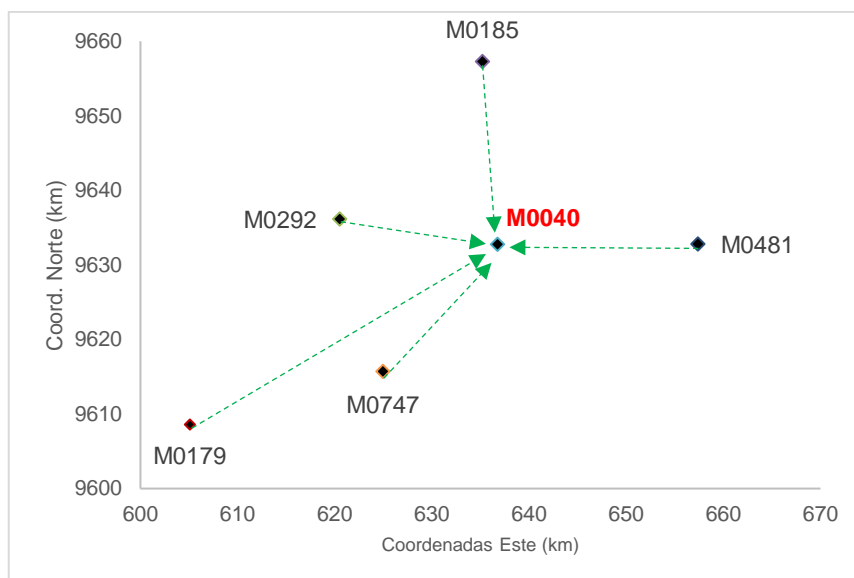


Figura 5. Distribución espacial de la estación base Pasaje (M0040).
Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

Por la extensión de los registros se ha considerado datos de 10 días de precipitación en fechas aleatorias del registro real. Ver Tabla 9.

Tabla 9. Muestra considerada para la explicación de las técnicas de interpolación.

Fecha	M0040	M0292	M0481	M0747	M0185	M0179
10-ene.-1990	2	0,2	2,6	0,7	0	0
11-ene.-1990	1,1	0,6	0	2	1,5	2,6
12-ene.-1990	0	0,1	2,5	0	1,1	0
13-ene.-1990	0,4	0,9	0	2	0,2	0
14-ene.-1990	0	0,1	0	0	0,2	0
4-abr.-2011	1,3	0	0,8	7,6	2,6	2,8
5-abr.-2011	0	0	1	4,2	0	0
6-abr.-2011	0,1	0	5	0	0,5	0
7-abr.-2011	1,4	2	0,5	1,3	0,5	7
8-abr.-2011	4,6	2,2	2	2	4,6	1,1

Fuente: (INAMHI, 2015).
Elaborado por: Autor.

Técnica de Thiessen.

Para estimar la información por esta técnica, empezar con el cálculo de las distancias entre la estación a interpolar y las estaciones vecinas con la Ecuación 13. En la Tabla 10 se presentan las distancias calculadas.

Tabla 10. Distancias entre la estación Pasaje (M0040) y estaciones de referencia.

Estación	Código	Ubicación		Distancia (km)
		E	N	
Pasaje	M0040	636773,72	9632736,04	0,00
Granja Sta. Inés	M0292	620505,69	9636145,41	16,62
Ushcurrumi	M0481	657392,59	9632800,57	20,62
Río Chico	M0747	624963,58	9615706,16	20,72
Machala	M0185	635197,92	9657275,87	24,59
Arenillas	M0179	605083,62	9608572,94	39,85

Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

Luego se identificó la estación de referencia más cercana a la estación a interpolar, para este contexto resultó ser la estación Granja Sta. Inés (M0292) con 16,62 km de distancia a la estación Pasaje (M0040).

En esta técnica los valores pronosticados se asignan a partir de los valores observados más cercanos, es decir, la distancia más cercana entre las estaciones de referencia a la estación a interpolar. Basados en esta hipótesis se determina los factores de peso (w_j) y se asigna con valor de uno para la estación más cercana.

Para finalizar, la interpolación se da del producto de los valores w_j por los valores de precipitación registrados en las estaciones vecinas, la Tabla 11 presenta un ejemplo de los valores de precipitación interpolados (Pe) de 10 días para la estación Pasaje (M0040).

Tabla 11. Datos obtenidos para la estación Pasaje (M0040) por la técnica de Thiessen.

Fecha	Factor de peso (w_j)					Σw_j	Pe (mm)
	M0292	M0481	M0747	M0185	M0179		
10-ene.-1990	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,20
11-ene.-1990	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,60
12-ene.-1990	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,10
13-ene.-1990	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,90
14-ene.-1990	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,10
4-abr.-2011	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00
5-abr.-2011	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00
6-abr.-2011	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00
7-abr.-2011	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	2,00
8-abr.-2011	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	2,20

Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

Donde:

Pe = Valor interpolado en el punto requerido e .

Interpolación de distancia inversa.

Con las distancias calculadas entre la estación a interpolar y las estaciones vecinas descritas en la Tabla 10, se determina w_j para cada estación vecina con la Ecuación 14. Para IDW lineal $\beta = 1$ y para IDW cuadrada con $\beta = 2$.

Los valores de w_j para cada estación y Pe en la estación Pasaje (M0040) se muestran en la Tabla 12 y Tabla 13.

Tabla 12. Datos obtenidos para la estación Pasaje (M0040) por IDW lineal.

Fecha	Factor de peso (w_j)					Σw_j	Pe (mm)
	M0292	M0481	M0747	M0185	M0179		
10-ene.-1990	0,27	0,22	0,22	0,18	0,11	1	0,77
11-ene.-1990	0,27	0,22	0,22	0,18	0,11	1	1,07
12-ene.-1990	0,27	0,22	0,22	0,18	0,11	1	0,57
13-ene.-1990	0,27	0,22	0,22	0,18	0,11	1	0,68
14-ene.-1990	0,27	0,22	0,22	0,18	0,11	1	0,03
4-abr.-2011	0,27	0,22	0,22	0,18	0,11	1	2,33
5-abr.-2011	0,27	0,22	0,22	0,18	0,11	1	1,13
6-abr.-2011	0,27	0,22	0,22	0,18	0,11	1	1,09
7-abr.-2011	0,27	0,22	0,22	0,18	0,11	1	2,21
8-abr.-2011	0,27	0,22	0,22	0,18	0,11	1	1,66

Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

Donde:

Pe = Valor interpolado en el punto requerido e .

Tabla 13. Datos obtenidos para la estación Pasaje (M0040) por IDW cuadrada.

Fecha	Factor de peso (w_j)					Σw_j	Pe (mm)
	M0292	M0481	M0747	M0185	M0179		
10-ene.-1990	0,342	0,222	0,220	0,156	0,059	1	0,80
11-ene.-1990	0,342	0,222	0,220	0,156	0,059	1	0,80
12-ene.-1990	0,342	0,222	0,220	0,156	0,059	1	0,59
13-ene.-1990	0,342	0,222	0,220	0,156	0,059	1	0,75
14-ene.-1990	0,342	0,222	0,220	0,156	0,059	1	0,03
4-abr.-2011	0,342	0,222	0,220	0,156	0,059	1	2,02
5-abr.-2011	0,342	0,222	0,220	0,156	0,059	1	1,15
6-abr.-2011	0,342	0,222	0,220	0,156	0,059	1	1,11
7-abr.-2011	0,342	0,222	0,220	0,156	0,059	1	1,50
8-abr.-2011	0,342	0,222	0,220	0,156	0,059	1	1,70

Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

Donde:

Pe = Valor interpolado en el punto requerido e .

Interpolación polinomial (mínimos cuadrados).

Para esta técnica de interpolación se requiere conocer las coordenadas de las estaciones y tener en cuenta que el número de estaciones de muestreo (n) sea mayor que el número de monomios (m) (Tabios III y Salas, 1985).

Al inicio se debe definir el grado de la función con la cantidad de estaciones y monomios (coordenadas de las estaciones), que indica la Tabla 2 del apartado 1.3.3, para este análisis se considera cinco estaciones vecinas, el número de monomios es igual a tres con la función polinómica de primer grado.

Después conformar la matriz de polinomios con los monomios en términos de coordenadas X e Y, como se muestra en la Tabla 14.

Tabla 14. Matriz de polinomios estación Pasaje (M0040) con cinco estaciones vecinas (mínimos cuadrados).

	M0040	M0292	M0481	M0747	M0185	M0179	
k	Øk(Xe,Ye)	Øk(X1,Y1)	Øk(X2,Y2)	Øk(X3,Y3)	Øk(X4,Y4)	Øk(X5,Y5)	m
1	1	1	1	1	1	1	1
2	636774	620506	657393	624964	635198	605084	2
3	9632736	9636145	9632801	9615706	9657276	9608573	3

Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

Donde:

k y m = Número de monomios algebraicos en el polinomio.

Calcular la matriz de θ_{ki} con la Ecuación 16.

$$\theta_{ki} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 620506 & 657393 & 624964 & 635198 & 605084 \\ 9636145 & 9632801 & 9615706 & 9657276 & 9608573 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 620506 & 9636145 \\ 1 & 657393 & 9632801 \\ 1 & 624964 & 9615706 \\ 1 & 635198 & 9657276 \\ 1 & 605084 & 9608573 \end{pmatrix}$$

$$\theta_{ki} = \begin{pmatrix} 5 & 3143143 & 48150501 \\ 3143143 & 1,977E + 12 & 3,027 + 13 \\ 48150501 & 3,027E + 13 & 4,637E + 14 \end{pmatrix}$$

Calcular ψ_{ki} que es el inverso de la matriz θ_{ki}

$$\psi_{kj} = \begin{pmatrix} 81858,862 & 0,0040492 & -0,0087646 \\ 0,0040492 & 9,093E - 10 & -4,798E - 10 \\ -0,0087646 & -4,798E - 10 & 9,414E - 10 \end{pmatrix}$$

Luego determinar α_{kj} del producto de ψ_{kj} por $\phi_i(X_j, Y_j)$

$$\alpha_{kj} = \begin{pmatrix} -85,675869 & 93,003886 & 111,51731 & -211,383999 & 93,538662 \\ -1,029E-05 & 2,486E-05 & 3,574E-06 & -7,066E-06 & -1,108E-05 \\ 9,589E-06 & -1,126E-05 & -1,179E-05 & 2,243E-05 & -8,969E-06 \end{pmatrix}$$

Y se obtiene w_j con la Ecuación 18.

$$\omega_j = \begin{pmatrix} 0,1415 \\ 0,3728 \\ 0,1980 \\ 0,2016 \\ 0,0861 \end{pmatrix} \quad \sum \omega_j = 1$$

En la Tabla 15 se observan los valores de w_j y de Pe en la estación Pasaje (M0040) por el ajuste de mínimos cuadrados.

Tabla 15. Datos obtenidos para la estación Pasaje (M0040) por la interpolación polinomial enfoque de mínimos cuadrados.

Fecha	Factor de peso (w_j)					$\sum w_j$	Pe (mm)
	M0292	M0481	M0747	M0185	M0179		
10-ene.-1990	0,141	0,373	0,198	0,202	0,086	1	1,14
11-ene.-1990	0,141	0,373	0,198	0,202	0,086	1	1,01
12-ene.-1990	0,141	0,373	0,198	0,202	0,086	1	1,17
13-ene.-1990	0,141	0,373	0,198	0,202	0,086	1	0,56
14-ene.-1990	0,141	0,373	0,198	0,202	0,086	1	0,05
4-abr.-2011	0,141	0,373	0,198	0,202	0,086	1	2,57
5-abr.-2011	0,141	0,373	0,198	0,202	0,086	1	1,20
6-abr.-2011	0,141	0,373	0,198	0,202	0,086	1	1,96
7-abr.-2011	0,141	0,373	0,198	0,202	0,086	1	1,43
8-abr.-2011	0,141	0,373	0,198	0,202	0,086	1	2,47

Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

Donde:

$Pe =$ Valor interpolado en el punto requerido e .

Interpolación polinomial (aproximación de Lagrange).

De acuerdo a la definición del apartado 1.3.3 b, se menciona que para este método n es igual a m , por lo tanto, para el presente análisis deben calcularse los cinco primeros monomios, debido a las cinco estaciones vecinas consideradas, la Tabla 16 describe la matriz de polinomios para el desarrollo del análisis de la interpolación polinomial por el enfoque de la aproximación de Lagrange en la estación Pasaje (M0040).

Tabla 16. Matriz de polinomios estación Pasaje (M0040) con cinco estaciones vecinas aproximación Lagrange.

	M0040	M0292	M0481	M0747	M0185	M0179	
k	$\emptyset k(X_e, Y_e)$	$\emptyset k(X_1, Y_1)$	$\emptyset k(X_2, Y_2)$	$\emptyset k(X_3, Y_3)$	$\emptyset k(X_4, Y_4)$	$\emptyset k(X_5, Y_5)$	m
1	1	1	1	1	1	1	1
2	636774	620506	657393	624964	635198	605084	2
3	9632736	9636145	9632801	9615706	9657276	9608573	3
4	4,05481E+11	3,85027E+11	4,32165E+11	3,90579E+11	4,03476E+11	3,66126E+11	4
5	9,27896E+13	9,28553E+13	9,27908E+13	9,24618E+13	9,3263E+13	9,23247E+13	5

Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

Donde:

k y m = Número de monomios algebraicos en el polinomio.

Una vez calculado los monomios el proceso es similar al ajuste por mínimos cuadrados.

Calcular la matriz de θ_{ki} con Ecuación 16.

$$\theta_{ki} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 620,51 & 657,39 & 624,96 & 635,20 & 605,08 \\ 9636,15 & 9632,80 & 9615,71 & 9657,28 & 9608,57 \\ 385027,31 & 432165,01 & 390579,47 & 403476,4 & 366126,19 \\ 92855298 & 92790847 & 92461805 & 93262977 & 92324674 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 620,51 & 9636,15 & 385027,31 & 92855298 \\ 1 & 657,39 & 9632,80 & 432165,01 & 92790847 \\ 1 & 624,96 & 9615,71 & 390579,47 & 92461805 \\ 1 & 635,20 & 9657,28 & 403476,40 & 93262977 \\ 1 & 605,08 & 9608,57 & 366126,19 & 92324674 \end{pmatrix}$$

$$\theta_{ki} = \begin{pmatrix} 5 & 3143,14 & 48150,501 & 1977374,4 & 463695601 \\ 3143,14 & 1977374,4 & 30269552 & 1,245E + 09 & 2,915E + 11 \\ 48150,50 & 30269552 & 463695601 & 1,904E + 10 & 4,465E + 12 \\ 1977374,4 & 1,245E + 09 & 1,904E + 10 & 7,844E + 11 & 1,834E + 14 \\ 463695601 & 2,915E + 11 & 4,465E + 12 & 1,834E + 14 & 4,3E + 16 \end{pmatrix}$$

Calcular ψ_{ki} que es el inverso de la matriz θ_{ki} .

$$\psi_{kj} = \begin{pmatrix} 3,371E + 10 & 89329,088 & -7749934,4 & -67,189731 & 402,12181 \\ 89329,073 & 5,6413763 & -18,857291 & -0,004431 & 0,0009756 \\ -7749934,4 & -18,857294 & 1609,786 & 0,0141945 & -0,0835271 \\ -67,189719 & -0,0044312 & 0,0141945 & 3,481E - 06 & -7,343E - 07 \\ 402,12181 & 0,0009756 & -0,0835271 & -7,343E - 07 & 4,334E - 06 \end{pmatrix}$$

Luego determinar α_{kj} del producto de ψ_{kj} por $\phi_i(X_j, Y_j)$.

$$\alpha_{kj} = \begin{pmatrix} -155959,85 & -23136,658 & 39774,824 & 93781,087 & 45541,594 \\ -0,1850895 & -0,7706269 & 1,904751 & 0,2091628 & -1,1581974 \\ 32,375772 & 4,8551443 & -8,3511867 & -19,500631 & -9,379099 \\ 0,0001246 & 0,0006241 & -0,0014928 & -0,0001623 & 0,0009065 \\ -0,0016795 & -0,0002521 & 0,0004318 & 0,001013 & 0,0004868 \end{pmatrix}$$

Y se obtienen w_j con la Ecuación 18.

$$\alpha_{kj} = \begin{pmatrix} 0,490 \\ 0,237 \\ 0,562 \\ 0,018 \\ -0,308 \end{pmatrix} \quad \sum \omega_j = 1$$

En la Tabla 17 se observan los valores de w_j y Pe para la estación Pasaje (M0040) por aproximación de Lagrange.

Tabla 17. Datos obtenidos para la estación Pasaje (M0040) por la interpolación polinomial aproximación de Lagrange.

Fecha	Factor de peso (w_j)					$\sum w_j$	Pe (mm)
	M0292	M0481	M0747	M0185	M0179		
10-ene.-1990	0,490	0,237	0,562	0,018	-0,308	1	1,11
11-ene.-1990	0,490	0,237	0,562	0,018	-0,308	1	1,00
12-ene.-1990	0,490	0,237	0,562	0,018	-0,308	1	0,30
13-ene.-1990	0,490	0,237	0,562	0,018	-0,308	1	1,50
14-ene.-1990	0,490	0,237	0,562	0,018	-0,308	1	0
4-abr.-2011	0,490	0,237	0,562	0,018	-0,308	1	3,71
5-abr.-2011	0,490	0,237	0,562	0,018	-0,308	1	2,60
6-abr.-2011	0,490	0,237	0,562	0,018	-0,308	1	1,03
7-abr.-2011	0,490	0,237	0,562	0,018	-0,308	1	1,80
8-abr.-2011	0,490	0,237	0,562	0,018	-0,308	1	1,28

Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

Donde:

Pe = Valor interpolado en el punto requerido e .

Interpolación multicuadrática.

Para esta técnica se requiere determinar la matriz de distancias (d_{ij}), entre la estación a interpolar y las estaciones vecinas como se muestra en la Tabla 18.

Tabla 18. Matriz de distancias (d_{ij}) entre estaciones de referencia.

		1	2	3	4	5
		M0292	M0481	M0747	M0185	M0179
1	M0292	0,000	37,038	20,920	25,736	31,592
2	M0481	37,038	0,000	36,659	33,040	57,647
3	M0747	20,920	36,659	0,000	42,811	21,121
4	M0185	25,736	33,040	42,811	0,000	57,261
5	M0179	31,592	57,647	21,121	57,261	0,000

Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

Los factores de peso se determinan con la Ecuación 21, su cálculo se muestra a continuación:

$$\omega_j = \begin{pmatrix} 0 & 37,038 & 20,920 & 25,736 & 31,592 \\ 37,038 & 0 & 36,659 & 33,040 & 57,647 \\ 20,920 & 36,659 & 0 & 42,811 & 21,121 \\ 25,736 & 33,040 & 42,811 & 0 & 57,261 \\ 31,592 & 57,647 & 21,121 & 57,261 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 16,621 \\ 20,619 \\ 20,724 \\ 24,590 \\ 39,851 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,333 \\ 0,296 \\ 0,271 \\ 0,114 \\ -0,094 \end{pmatrix} \quad \sum \omega_j = 0,92$$

Finalmente en la Tabla 19 se observan los valores de w_j y Pe estimados para la estación Pasaje (M0040) mediante la técnica multicuadrática.

Tabla 19. Datos obtenidos para la estación Pasaje (M0437) por interpolación multicuadrática.

Fecha	Factor de peso (w_j)					$\sum w_j$	Pe (mm)
	M0292	M0481	M0747	M0185	M0179		
10-ene.-1990	0,333	0,296	0,271	0,114	-0,094	0,920	1,03
11-ene.-1990	0,333	0,296	0,271	0,114	-0,094	0,920	0,67
12-ene.-1990	0,333	0,296	0,271	0,114	-0,094	0,920	0,90
13-ene.-1990	0,333	0,296	0,271	0,114	-0,094	0,920	0,86
14-ene.-1990	0,333	0,296	0,271	0,114	-0,094	0,920	0,06
4-abr.-2011	0,333	0,296	0,271	0,114	-0,094	0,920	2,33
5-abr.-2011	0,333	0,296	0,271	0,114	-0,094	0,920	1,44
6-abr.-2011	0,333	0,296	0,271	0,114	-0,094	0,920	1,54
7-abr.-2011	0,333	0,296	0,271	0,114	-0,094	0,920	0,57
8-abr.-2011	0,333	0,296	0,271	0,114	-0,094	0,920	2,29

Fuente: Autor.

Elaborado por: Autor.

Donde:

Pe = Valor interpolado en el punto requerido e .

Interpolación óptima o método de Gandin.

Con la Ecuación 24 se determina la correlación entre los pares de datos disponibles de las estaciones vecinas a la estación Pasaje (M0040), por motivo de la amplia extensión de los datos, en la Tabla 20 se muestra la correlación mensual de Enero entre los pares registrados que corresponden a un período de 26 años con los datos de precipitación diaria para la estación Pasaje (M0040).

Tabla 20. Matriz de correlación $\rho(d_{ij})$ de los pares registrados disponible de 26 años de precipitación diaria (mes de enero), entre las estaciones de referencia a la estación Pasaje (M0040).

		1	2	3	4	5
		M0292	M0481	M0747	M0185	M0179
1	M0292	1,000	0,283	0,134	0,418	0,402
2	M0481	0,283	1,000	0,159	0,288	0,244
3	M0747	0,134	0,159	1,000	0,118	0,314
4	M0185	0,418	0,288	0,118	1,000	0,344
5	M0179	0,402	0,244	0,314	0,344	1,000

Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

Con la matriz de correlación (Tabla 20) y las distancias entre las estaciones (Tabla 18), considerar diferentes combinaciones posibles entre las estaciones de referencia sin que se repitan $(d_{ij}; \rho_{d_{ij}})$ como indica la Tabla 21.

Tabla 21. Combinaciones posibles entre las estaciones de referencia $(d_{ij}; \rho_{d_{ij}})$

Combinación entre estaciones (i:j)	d _{ij} (km)	$\rho(d_{ij})$
1:1	0,0	1,000
1:3	20,9	0,134
3:5	21,1	0,314
1:4	25,7	0,418
1:5	31,6	0,402
2:4	33,0	0,288
2:3	36,7	0,159
1:2	37,0	0,283
3:4	42,8	0,118
4:5	57,3	0,344
2:5	57,6	0,244

Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

Donde:

d_{ij} = Distancia entre estaciones i y j .

$\rho_{d_{ij}}$ = Correlación entre los pares de registro.

Con los pares considerados en la Tabla 21 y con los modelos de ajuste que se presentan en el apartado 1.3.5, seleccionar el mejor ajuste de la función de correlación y de esta forma obtener una nueva matriz de correlación justada entre las estaciones vecinas como lo indica la Tabla 22, para este ejercicio el modelo que mejor se ajusta para el mes de enero es la potencia inversa como se puede observar en la Figura 6.

Tabla 22. Matriz de correlación ajustada $\hat{\rho}_{(d_{ij})}$ por modelo potencia inversa (mes enero), entre las cinco estaciones de referencia.

	M0292	M0481	M0747	M0185	M0179
M0292	1,000	0,268	0,285	0,279	0,272
M0481	0,268	1,000	0,268	0,271	0,255
M0747	0,285	0,268	1,000	0,263	0,285
M0185	0,279	0,271	0,263	1,000	0,255
M0179	0,272	0,255	0,285	0,255	1,000

Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

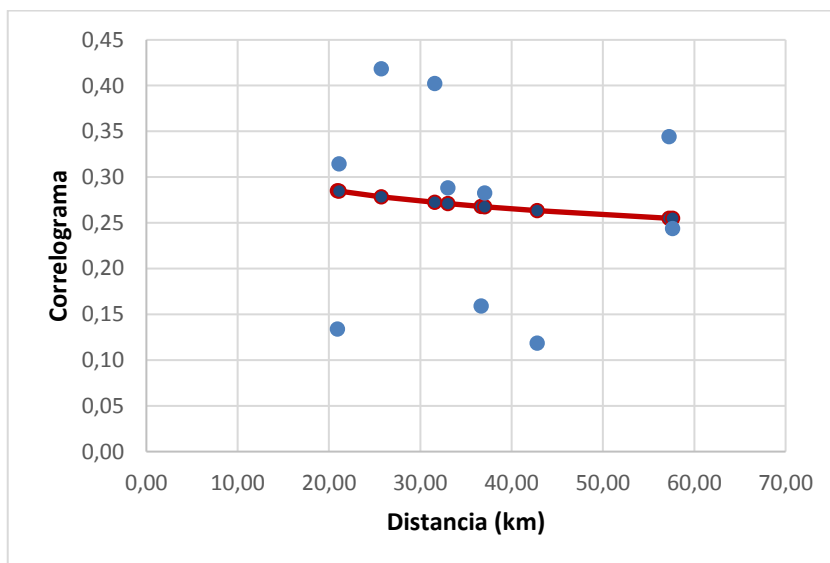


Figura 6. Correlograma ajustado al modelo de potencia inversa.
Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

La matriz de correlaciones entre la estación a interpolar Pasaje (M0437) y las estaciones vecinas se muestra en la Tabla 23.

Tabla 23. Correlación entre estación a interpolar y las estaciones vecinas $\hat{\rho}_{(d_{ej})}$ por el modelo de potencia inversa.

Estaciones	d_{ij}	$\hat{\rho}(d_{ij})$
M0292	16,6	0,292
M0481	20,6	0,285
M0747	20,7	0,285
M0185	24,6	0,280
M0179	39,9	0,265

Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

Donde:

d_{ij} = Distancia entre estaciones i y j .

$\rho_{d_{ij}}$ = Correlación ajustada entre los pares de registro.

Se determina ω_j con la Ecuación 22 como se indica a continuación:

$$\omega_j = \begin{pmatrix} 1 & 0,268 & 0,285 & 0,279 & 0,272 \\ 0,268 & 1 & 0,268 & 0,271 & 0,255 \\ 0,285 & 0,268 & 1 & 0,263 & 0,285 \\ 0,279 & 0,271 & 0,263 & 1 & 0,255 \\ 0,272 & 0,285 & 0,285 & 0,255 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0,292 \\ 0,285 \\ 0,285 \\ 0,280 \\ 0,265 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,146 \\ 0,144 \\ 0,137 \\ 0,135 \\ 0,116 \end{pmatrix} \quad \sum \omega_j = 0.67$$

Como la sumatoria de ω_j no es igual a 1 se procede a utilizar el multiplicador de Lagrange (λ) de la forma siguiente:

$$\omega_j = \begin{pmatrix} 1 & 0,268 & 0,285 & 0,279 & 0,272 & 1 \\ 0,268 & 1 & 0,268 & 0,271 & 0,255 & 1 \\ 0,285 & 0,268 & 1 & 0,263 & 0,285 & 1 \\ 0,279 & 0,271 & 0,263 & 1 & 0,255 & 1 \\ 0,272 & 0,285 & 0,285 & 0,255 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0,292 \\ 0,285 \\ 0,285 \\ 0,280 \\ 0,265 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,208 \\ 0,210 \\ 0,200 \\ 0,201 \\ 0,182 \end{pmatrix} \quad \sum \omega_j = 1$$

Para finalizar se calculan los datos de precipitación para la estación Pasaje (M0040) como lo indica la Tabla 24, cabe indicar que para los registros correspondientes de abril se reporta directamente el producto.

Tabla 24. Datos obtenidos para la estación Pasaje (M0040) por interpolación óptima o de Gandin.

Fecha	Factor de peso (w_j)					$\sum w_j$	Pe (mm)
	M0292	M0481	M0747	M0185	M0179		
10-ene.-1990	0,208	0,210	0,200	0,201	0,182	1	0,73
11-ene.-1990	0,208	0,210	0,200	0,201	0,182	1	1,30
12-ene.-1990	0,208	0,210	0,200	0,201	0,182	1	0,77
13-ene.-1990	0,208	0,210	0,200	0,201	0,182	1	0,63
14-ene.-1990	0,208	0,210	0,200	0,201	0,182	1	0,06
4-abr.-2011	0,320	0,303	0,240	0,159	-0,030	1	2,39
5-abr.-2011	0,320	0,303	0,240	0,159	-0,030	1	1,31
6-abr.-2011	0,320	0,303	0,240	0,159	-0,030	1	1,59
7-abr.-2011	0,320	0,303	0,240	0,159	-0,030	1	0,97
8-abr.-2011	0,320	0,303	0,240	0,159	-0,030	1	2,49

Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

Donde:

Pe = Valor interpolado en el punto requerido e .

Interpolación Kriging.

El procedimiento de esta técnica es similar a la técnica de Gandin con la diferencia que la función de correlación es remplazada por el semivariograma.

Al inicio se debe calcular el semivariograma experimental con la Ecuación 31, se calcula como la mitad de la diferencia cuadrada entre los valores emparejados y su media estimada del

registro de datos, de acuerdo a lo mencionado en el apartado 1.3.6 existen 10 pares de combinaciones de datos a usar cuando se tiene 5 estaciones vecinas. La Tabla 25 muestra la matriz del semivariograma experimental para la estación Pasaje (M0040) correspondiente al mes de enero.

Tabla 25. Semivariograma experimental de estaciones de referencia a la estación Pasaje (M0040) mes de enero.

	M0292	M0481	M0747	M0185	M0179
M0292	0,000	48,148	19,507	95,468	31,216
M0481	48,148	0,000	22,233	102,390	27,531
M0747	19,507	22,233	0,000	43,300	18,459
M0185	95,468	102,390	43,300	0,000	74,774
M0179	31,216	27,531	18,459	74,774	0,000

Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

Luego se procede a graficar el semivariograma, que consiste en representar los valores obtenidos en las ordenadas y en las abscisas las distancias de separación de cada emparejamiento, ver Figura 7.

El siguiente paso para la interpolación Kriging es ajustar el semivariograma experimental mediante los modelos elaborados para esta técnica, los más conocidos son: lineal, monómico, experimental, exponencial, gaussiano y esférico, entre los datos de las estaciones de referencia y la estación Pasaje (M0040), el modelo Gaussiano se ajusta mejor a los puntos analizados, ver Figura 7.

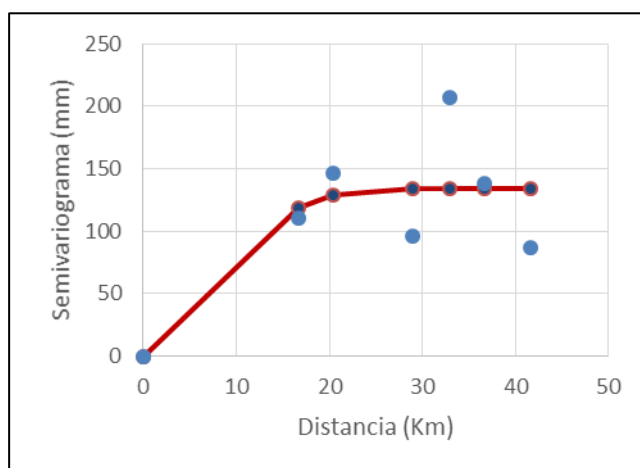


Figura 7. Semivariograma ajustado a Modelo Gaussiano.
Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

La matriz del semivariograma ajustado al modelo gaussiano se muestra en la Tabla 26.

Tabla 26. Semivariograma ajustado por modelo Gaussiano

	M0292	M0481	M0747	M0185	M0179
M0292	0,000	51,867	39,002	45,820	50,214
M0481	51,867	0,000	51,798	50,820	52,627
M0747	39,002	51,798	0,000	52,445	39,353
M0185	45,820	50,820	52,445	0,000	52,627
M0179	50,214	52,627	39,353	52,627	0,000

Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

Luego determinar ω_j con la Ecuación 30, como se muestra a continuación:

$$\omega_j = \begin{pmatrix} 0 & 51,867 & 39,002 & 45,820 & 50,214 \\ 56,867 & 0 & 51,798 & 50,820 & 52,627 \\ 39,002 & 51,798 & 0 & 52,445 & 39,353 \\ 45,820 & 50,820 & 52,445 & 0 & 52,627 \\ 50,214 & 52,627 & 39,353 & 52,627 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 30,202 \\ 38,466 \\ 38,655 \\ 44,493 \\ 52,238 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,401 \\ 0,308 \\ 0,212 \\ 0,144 \\ -0,119 \end{pmatrix} \quad \sum \omega_j = 1.053$$

Como la sumatoria de ω_j no es igual 1 se procede a utilizar el multiplicador de Lagrange (λ) de la forma siguiente:

$$\omega_j = \begin{pmatrix} 0 & 51,867 & 39,002 & 45,820 & 50,214 & 1 \\ 58,867 & 0 & 51,798 & 50,820 & 52,627 & 1 \\ 39,002 & 51,798 & 0 & 52,445 & 39,353 & 1 \\ 45,820 & 50,820 & 52,445 & 0 & 52,627 & 1 \\ 50,214 & 52,627 & 39,353 & 52,627 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 30,202 \\ 38,466 \\ 38,655 \\ 44,493 \\ 52,238 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,392 \\ 0,295 \\ 0,204 \\ 0,132 \\ -0,022 \end{pmatrix}$$

$$\sum \omega_j = 1$$

Del producto de ω_j por los valores observados en las estaciones vecinas se obtienen los datos de Pe para la estación Pasaje (M0040) como se muestra en la Tabla 27.

Tabla 27. Datos obtenidos para la estación Pasaje (M0040) por interpolación Kriging.

Fecha	Factor de peso (w_j)					$\sum w_j$	Pe (mm)
	M0292	M0481	M0747	M0185	M0179		
10-ene.-1990	0,392	0,295	0,204	0,132	-0,023	1	0,99
11-ene.-1990	0,392	0,295	0,204	0,132	-0,023	1	0,78
12-ene.-1990	0,392	0,295	0,204	0,132	-0,023	1	0,92
13-ene.-1990	0,392	0,295	0,204	0,132	-0,023	1	0,79
14-ene.-1990	0,392	0,295	0,204	0,132	-0,023	1	0,07
4-abr.-2011	0,399	0,370	0,367	0,114	-0,250	1	2,68
5-abr.-2011	0,399	0,370	0,367	0,114	-0,250	1	1,91
6-abr.-2011	0,399	0,370	0,367	0,114	-0,250	1	1,91
7-abr.-2011	0,399	0,370	0,367	0,114	-0,250	1	0,00
8-abr.-2011	0,399	0,370	0,367	0,114	-0,250	1	2,60

Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

Donde:

$P_e =$ Valor interpolado en el punto requerido e .

2.3.4. Generación de muestras.

Uno de los objetivos de este trabajo es generar y rellenar datos de lluvia en función del tamaño de la muestra disponible, para ello el procedimiento de generación de muestras se lo realizó con la finalidad de conservar la aleatoriedad de los datos y de esta forma disminuir el error al comparar los datos reales con los datos estimados.

El procedimiento para generar las muestras fue el siguiente:

De la muestra original de la región en estudio m (número de años que conforman la longitud de registros de la región), se seleccionaron diferentes tamaños de muestra disponible n (5, 10, 15, ..., n años) multiplicados por 365 días que tiene un año y extender la muestra anualmente hasta el año en que termina el registro, de esta forma obtener un cierto número de muestras generadas y que van a ser rellenadas mediante las técnicas de interpolación antes explicadas. Por ejemplo para la estación Saucillo (M0437) perteneciente a la Región 5, $m = 37$ años, período comprendido entre los años 1997 al 2015, para $n = 5$ años se van a generar 33 muestras, es decir, para la muestra uno, los registros diarios disponibles comprenden entre los elementos n_1 a n_5 de la muestra original (años 1979 al 1983), para la muestra dos se extiende la muestra un año, es decir, los registros diarios disponibles comprenden entre los elementos n_2 a n_6 de la muestra original (años 1980 al 1984), para la muestra tres se extiende la muestra un año, es decir, los registros diarios disponibles comprenden entre los elementos n_3 a n_7 de la muestra original (años 1981 al 1985) y así sucesivamente hasta alcanzar el último año de la longitud del registro que para el ejemplo es de n_{33} a n_{37} de la muestra original (años 2011 al 2015). El procedimiento es el mismo para todos los demás tamaños de muestra disponibles: $n=10$, $n=15$, $n=20$, $n=25$ etc.

En la Figura 8 se observa lo expuesto en el contexto anterior, es decir, cómo se generaron las muestras. Por motivo de la extensión de los datos se muestra solamente el dato disponible correspondiente al primer día del año, sobreentendiendo que los 364 días restantes corresponden al año en análisis.

Fecha	Saucillo	Muestra 1	Muestra 2	Muestra 3	Muestra 33
01/01/1979	2	2				
:	:	:				
01/01/1980	4,5	4,5	4,5			
:	:	:	:			
01/01/1981	6,2	6,2	6,2	6,2		
:	:	:	:	:		
01/01/1982	1	1	1	1		
:	:	:	:	:		
01/01/1983	0,8	0,8	0,8	0,8		
:	:		:	:		
01/01/1984	4,2		4,2	4,2		
:	:			:		
01/01/1985	3,2			3,2		
:	:				
01/01/1986	0				
:	:				
01/01/1987	4				
:	:				
01/01/1988	6				
:	:				
01/01/1989	0				
:	:				
:	:				
:	:				
:	:				
:	:				
:	:				
:	:				
:	:				
:	:				
:	:				
31/12/2015	4					4

- Muestra original de la estación meteorológica Saucillo (m=37 años).
- Tamaño de muestra disponible (n=5 años).
- Muestra generada mediante técnicas de interpolación.

Figura 8. Esquema de generación de muestras a ser rellenadas por las técnicas de interpolación.
Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

2.3.5. Procedimiento de validación.

Para comparar los valores interpolados con los observados se determinó el coeficiente de determinación (R^2) y la Raíz del Error Cuadrático Medio (RMSE), que permiten definir una descripción cuantitativa de la estimación del error cuando se aplican diferentes técnicas de interpolación a una misma estación, es decir, se calculó el error entre el valor observado de las estaciones y los valores interpolados para un tamaño de muestra disponible.

Coeficiente de determinación (R^2).

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (X_{obs.} - X_i)^2}{\sum_{i=1}^N (X_{obs.} - \bar{X}_{obs.})^2} \quad (1)$$

Donde:

- $R^2 =$ Coeficiente de determinación.
- $X_{obs.} =$ Valores observados.
- $\bar{X}_{obs.} =$ Media de los valores observados.
- $X_i =$ Valores estimados.
- $N =$ Número de observaciones.

Raíz del Error Cuadrático Medio (RMSE).

$$RMSE = \sqrt{MSE} \quad \text{Ecuación 41}$$

Donde:

- $RMSE =$ Raíz del error cuadrático medio.
- $MSE =$ Error cuadrático medio.

$$MSE = S^2 + Sesgo^2 = S^2 + \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - X_{obs.})^2}{N} \quad \text{Ecuación 42}$$

- $X_i =$ Valores estimados.
- $X_{obs.} =$ Valores observados.
- $N =$ Número de observaciones.

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2 \quad \text{Ecuación 43}$$

- $S^2 =$ Varianza.
- $\bar{X}_i =$ Promedio de los valores estimados.

El sesgo se expresa con la siguiente ecuación:

$$Sesgo = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X}_i)}{N} \quad \text{Ecuación 44}$$

**3. CAPÍTULO III:
RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

3.1. Identificación de estaciones homogéneas.

En esta sección se presentan los resultados obtenidos del análisis de la información de las estaciones meteorológicas y sus registros de precipitación, que se utilizó para el proceso de delimitación de regiones homogéneas descrito en el apartado 2.3.2.

La Tabla 28 muestra la clasificación de las estaciones pluviométricas de acuerdo a los niveles de variación del clima, destacándose cuatro grupos de clima: Cálido seco, cálido húmedo, subtropical andino y templado.

Tabla 28. Regionalización por pisos climáticos.

Altura (m.s.n.m.)			
< 50	50 a 1300	1300 a 2000	2000 a 3000
Pisos climáticos o térmicos			
Cálido seco	Cálido húmedo	Subtropical Andino	Templado
Arenillas	Alamor	Amaluza INAMHI	Cajanuma
Granja Sta. Inés (UTM)	Buenavista	Cariamanga	Colaisaca
Machala-(UTM)	Cazaderos	Catacocha	Gonzanamá
Pasaje	Chacras	Celica	Jimbura
	Chaguarhuayco	Chaguarpamba	La Argelia-Loja
	El Limo	Changaimina	San Lucas INAMHI
	El Lucero INAMHI	Ciano	Saraguro
	El Paraiso-Las Lajas	El Tambo	
	El Prado (Guayquichuma)	Lauro Guerrero	
	El Salado - PREDESUR	Malacatos	
	Mercadillo	Nambacola	
	Moromoro	Quilanga	
	Piñas	Quinara INAMHI	
	Quebrada Seca	Sozoranga INAMHI	
	Río Chico	Yangana	
	Sabanilla		
	Sabiango INAMHI		
	Salati		
	Saucillo (Alamor)		
	Ushcurrumi		
	Zapotillo		
	Zaruma		

Fuente: (INAMHI, 2015).
Elaborado por: Autor.

La Tabla 29 detalla la distribución de las estaciones de estudio en cuatro grupos que se cuantifican de acuerdo al número de días con lluvia apreciable al año.

Tabla 29. Número de días de lluvia apreciable al año.

30 a 60 días	60 a 90 días	90 a 120 días	>= 120 días
Cazaderos	Amaluza INAMHI	Alamor	Buenavista
Chacras	Arenillas	Cariamanga	Cajanuma
Nambacola	Catacocha	Changaimina	Celica
Quebrada Seca	Chaguarhuayco	Ciano	La Argelia-Loja
Saucillo (Alamor)	Chaguarpamba	Colaisaca	Machala-UTM
Zapotillo	El Salado-PREDESUR	El Limo	Moromoro
	El Tambo	El Lucero INAMHI	Pasaje
	Granja Sta. Inés (UTM)	El Paraiso – Las Lajas	Piñas
	Malacatos	El Prado (Guayquichuma)	Rio Chico
	Quilanga	Gonzanamá	Salati
	Quinara INAMHI	Jimbura	San Lucas INAMHI
	Sabanilla	Lauro Guerrero	Saraguro
		Mercadillo	Ushcurrumi
		Sabiango INAMHI	Yangana
		Sozoranga INAMHI	Zaruma

Fuente: (INAMHI, 2015).

Elaborado por: Autor.

La Tabla 30 muestra las estaciones agrupadas en tres rangos iguales cuantificados por el CV.

Tabla 30. Regionalización mediante el coeficiente de variación (CV).

$1,6 \leq CV < 2,9$	$2,9 \leq CV < 4,2$	$4,2 \leq CV < 5,5$
Amaluza INAMHI	Alamor	Cazaderos
Buenavista	Arenillas	Chacras
Cajanuma	Catacocha	Moromoro
Cariamanga	Chaguarhuayco	Quebrada Seca
Celica	Chaguarpamba	Sabanilla
Changaimina	Ciano	Saucillo (Alamor)
Colaisaca	El Paraiso – Las Lajas	Zapotillo
El Limo	El Prado (Guayquichuma)	
El Lucero INAMHI	El Tambo	
El Salado-PREDESUR	Granja Sta. Inés (UTM)	
Gonzanamá	Lauro Guerrero	
Jimbura	Malacatos	
La Argelia-Loja	Nambacola	
Machala-UTM	Pasaje	
Mercadillo	Quinara INAMHI	
Piñas	Rio Chico	
Quilanga	Sabiango INAMHI	
Salati	Sozoranga INAMHI	
San Lucas INAMHI	Ushcurrumi	
Saraguro		
Yangana		
Zaruma		

Fuente: (INAMHI, 2015).

Elaborado por: Autor.

Al aplicar la regionalización de las estaciones meteorológicas por los Momentos-L como lo indica el apartado 2.3.2, las regiones se definen por los diagramas de Momentos-L que se muestran en la Figura 9 y Figura 10 sugeridos por Hosking y Wallis (1997).

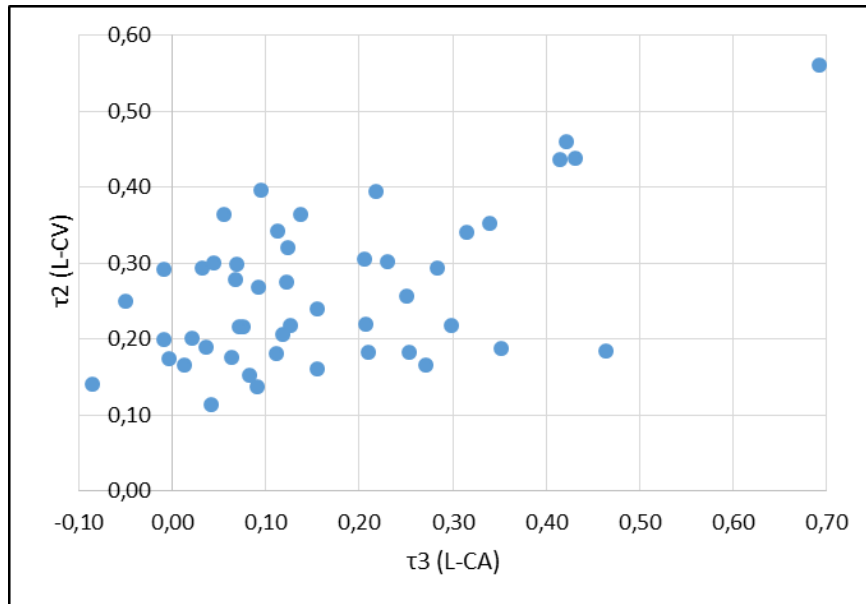


Figura 9. Diagrama de Momentos-L relación $(L - CA)$ vs $(L - CV)$, con datos de la zona de estudio.

Fuente: Autor.

Elaborado por: Autor.

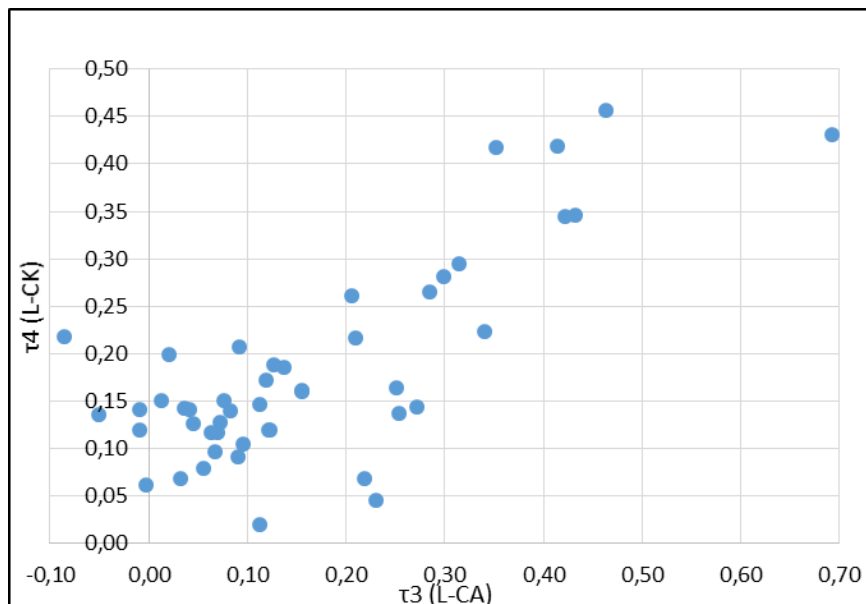


Figura 10. Diagrama de Momentos-L relación $(L - CA)$ vs $(L - CK)$, con datos de la zona de estudio.

Fuente: Autor.

Elaborado por: Autor.

Al observar las gráficas de dispersión entre los Momentos-L representados en la Figura 9 y Figura 10, es complejo definir una distribución o agrupamiento por regiones y de acuerdo con Luna Vera y Domínguez Mora (2013), es favorable la combinación del método de los Momentos-L con el método de las k-medias. La combinación de estos métodos permitió la conformación de las regiones, mediante el uso de algunas características (latitud, longitud, elevación, Pm, Momentos-L) propias de cada una de las estaciones meteorológicas en estudio y de sus registros de datos (Wallis et al., 2006).

En la Figura 11 se observa la distribución espacial de las estaciones en estudio y su respectivo centroide, la cual forma cinco regiones con estaciones relativamente cercanas entre sí, mediante la combinación del método de los Momentos-L y la agrupación k-medias.

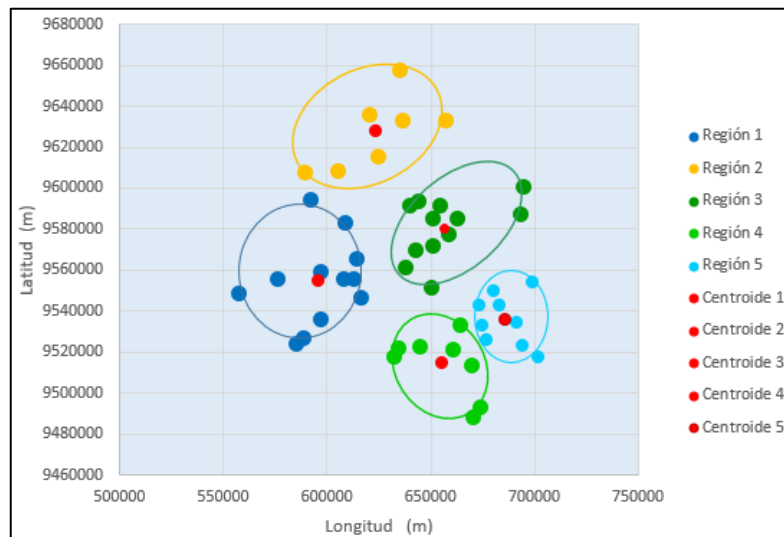


Figura 11. Distribución de regiones de acuerdo al método de las k-medias.
 Fuente: Autor.
 Elaborado por: Autor.

La cantidad de estaciones y los parámetros que caracterizan al centroide de cada región conformada por el método de k-medias se muestran en la Tabla 31.

Tabla 31. Parámetros que representan el centroide de cada región por el método de k-medias.

Clúster (k1)	Número de estaciones	Pm (mm)	Coordenadas		Elevación (m.s.n.m)	τ_2 (L-CV)
			Este	Norte		
1	12	83,40	596181,69	9554255,29	770,42	0,30
2	12	66,21	624140,91	9627279,87	70,71	0,31
3	9	79,70	656589,84	9580518,70	1410,75	0,26
4	7	65,42	656210,73	9513931,31	1678,38	0,25
5	8	57,75	686589,45	9535424,27	1872,00	0,19

Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

Donde:

Pm = Precipitación media anual.

τ_2 = Coeficiente de variación en los momentos centrales

En el Anexo 2 se listan las 48 estaciones y sus parámetros a tener en cuenta mediante la regionalización de los Momentos-L y k-medias.

Los diferentes criterios de regionalización que se utilizó presentan resultados aceptables, sin embargo, estas agrupaciones fueron consideradas como base, para una regionalización final para el análisis de interpolación.

Se identificó cinco regiones homogéneas finales para el presente estudio, al agrupar estaciones que presentan mayor similitud de criterios (geográficos, características específicas y de sus estadísticos muestrales). La asignación del nombre de la región es en función al número de estaciones que la conforman (de menor a mayor), es decir, para el grupo con menor número de estaciones se asigna como Región 1, el siguiente grupo se asigna como Región 2 y así sucesivamente.

El Anexo 3 muestra las estaciones meteorológicas que conforman las regiones, además, se presenta los valores de los parámetros de homogeneidad entre estaciones según los criterios empleados en el apartado 2.3.2.

3.2. Técnicas de interpolación.

De acuerdo con los objetivos, se comparó seis técnicas de interpolación: Thiessen, IDW, polinomial, multicuadrática, técnica de Gandin, Kriging, con diferentes longitudes de registros disponibles (5, 10, 15,..., n años) al tamaño real de la muestra, cada registro son datos diarios de precipitación.

Todos los métodos fueron capaces de estimar datos de precipitaciones diarias, sin embargo, las técnicas polinomial, multicuadrática, Kriging y Gandin pueden generar ponderaciones negativas y en ciertos casos se producen cuando entre los datos registrados existe variabilidad de la precipitación (valores altos) y por ende pueden llevar a estimación de valores

negativos (Sarann Ly et al., 2013). En este estudio los valores negativos fueron remplazados por cero.

El análisis de interpolación se realizó para cinco estaciones diferentes que pertenecen a una región homogénea distinta con diferente periodo de registro. Su validación se la realizó mediante la comparación de valores de R^2 y RMSE.

A continuación, se muestran las estimaciones de comparación de cada técnica de interpolación aplicadas en el presente estudio.

Región homogénea No. 1: Estación base Pasaje (M0040).

La Tabla 32 muestra los resultados de R^2 y RMSE al aplicar seis técnicas de interpolación y estimar datos de precipitación en la estación Pasaje (M0040), perteneciente a la región 1 cuyo periodo de registro comprende los años 1990 a 2015. De la tabla se puede observar que los valores de RMSE de acuerdo al registro disponible de la muestra real oscilan entre 3.05 a 6.56 mm/día.

Los valores de R^2 para diferente tamaño de muestra disponible oscilan entre 0.40 a 0.85. El promedio de R^2 con 5, 10, 15 y 20 años de muestra disponible es de 0.50, 0.62, 0.73 y 0.85. Por lo tanto, la estimación de la interpolación es aceptable, cuando se disponen datos con periodos de registro igual o mayor a 15 años como muestra la Figura 12.

Tabla 32. Resultados de R^2 y RMSE (mm/día) de las técnicas de interpolación, estación base Pasaje (M0040).

Técnicas de interpolación	Número de años de muestra disponible							
	5 años		10 años		15 años		20 años	
	R^2	RMSE	R^2	RMSE	R^2	RMSE	R^2	RMSE
Thiessen	0,400	6,560	0,531	5,706	0,662	4,786	0,816	3,462
IDW lineal	0,480	5,870	0,605	5,080	0,724	4,147	0,848	3,106
IDW cuadrada	0,487	5,832	0,610	5,049	0,727	4,123	0,850	3,091
Polinomial min. cuadrados	0,467	5,922	0,596	5,123	0,719	4,259	0,847	3,117
Polinomial Lagrange	0,457	5,973	0,591	5,165	0,718	4,269	0,846	3,134
Multicuadrática	0,487	5,834	0,610	5,050	0,728	4,199	0,851	3,080
Gandin	0,482	5,843	0,606	5,063	0,724	4,218	0,848	3,106
Kriging	0,496	5,745	0,618	4,975	0,734	4,137	0,854	3,045

Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

Donde:

R^2 = Coeficiente de determinación.

RMSE = Raíz del error cuadrático medio en mm/día.

En la Figura 13 se observa el rendimiento de cada una de las técnicas de interpolación cuando se disponen periodos de 5, 10, 15 y 20 años de registros de datos disponibles. De las figuras podemos observar, que todas las técnicas son predecibles a la interpolación de precipitación, entre ellas la técnica Kriging tiene un mejor resultado en términos de RMSE, cuyos valores oscilan entre 3.05 a 5.75 mm/día, sin embargo, la técnica Thiessen muestra los peores resultados en términos de RMSE.

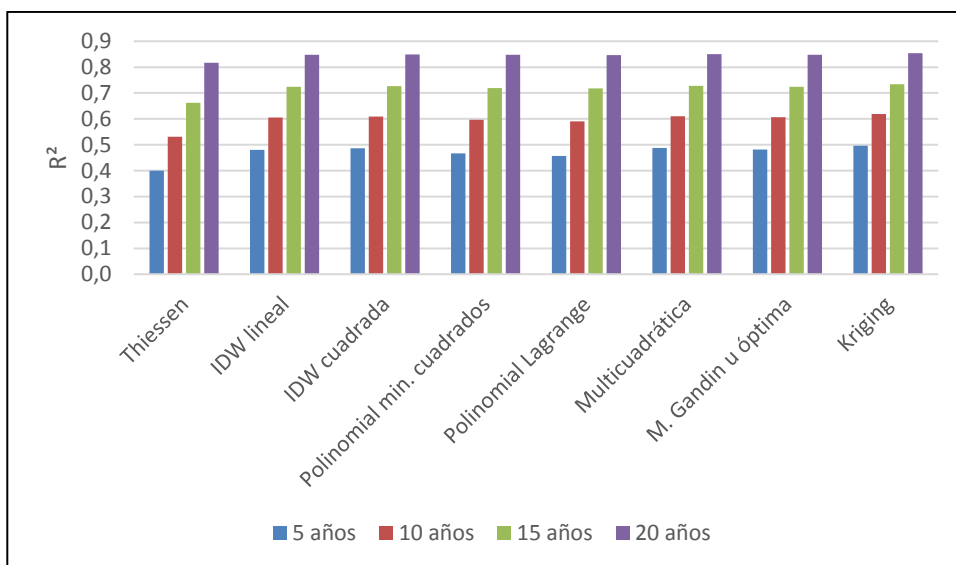


Figura 12. Rendimiento de las técnicas de interpolación en valores de R^2 , estación base Pasaje (M0040).
Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

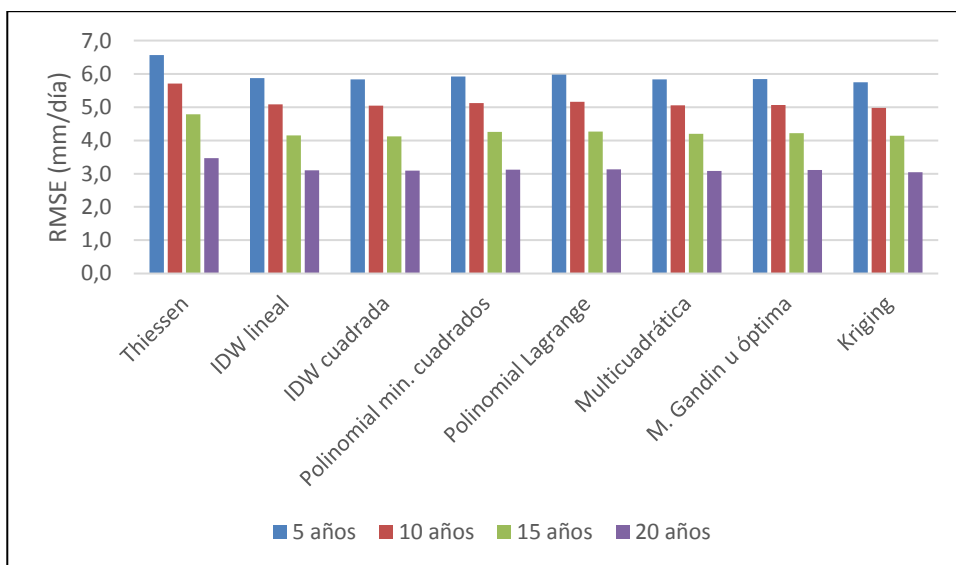


Figura 13. Rendimiento de las técnicas de interpolación en valores de RMSE (mm/día), estación base Pasaje (M0040).
Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

Región homogénea No. 2: Estación base La Argelia (M0033).

La Tabla 33 muestra los resultados de R^2 y RMSE al aplicar seis técnicas de interpolación y estimar datos de precipitación en la estación La Argelia (M0033), perteneciente a la región 2 cuyo periodo de registro comprende los años 1991 a 2015. De la tabla se puede observar que los valores de RMSE de acuerdo al registro disponible de la muestra real oscilan entre 1.83 a 4.83 mm/día.

Los valores de R^2 para diferente tamaño de muestra disponible oscilan entre 0.38 a 0.89. El promedio de R^2 con 5, 10, 15 y 20 años de muestra disponible es de 0.53, 0.66, 0.78 y 0.89. Por lo tanto, la estimación de la interpolación es aceptable, cuando se disponen datos con periodos de registro igual o mayor a 15 años como muestra la Figura 14.

Tabla 33. Resultados de R^2 y RMSE (mm/día) de las técnicas de interpolación, estación base La Argelia (M0033).

Técnicas de interpolación	Número de años de muestra disponible							
	5 años		10 años		15 años		20 años	
	R^2	RMSE	R^2	RMSE	R^2	RMSE	R^2	RMSE
Thiessen	0,389	4,720	0,551	3,965	0,720	3,081	0,863	2,125
IDW lineal	0,534	3,838	0,656	3,299	0,777	2,645	0,885	1,896
IDW cuadrada	0,529	3,874	0,657	3,294	0,784	2,600	0,893	1,830
Polinomial min. cuadrados	0,378	4,803	0,504	4,191	0,665	3,351	0,810	2,468
Polinomial Lagrange	0,375	4,827	0,501	4,211	0,664	3,364	0,808	2,479
Multicuadrática	0,496	3,992	0,631	3,411	0,764	2,717	0,883	1,921
Gandin	0,528	3,861	0,652	3,317	0,774	2,656	0,885	1,898
Kriging	0,519	3,894	0,643	3,357	0,766	2,705	0,879	1,950

Fuente: Autor.

Elaborado por: Autor.

Donde:

R^2 = Coeficiente de determinación.

RMSE = Raíz del error cuadrático medio en mm/día.

En la Figura 15 se observa el rendimiento de cada una de las técnicas de interpolación cuando se disponen periodos de 5, 10, 15 y 20 años de registros de datos disponibles. De las figuras podemos observar, que todas las técnicas son predecibles a la interpolación de precipitación, entre ellas la técnica IDW cuadrada tiene un mejor resultado en términos de RMSE, cuyos valores oscilan entre 1.83 a 3.87 mm/día, sin embargo, las técnicas Thiessen, polinomial por el ajuste de Lagrange y mínimos cuadrados muestran los peores resultados en términos de RMSE.

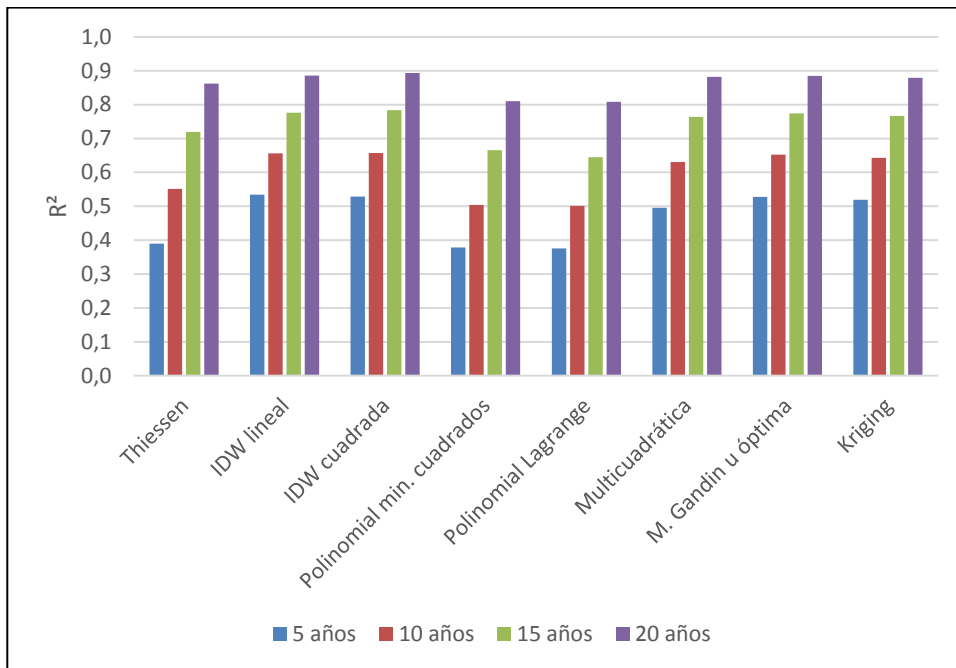


Figura 14. Rendimiento de las técnicas de interpolación en valores de R^2 , estación base La Argelia (M0033).

Fuente: Autor.

Elaborado por: Autor.

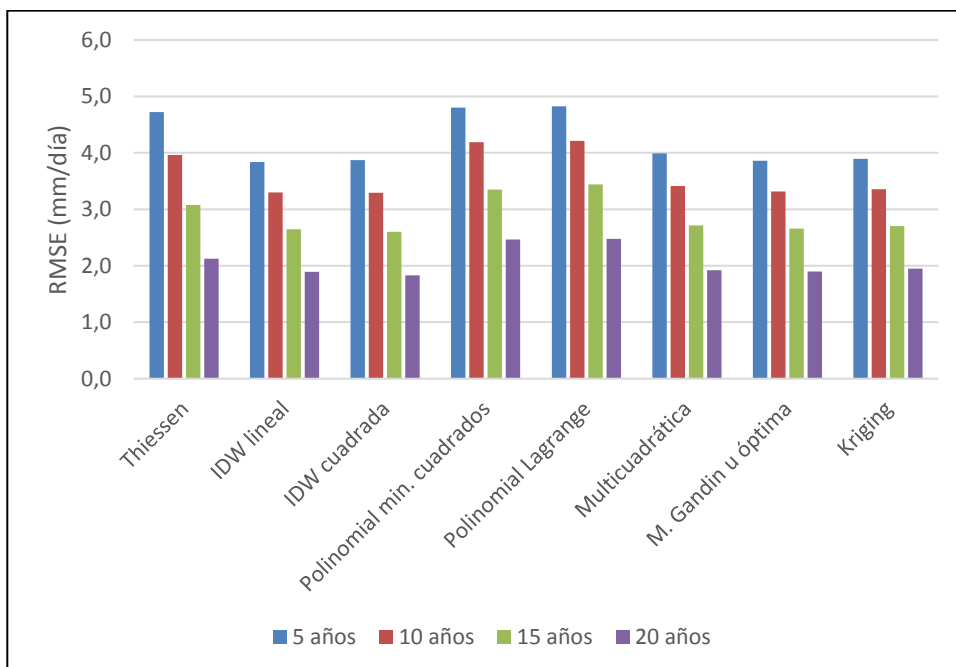


Figura 15. Rendimiento de las técnicas de interpolación en valores de RMSE (mm/día), estación base La Argelia (M0033).

Fuente: Autor.

Elaborado por: Autor.

Región homogénea No. 3: Estación base Zaruma (M0180).

La Tabla 34 muestra los resultados de R^2 y RMSE al aplicar seis técnicas de interpolación y estimar datos de precipitación en la estación Zaruma (M0180), perteneciente a la región 3 cuyo periodo de registro comprende los años 1982 a 2014. De la tabla se puede observar que los valores de RMSE de acuerdo al registro disponible de la muestra real oscilan entre 1.96 a 15.60 mm/día.

Los valores de R^2 para diferente tamaño de muestra disponible oscilan entre 0.26 a 0.95. El promedio de R^2 con 5, 10, 15, 20, 25 y 30 años de muestra disponible es de 0.51, 0.58, 0.68, 0.77, 0.86 y 0.95. Por lo tanto, la estimación de la interpolación es aceptable, cuando se disponen datos con periodos de registro igual o mayor a 20 años como muestra la Figura 16.

Tabla 34. Resultados de R^2 y RMSE (mm/día) de las técnicas de interpolación, estación base Zaruma (M0180).

Técnicas de interpolación	Número de años de muestra disponible											
	5 años		10 años		15 años		20 años		25 años		30 años	
	R^2	RMSE	R^2	RMSE	R^2	RMSE	R^2	RMSE	R^2	RMSE	R^2	RMSE
Thiessen	0,391	7,037	0,490	6,384	0,604	5,578	0,713	4,673	0,814	3,712	0,933	2,218
IDW lineal	0,482	6,341	0,574	5,719	0,677	4,951	0,773	4,112	0,860	3,209	0,948	1,955
IDW cuadrada	0,490	6,306	0,579	5,695	0,679	4,942	0,773	4,110	0,859	3,225	0,947	1,968
Polinomial min. cuadrados	0,449	6,501	0,550	5,854	0,660	5,070	0,762	4,216	0,857	3,267	0,940	2,097
Polinomial Lagrange	0,265	15,604	0,297	14,190	0,348	12,491	0,413	10,741	0,511	8,904	0,693	6,122
Multicuadrática	0,479	6,308	0,573	5,693	0,676	4,944	0,772	4,126	0,858	3,245	0,943	2,038
Gandin	0,477	6,358	0,570	5,735	0,674	4,967	0,770	4,133	0,858	3,234	0,946	1,993
Kriging	0,471	6,395	0,567	5,761	0,673	4,979	0,771	4,125	0,860	3,217	0,946	1,985

Fuente: Autor.

Elaborado por: Autor.

Donde:

R^2 = Coeficiente de determinación.

RMSE = Raíz del error cuadrático medio en mm/día.

En la Figura 17 se observa el rendimiento de cada una de las técnicas de interpolación cuando se disponen periodos de 5, 10, 15, 20, 25 y 30 años de registros de datos disponibles. De las figuras podemos observar, que todas las técnicas son predecibles a la interpolación de precipitación, entre ellas las técnicas IDW lineal y IDW cuadrada tiene un mejor resultado en términos de RMSE, cuyos valores oscilan entre 1.96 a 6.31 mm/día, sin embargo, las técnica polinomial por el ajuste de Lagrange muestran los peores resultados en términos de RMSE.

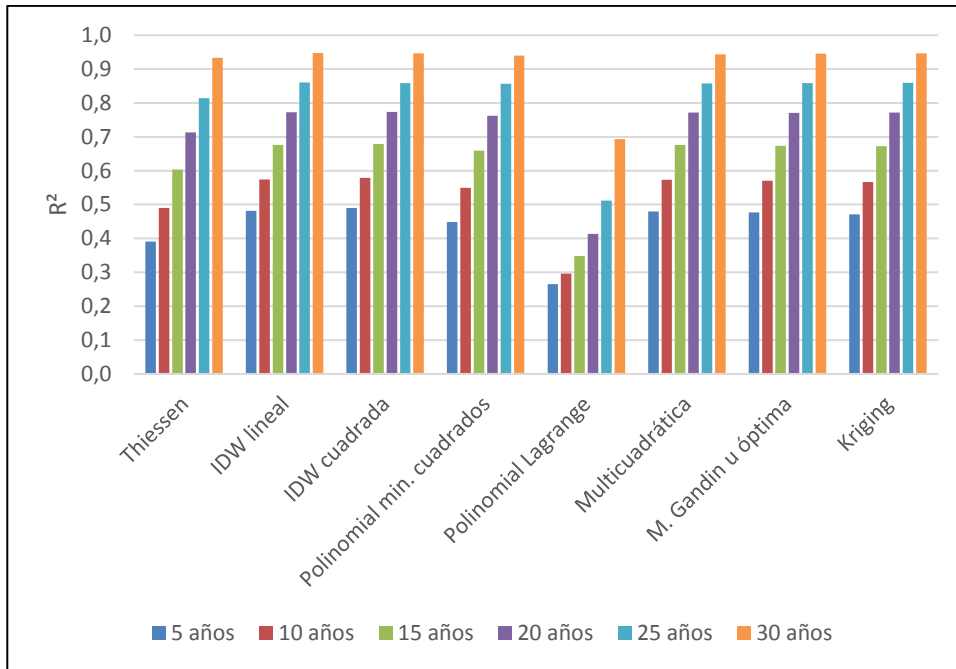


Figura 16. Rendimiento de las técnicas de interpolación en valores de R^2 , estación base Zaruma (M0180).

Fuente: Autor.

Elaborado por: Autor.

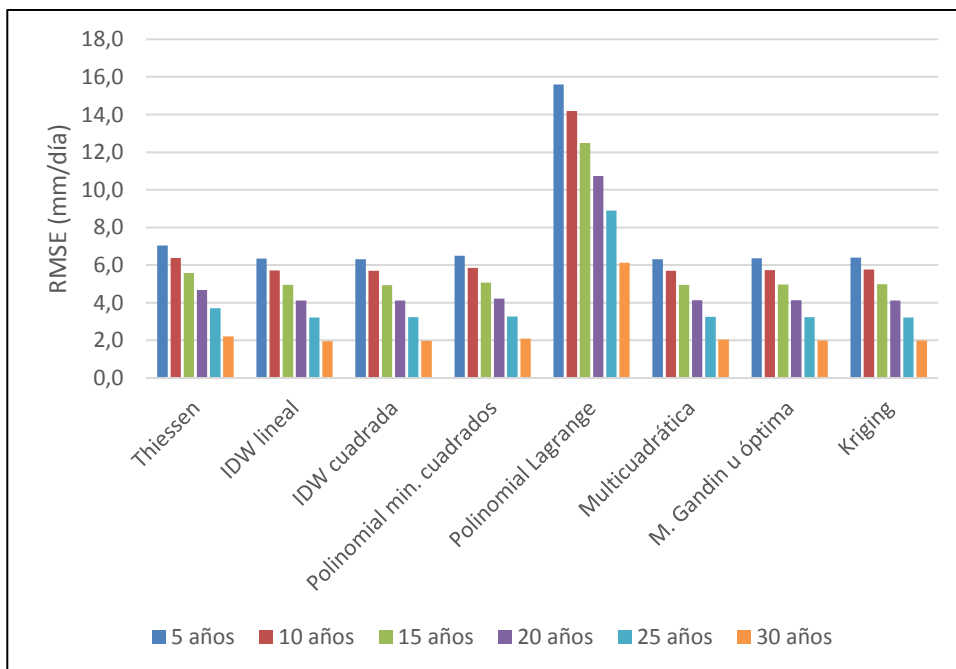


Figura 17. Rendimiento de las técnicas de interpolación en valores de RMSE (mm/día), estación base Zaruma (M0180).

Fuente: Autor.

Elaborado por: Autor.

Región homogénea No. 4: Estación base Cariamanga (M0146).

La Tabla 35 muestra los resultados de R^2 y RMSE al aplicar seis técnicas de interpolación y estimar datos de precipitación en la estación Cariamanga (M0146), perteneciente a la región 4 cuyo periodo de registro comprende los años 1980 a 2015. De la tabla se puede observar que los valores de RMSE de acuerdo al registro disponible de la muestra real oscilan entre 3.06 a 18.98 mm/día.

Los valores de R^2 para diferente tamaño de muestra disponible oscilan entre 0.26 a 0.90. El promedio de R^2 con 5, 10, 15, 20, 25 y 30 años de muestra disponible es de 0.51, 0.59, 0.67, 0.75, 0.83 y 0.90. Por lo tanto, la estimación de la interpolación es aceptable, cuando se disponen datos con periodos de registro igual o mayor a 20 años como muestra la Figura 16.

Tabla 35. Resultados de R^2 y RMSE (mm/día) de las técnicas de interpolación, estación base Cariamanga (M0146).

Técnicas de interpolación	Número de años de muestra disponible											
	5 años		10 años		15 años		20 años		25 años		30 años	
	R^2	RMSE	R^2	RMSE	R^2	RMSE	R^2	RMSE	R^2	RMSE	R^2	RMSE
Thiessen	0,262	8,825	0,381	8,023	0,507	7,112	0,639	6,061	0,754	4,975	0,872	3,563
IDW lineal	0,486	7,295	0,566	6,647	0,650	5,920	0,737	5,098	0,819	4,213	0,900	3,132
IDW cuadrada	0,445	7,557	0,534	6,876	0,628	6,107	0,723	5,235	0,810	4,312	0,896	3,188
Polinomial min. cuadrados	0,474	7,362	0,543	6,721	0,616	6,009	0,726	5,203	0,809	4,322	0,894	3,227
Polinomial Lagrange	0,279	18,985	0,306	17,062	0,341	14,554	0,413	11,892	0,518	9,541	0,705	6,261
Multicuadrática	0,370	7,969	0,479	7,230	0,591	6,375	0,704	5,404	0,801	4,412	0,893	3,231
Gandin	0,451	7,513	0,540	6,834	0,632	6,065	0,727	5,193	0,814	4,274	0,898	3,159
Kriging	0,515	7,052	0,591	6,430	0,670	5,738	0,751	4,955	0,828	4,104	0,905	3,059

Fuente: Autor.

Elaborado por: Autor.

Donde:

R^2 = Coeficiente de determinación.

RMSE = Raíz del error cuadrático medio en mm/día.

En la Figura 19 se observa el rendimiento de cada una de las técnicas de interpolación cuando se disponen periodos de 5, 10, 15, 20, 25 y 30 años de registros de datos disponibles. De las figuras podemos observar, que todas las técnicas son predecibles a la interpolación de precipitación, entre ellas las técnicas Kriging y IDW lineal tiene un mejor resultado en términos de RMSE, cuyos valores oscilan entre 3.13 a 7.30 mm/día, sin embargo, las técnica polinomial por el ajuste de Lagrange muestran los peores resultados en términos de RMSE.

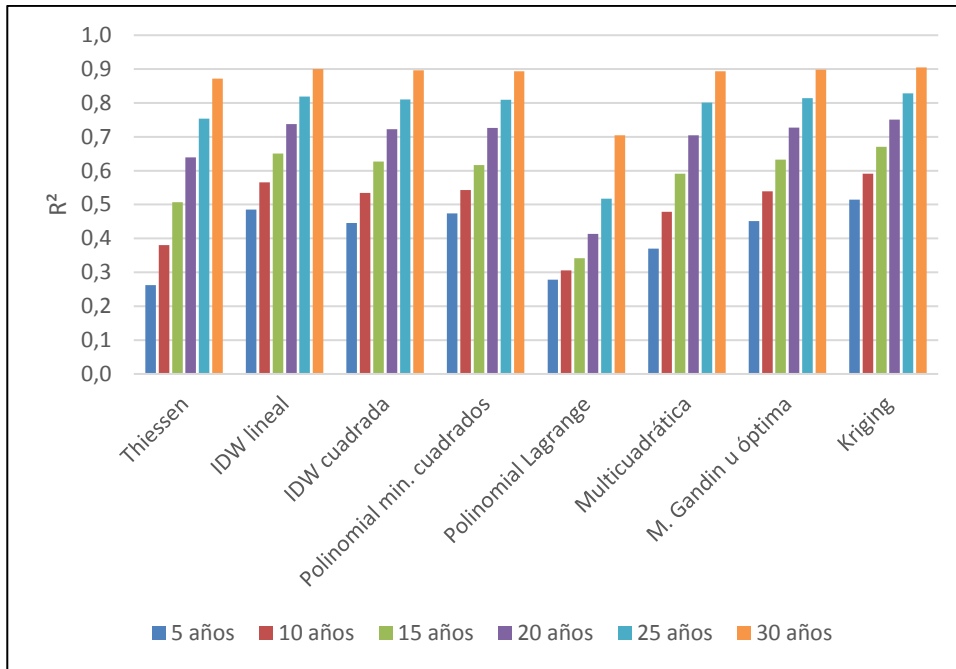


Figura 18. Rendimiento de las técnicas de interpolación en valores de R^2 , estación base Cariamanga (M0146).

Fuente: Autor.

Elaborado por: Autor.

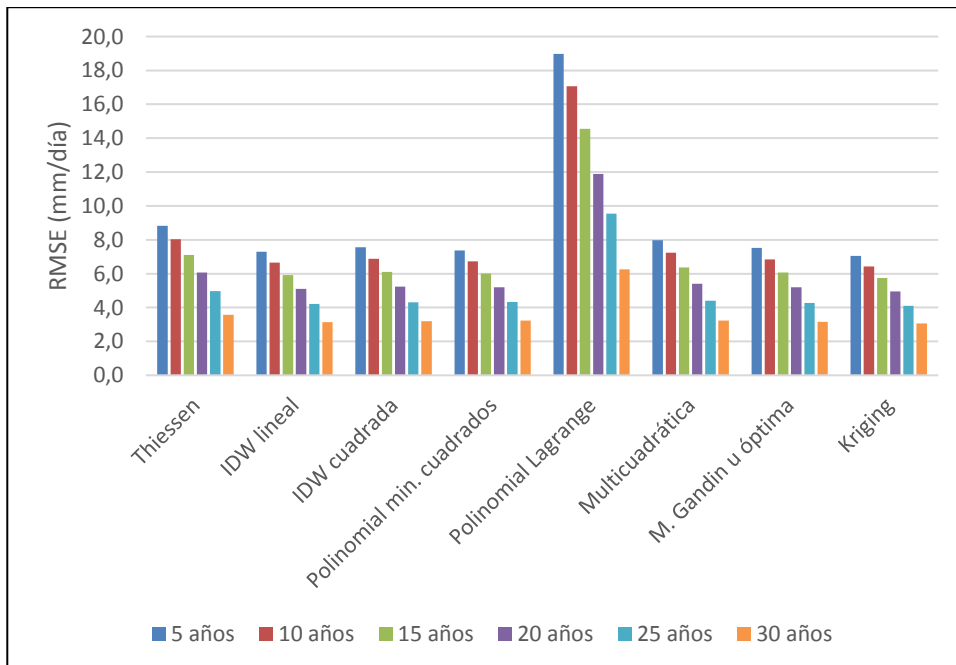


Figura 19. Rendimiento de las técnicas de interpolación en valores de RMSE (mm/día), estación base Cariamanga (M0146).

Fuente: Autor.

Elaborado por: Autor.

Región homogénea No. 5: Estación base Saucillo (M0437).

La Tabla 36 muestra los resultados de R^2 y RMSE al aplicar seis técnicas de interpolación y estimar datos de precipitación en la estación Saucillo (M0437), perteneciente a la región 5 cuyo periodo de registro comprende los años 1979 a 2015. De la tabla se puede observar que los valores de RMSE de acuerdo al registro disponible de la muestra real oscilan entre 2.94 a 8.86 mm/día.

Los valores de R^2 para diferente tamaño de muestra disponible oscilan entre 0.34 a 0.91. El promedio de R^2 con 5, 10, 15, 20, 25 y 30 años de muestra disponible es de 0.51, 0.54, 0.65, 0.75, 0.84 y 0.91. Por lo tanto, la estimación de la interpolación es aceptable, cuando se disponen datos con periodos de registro igual o mayor a 20 años como muestra la Figura 20.

Tabla 36. Resultados de R^2 y RMSE (mm/día) de las técnicas de interpolación, estación base Saucillo (M0437).

Técnicas de interpolación	Número de años de muestra disponible											
	5 años		10 años		15 años		20 años		25 años		30 años	
	R^2	RMSE	R^2	RMSE	R^2	RMSE	R^2	RMSE	R^2	RMSE	R^2	RMSE
Thiessen	0,341	8,862	0,432	8,085	0,549	7,094	0,664	6,038	0,772	4,894	0,873	3,551
IDW lineal	0,449	7,475	0,542	6,802	0,651	5,932	0,754	4,980	0,838	4,034	0,911	2,944
IDW cuadrada	0,380	8,229	0,475	7,502	0,591	6,568	0,703	5,566	0,801	4,511	0,890	3,289
Polinomial min. cuadrados	0,416	7,782	0,511	7,100	0,623	6,221	0,729	5,263	0,818	4,301	0,898	3,178
Polinomial Lagrange	0,341	7,736	0,514	7,068	0,625	6,210	0,730	5,263	0,816	4,337	0,895	3,235
Multicuadrática	0,403	7,898	0,499	7,201	0,614	6,301	0,723	5,329	0,815	4,335	0,897	3,185
Gandin	0,445	7,513	0,539	6,835	0,649	5,958	0,752	4,997	0,837	4,044	0,911	2,944
Kriging	0,425	7,672	0,519	6,997	0,631	6,123	0,737	5,164	0,824	4,209	0,903	3,076

Fuente: Autor.
Elaborado por: Autor.

Donde:

R^2 = Coeficiente de determinación.

RMSE = Raíz del error cuadrático medio en mm/día.

En la Figura 21 se observa el rendimiento de cada una de las técnicas de interpolación cuando se disponen periodos de 5, 10, 15, 20, 25 y 30 años de registros de datos disponibles. De las figuras podemos observar, que todas las técnicas son predecibles a la interpolación de precipitación, entre ellas las técnicas IDW lineal y Gandin tienen un mejor resultado en términos de RMSE, cuyos valores oscilan entre 2.94 a 7.51 mm/día, sin embargo, la técnica de Thiessen muestra los peores resultados en términos de RMSE.

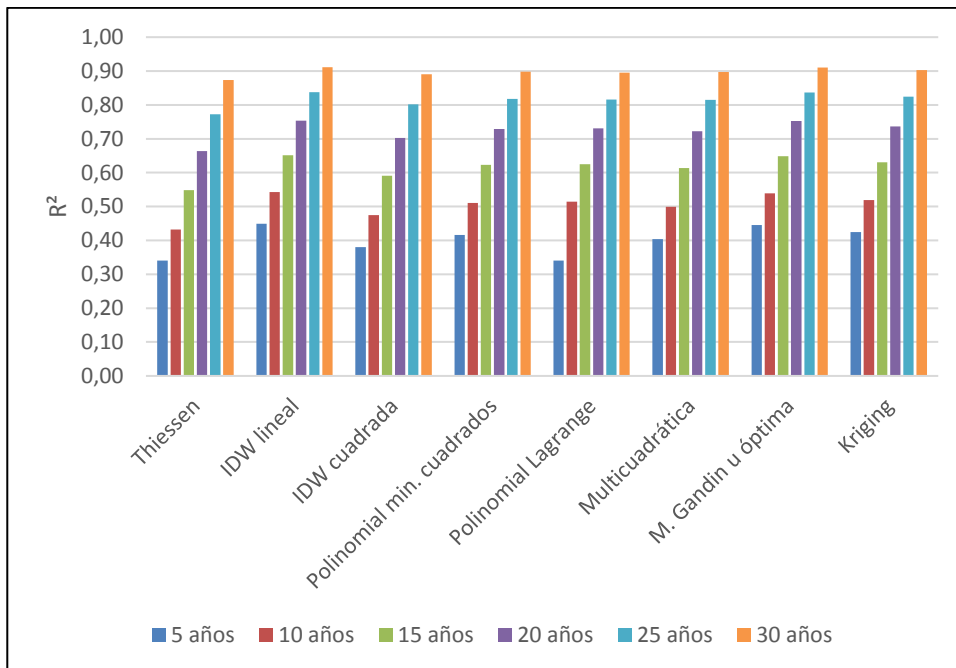


Figura 20. Rendimiento de las técnicas de interpolación en valores de R^2 , estación base Saucillo (M0437).

Fuente: Autor.

Elaborado por: Autor.

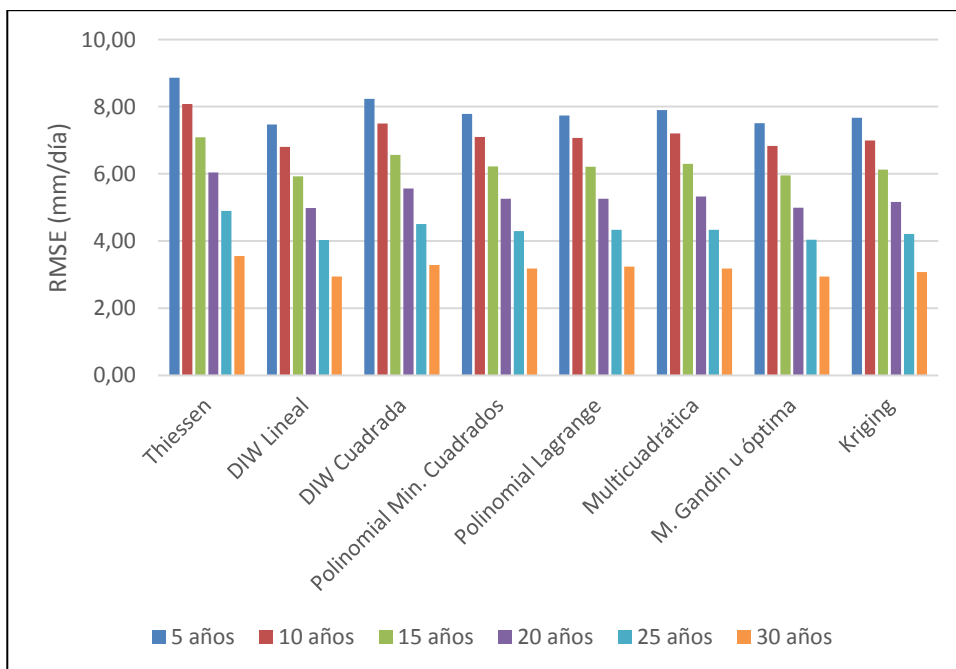


Figura 21. Rendimiento de las técnicas de interpolación en valores de RMSE (mm/día), estación base Saucillo (M0437).

Fuente: Autor.

Elaborado por: Autor.

En general, los resultados del análisis de interpolación indican que la técnica Kriging presenta los valores más bajos de RMSE, seguido de IDW, interpolación Gandin, interpolación multicuadrática, interpolación polinomial por el ajuste de mínimos cuadrados. La técnica de Thiessen e interpolación polinomial por el ajuste de Lagrange presentan los mayores valores de RMSE.

En las gráficas de rendimiento de cada técnica de interpolación se observan valores altos de RMSE al utilizar la interpolación polinomial por el ajuste de Lagrange y esto se debe al fenómeno Runge, el cual se presenta cuando existe alto grado del polinomio y por ende los valores interpolados son altos o en su defecto valores negativos (Schlömlich et al., 1901). Mientras que los valores altos de RMSE por Thiessen se debe a que esta técnica ignora el patrón de dependencia espacial y se considera una sola medición.

Los valores de RMSE obtenidos no son suficientes para probar que la técnica Kriging sea la técnica más eficiente, ya que todos los métodos tienen errores relativamente altos. Wagner, Fiener, Wilken, Kumar, y Schneider (2012), realizó la comparación entre siete técnicas de interpolación, donde los resultados de RMSE mostraron valores de 9.8 a 12.3 mm, mucho más altos que los resultados obtenidos en este estudio.

Además, los valores de RMSE, permiten definir que a mayor longitud de muestra disponible, el error de interpolación tiende a disminuir. Al extender el tamaño de muestra disponible se generan diferentes muestras y combinadas entre sí ayudan a conservar la aleatoriedad de los datos y de esa forma los valores de RMSE disminuyen conforme la longitud de registros disponibles aumenta.

Los resultados son mejores siempre y cuando las estaciones vecinas que transfieren la información sean homogéneas a la estación a estimar los datos, esto se debe a que los factores de ponderación para la técnica Kriging se determinan mediante el semivariograma que utiliza la relación espacial tanto de las distancias como de los valores de precipitación entre estaciones (S. Ly et al., 2011).

Los valores más bajos de RMSE se obtuvieron en la estación La Argelia (M0033) perteneciente a la región 2, en donde se encontró que el error disminuye notablemente cuando las estaciones vecinas son homogéneas y cuentan con buena densidad de información.

CONCLUSIONES.

Se realizó un análisis comparativo de seis técnicas de interpolación, con datos de precipitación diaria de 48 estaciones meteorológicas distribuidas espacialmente entre las provincias de Loja y El Oro de la República del Ecuador. Las técnicas incluyen: Thiessen, interpolación polinómica, IDW, la interpolación multicuadrática, método de Gandin e interpolación Kriging. La comparación de las técnicas, es en relación con la estimación de la precipitación diaria en cinco estaciones diferentes pertenecientes a una región homogénea. La comparación consistió en el criterio de R^2 y RMSE, entre los valores observados e interpolados previo a la extensión de los registros de la muestra disponible.

La técnica de interpolación Kriging muestra los valores más bajos de la raíz del error cuadrático medio al estimar datos de precipitación diaria y comparar con los datos reales de la estación, esto se debe a que utilizan modelos estadísticos de autocorrelación de los datos registrados.

La interpolación IDW muestra resultados buenos cuando la estación a interpolar está influenciada de estaciones homogéneas muy cercanas, dado que IDW es una técnica menos compleja que Kriging, podría ser favorable si se requiere un método de interpolación rápido y sencillo.

Entre los siete modelos de variogramas utilizados en la técnica de interpolación Kriging, el modelo monómico fue el que mejor se adaptó con mayor frecuencia, lo que debería recomendarse para la interpolación espacial de las precipitaciones diarias si se aplicara sólo un modelo.

La interpolación polinomial por el método de Lagrange presenta mayores errores (valores altos de interpolación y factores de peso negativos) y se debe al fenómeno Runge, y ocurre cuando el grado del polinomio es alto (Schlömilch et al., 1901). Los valores altos de RMSE por Thiessen se deben a que esta técnica ignora el patrón de dependencia espacial y considera una sola medición.

Al comparar los valores obtenidos de RMSE por las seis técnicas de interpolación en función de la longitud de registros disponibles frente al tamaño de la muestra real, se observa que las técnicas de interpolación geoestadísticas son más eficientes al disponer diferentes longitudes de densidades de datos, las técnicas deterministas como la IDW y multicuadrática tienen buen rendimiento cuando las estaciones vecinas son cercanas y homogéneas a la estación donde se desea estimar los datos.

Los criterios más favorables para una homogeneización de estaciones pluviométricas resultaron ser los estadísticos muestrales de los datos y características específicas de la zona de estudio.

La homogeneidad entre estaciones es un parámetro influyente en la interpolación, en la mayoría de los casos muestran que la precisión de la estimación aumenta con el homogeneidad de las estaciones.

A mayor cantidad de datos disponibles menor error en la estimación de la interpolación y por ende mejora la calidad de la muestra. Por lo tanto, los registros deben ser lo más completo posibles y de calidad.

Para las técnicas de interpolación geoestadísticas se requiere una cantidad de datos suficientes para producir ya sea el correlograma o semivariograma fiable (Wagner, Fiener, Wilken, Kumar, y Schneider, 2012), en el presente estudio los correlogramas y semivariogramas se los conformó para cada mes.

RECOMENDACIONES.

Siempre que al estimar, rellenar y generar datos faltantes de precipitación diaria mediante las técnicas de interpolación se debe involucrar estaciones pluviométricas homogéneas entre sí y registros de datos de cantidad y calidad, ya que estos parámetros permiten lograr precisión en los resultados.

Se recomienda en lo posible conseguir la mayor cantidad de registros al realizar la estimación de datos (S. Ly et al., 2011).

En estudios futuros se cree interesante evaluar más métodos de regionalización de las estaciones meteorológicas y establecer zonas homogéneas de variables hidrológicas y en particular evaluar más métodos de interpolación de precipitación a distintas escalas temporales.

BIBLIOGRAFÍA

- Aguilar, E., Auer, I., Brunet, M., Peterson, T. C., y Wieringa, J. (2003). Guidelines on climate metadata and homogenization. *World Meteorological Organization*, (1186), 52. Recuperado a partir de www.wmo.int/pages/prog/wcp/wcdmp/wcdmp_series/documents/WCDMP-53.pdf
- Aguirre, N., Luna, T. O., Eguiguren, P., y Mendoza, Z. A. (2015). *Cambio Climático y Biodiversidad: Estudio de caso de los Páramos del Parque Nacional Podocarpus, Ecuador*. Programa de biodiversidad y Servicios Ecosistémicos. Universidad Nacional de Loja.
- AnnaMapa.com. (2018). Mapa de America del Sur. Recuperado 26 de enero de 2018, a partir de <http://annamapa.com/america-del-sur/>
- Arellano-Lara, F., y Escalante-Sandoval, C. A. (2014). Multivariate delineation of rainfall homogeneous regions for estimating quantiles of maximum daily rainfall: A case study of northwestern Mexico. *Atmosfera*, 27(1), 47-60. [https://doi.org/10.1016/S0187-6236\(14\)71100-2](https://doi.org/10.1016/S0187-6236(14)71100-2)
- Baillargeon, S. (2005). *Le Krigeage: revue de la théorie et application à l'interpolation spatiale de données de précipitations*. *Faculté des Sciences et de Génie*. Université Laval Québec. <https://doi.org/10.1088/1751-8113/41/1/015204>
- Bodas Terassi, P. M., y Galvani, E. (2017). Identification of Homogeneous Rainfall Regions in the Eastern Watersheds of the State of Paraná, Brazil. *Climate*, 5(3), 53. <https://doi.org/10.3390/cli5030053>
- Burn, D. H., y Goel, N. K. (2000). The formation of groups for regional flood frequency analysis. *Hydrological Sciences Journal*, 45(1), 97-112. <https://doi.org/10.1080/02626660009492308>
- Cao, Y. (2017). *Comparison of Three Methods for the Spatial Interpolation of Rainfall Data*. Technical University of Munich. Recuperado a partir de https://www.hydrologie.bgu.tum.de/fileadmin/w00bpg/www/Christiane1/Lehre/Studentische_arbeiten/fertige_Arbeiten/Study_Project_Report_YananCao_Supervised_ZhengDuan.pdf
- Carvajal Escobar, Y., y Marco Segura, J. B. (2002). Aplicación De Métodos Estadísticos Para La Para Regionalización De Precipitación Mensual En El Valle Del Cauca. *Meteorología Colombiana*, (5), 13-21. Recuperado a partir de <http://www.geociencias.unal.edu.co/unciencias/data->

file/user_23/file/METEOROLOGIA/02EstadisticaPrecipitacion.pdf

- Di Piazza, A., Lo Conti, F., Noto, L. V., Viola, F., y La Loggia, G. (2011). Comparative analysis of different techniques for spatial interpolation of rainfall data to create a serially complete monthly time series of precipitation for Sicily, Italy. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 13(3), 396-408. <https://doi.org/10.1016/j.jag.2011.01.005>
- Escalante Sandoval, C. A., y Reyes Chavez, L. (2002). *Técnicas estadísticas en Hidrología*. (UNAM, Ed.) (Primera). México.
- Farsadnia, F., Rostami Kamrood, M., Moghaddam Nia, A., Modarres, R., Bray, M. T., Han, D., y Sadatinejad, J. (2014). Identification of homogeneous regions for regionalization of watersheds by two-level self-organizing feature maps. *Journal of Hydrology*, 509, 387-397. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2013.11.050>
- Feng, S., Hu, Q., y Qian, W. (2004). Quality control of daily meteorological data in China, 1951-2000: A new dataset. *International Journal of Climatology*, 24(7), 853-870. <https://doi.org/10.1002/joc.1047>
- GADPEO. (2015). *Plan de Desarrollo de Ordenamiento Territorial-PDOT 2015-2025*. GADPEO. Recuperado a partir de http://app.sni.gob.ec/sni-link/sni/PORTAL_SNI/data_sigad_plus/sigadplusdocumentofinal/0760000180001_PDYOT-PROVINCIA EL ORO-14-08-2015_14-08-2015_18-31-46.pdf
- Gandin, L. S. (1966). Objective analysis of meteorological fields. By L. S. Gandin. Translated from the Russian. Jerusalem (Israel Program for Scientific Translations). *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 92(393), 447-447. <https://doi.org/10.1002/qj.49709239320>
- Goovaerts, P. (2000). Geostatistical Approaches for Incorporating Elevation into the Spatial Interpolation of Rainfall. *Journal of Hydrology*, 228, 113-129.
- GPL-CGPDT. (2014). *Plan de Desarrollo y Ordenamiento Territorial de la Provincia de Loja 2015-2025*. Loja.
- Greenwood, J. A., Landwehr, J. M., Matalas, N. C., y Wallis, J. R. (1979). Probability weighted moments: Definition and relation to parameters of several distributions expressible in inverse form. *Water Resources Research*, 15(5), 1049-1054. <https://doi.org/10.1029/WR015i005p01049>
- Guirado, S. G., y Bermudéz, F. L. (2011). Tendencia de las precipitaciones y temperaturas en una pequeña cuenca fluvial del Sureste Peninsular Semiárido. *Boletín de la Asociación*

- de *Geógrafos Españoles*, (56), 349-372.
- Hao, W., y Chang, X. (2013). Comparison of Spatial Interpolation Methods for Precipitation in Ningxia, China. *International Journal of Science and Research*, 2(8), 181-184. Recuperado a partir de <http://www.ijsr.net/archive/v2i8/MDIwMTMyMTQ=.pdf>
- Hardy, R. L. (1971). Multiquadric equations of topography and other irregular surfaces. *Journal of Geophysical Research*, 76(8), 1905-1915. <https://doi.org/10.1029/JB076i008p01905>
- Hardy, R. L. (1990). Theory and applications of the multiquadric-biharmonic method 20 years of discovery 1968 – 1988. *Computers y Mathematics with Applications*, 19(8–9), 163-208. [https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/0898-1221\(90\)90272-L](https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/0898-1221(90)90272-L)
- Hartigan, J. A., y Wong, M. A. (1979). Algorithm AS 136: A K-Means Clustering Algorithm. *Applied Statistics*, 28(1), 100. <https://doi.org/10.2307/2346830>
- Hassan, B. G. H., y Ping, F. (2012). Regional Rainfall Frequency Analysis for the Luanhe Basin – by Using L-moments and Cluster Techniques. *APCBEE Procedia*, 1(January), 126-135. <https://doi.org/10.1016/j.apcbee.2012.03.021>
- Hosking, J. R. M., y Wallis, J. R. (1997). *Regional Frequency Analysis: An approach based on L-Moments*. Cambridge University Press, Cambridge, U.K. Recuperado a partir de https://books.google.com.pe/books?hl=esylr=yid=gurAnfB4nvUCyoi=fndypg=PP1ydq=R regional+frequency+analysis+an+approach+based+on+l-momentsyots=7Re17uu4PZysig=cQloBXfu6O-1BS3wGAj_pUvSJYI#v=onepageyqf=false
- INAMHI. (2015). Anuario Meteorológico Nro 52-2012. *Servicio meteorologico*, (52), 134. Recuperado a partir de <http://www.serviciometeorologico.gob.ec/wp-content/uploads/anuarios/meteorologicos/Am 2012.pdf>
- Irwin, S. E. (2015). *Assessment of the Regionalization of Precipitation in Two Canadian Climate Regions: A Fuzzy Clustering Approach*. The University of Western Ontario, Canada. Recuperado a partir de <http://ir.lib.uwo.ca/cgi/viewcontent.cgi?article=4574ycontext=etd>
- Jacquín, A. P., y Soto-Sandoval, J. C. (2013). Interpolation of monthly precipitation amounts in mountainous catchments with sparse precipitation networks. *Chilean journal of agricultural research*, 73(4), 406-413. <https://doi.org/10.4067/S0718-58392013000400012>
- Keblouti, M., Ouerdachi, L., y Boutaghane, H. (2012). Spatial interpolation of annual precipitation in Annaba- Algeria - Comparison and evaluation of methods. *Energy*

Procedia, 18, 468-475. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2012.05.058>

Luna Vera, J. A., y Domínguez Mora, R. (2013). Un método para el análisis de frecuencia regional de lluvias máximas diarias: Aplicación en los Andes bolivianos. *Revista Chilena de Ingeniería*, 21(1), 111-124.

Ly, S., Charles, C., y Degré, A. (2011). Geostatistical interpolation of daily rainfall at catchment scale: The use of several variogram models in the Ourthe and Ambleve catchments, Belgium. *Hydrology and Earth System Sciences*, 15(7), 2259-2274. <https://doi.org/10.5194/hess-15-2259-2011>

Ly, S., Charles, C., y Degré, A. (2013). Different methods for spatial interpolation of rainfall data for operational hydrology and hydrological modeling at watershed scale: a review. *BASE*, 17(2), 392-406. Recuperado a partir de <http://popups.ulg.ac.be/1780-4507/index.php?id=10003%5Cnhttp://www.scopus.com/record/display.uri?eid=2-s2.0-84878998500yorigin=inwardytxGid=0>

Montoya, G., Eslava, J., Calderon, A., y Vega, F. (2000). Implementación del método de Gandin para interpolar datos de precipitación en Colombia. *Meteorología Colombiana*, 1(562), 25-30.

Nathan, R. J., y McMahon, T. A. (1990). Identification of homogeneous regions for the purposes of regionalisation. *Journal of Hydrology*, 121(1-4), 217-238. [https://doi.org/10.1016/0022-1694\(90\)90233-N](https://doi.org/10.1016/0022-1694(90)90233-N)

OMM. (2011). *Guía de prácticas climatológicas*. Organización Meteorológica Mundial. <https://doi.org/OMM-Nº 168>

Pérez P, M., Rey, J., Castillo, C., Biolcati, M., Prieto, O., Heras, V., ... Prieto, S. (2016). Países emergentes, una sostenibilidad diferente, el caso de Ecuador. En *ECOINVOLÚCRATE en Arquitectura Sostenible* (pp. 202-226). Cuenca: Facultad Arquitectura de la Universidad de Cuenca. Recuperado a partir de <https://www.eumed.net/eumednet/libros/img/portadas/1608.pdf>

Pourrut, P., Róvere, O., Romo, I., y Villacrés, H. (1995). *El Agua en el Ecuador clima, precipitaciones, escorrentía*. (P. Pourrut, Ed.), *Colegio de Geógrafos del Ecuador*.

Schlömilch, O. X., Witzschel, B., Cantor, M., Kahl, E., Mehmke, R., y Runge, C. (1901). *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, 46, 678.

Senplades Zona 7. (2015). *Agenda Zonal Zona 7-Sur* (1ra ed.). Quito-Ecuador: Senplades. Recuperado a partir de <http://www.planificacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2015/11/Agenda-zona-3.pdf>

- Serrano Ojeda, J. A. (2011). *Estimación de la relación de lluvia «R» para la determinación de las curvas intensidad-duración-frecuencia en la provincia de Loja-Ecuador con escasa o nula información pluviográfica*. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Sillmann, J., Kharin, V. V., Zhang, X., Zwiers, F. W., y Bronaugh, D. (2013). Climate extremes indices in the CMIP5 multimodel ensemble: Part 1. Model evaluation in the present climate. *Journal of Geophysical Research Atmospheres*, 118(4), 1716-1733. <https://doi.org/10.1002/jgrd.50203>
- Tabios III, G. Q., y Salas, J. D. (1985). A comparative analysis of techniques for spatial interpolation of precipitation. *Journal of the American Water Resources Association*, 21(3), 365-380. <https://doi.org/10.1111/j.1752-1688.1985.tb00147.x>
- Thiessen, A. H. (1911). Precipitation averages for large areas. *Monthly weather review*, 39(7), 1082-1084.
- Wagner, P. D., Fiener, P., Wilken, F., Kumar, S., y Schneider, K. (2012). Comparison and evaluation of spatial interpolation schemes for daily rainfall in data scarce regions. *Journal of Hydrology*, 464-465, 388-400. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2012.07.026>
- Wallis, J. R., Taylor, G. H., Barker, P. E., y Schaefer, M. G. (2006). *Regional precipitation-frequency analysis and spatial mapping of precipitation for 24-hour and 2-hour durations in eastern washington*. MGS Engineering Consultants, Inc; Oregon Climate Service. Washington.

ANEXOS

Anexo 1. Caracterización de las estaciones para el análisis de las técnicas de interpolación.

Región	Período de registro	Estación	Código	Elevación msnm	Distancia (km)	% Faltante de datos	CV	No. DLLAA	R ²
1	1990-2015	Pasaje	M0040	40	0,00	9,16	3,14	43	1,0000
		Granja Sta. Inés	M0292	5	16,6	26,59	4,15	76	0,9964
		Uschcurrumi	M0481	290	20,6	0,09	2,89	136	0,9979
		Río Chico	M0747	61	20,7	57,09	3,07	123	0,9568
		Machala	M0185	13	24,6	34,61	2,80	177	0,9962
		Arenillas	M0179	26	39,9	59,65	3,56	80	0,9883
2	1979 - 2015	La Argelia	M0033	2160	0,00	0,46	2,07	142	1,0000
		Cajanuma	M0543	2420	19,9	55,02	2,12	156	0,9988
		San Lucas	M0432	2525	34,3	3,54	1,46	182	0,9948
		Yangana	M0147	1835	36,8	7,89	2,27	127	0,9996
		Saraguro	M0142	2525	47,2	26,50	2,01	130	0,9966
3	1982-2014	Zaruma	M0180	1100	0,00	24,71	2,32	127	1,0000
		El Salado	M0239	570	6,88	48,27	2,90	88	0,9986
		Piñas	M0773	1126	10,39	19,03	2,42	136	0,9988
		Salati	M0748	1173	10,70	45,20	1,97	163	0,9967
		Buenavista	M0751	1062	24,32	48,83	2,75	143	0,9935
		Lauro Guerrero	M0760	1945	34,08	44,19	2,89	97	0,9953
4	1980-2015	Cariamanga	M0146	1950	0,00	55,59	2,54	103	1,0000
		El Lucero	M0433	1180	11,76	17,21	2,46	97	0,9881
		Changaimina	M0756	1988	12,87	53,74	2,69	91	0,9916
		Colaisaca	M0544	2410	15,49	7,15	2,74	101	0,9983
		Quilanga	M0241	1956	17,49	27,64	2,84	82	0,9881
		Sozoranga	M0434	1427	26,04	2,65	2,94	117	0,9988
		Jimbura	M0438	2100	34,07	7,16	2,60	101	0,9960
5	1979 - 2015	Saucillo	M0437	328	0	6,57	4,6	43	1,0000
		Zapotillo	M0151	223	4,53	19,69	4,5	50	0,9921
		Sabanilla	M0765	710	12,26	43,07	4,2	67	0,9957
		Chaguarhuaico	M0755	285	31,76	44,59	3,8	72	0,9985
		Alamor	M0435	1250	34,64	8,9	3,08	94	0,9960

Fuente: (INAMHI, 2015)

Elaborado por: Autor.

Nota: Abreviaturas, (CV) Coeficiente de variación; (DLLAA) Días con lluvia apreciable al año, (R²) Coeficiente de determinación.

Anexo 2. Características de las estaciones mediante la regionalización por el método de los Momento-L y k-medias.

Región	Nombre	Código	P (mm)	Coord. Este	Coord. Norte	Elevación (msnm)	τ_2 (L-CV)	τ_3 (L-CA)	τ_4 (L-CK)
1	Celica	M0148	72	616440	9546255	1904	0,22	0,30	0,28
1	Zapotillo	M0151	67	585173	9524261	223	0,37	0,06	0,08
1	Alamor	M0435	93	607925	9555751	1250	0,17	0,00	0,06
1	Saucillo (Alamor)	M0437	89	588930	9526784	328	0,28	0,12	0,12
1	Cazaderos	M0752	70	557533	9548305	238	0,34	0,31	0,29
1	Ciano	M0753	103	614259	9565386	1523	0,37	0,14	0,19
1	Chaguarhuayco	M0755	86	576471	9555998	285	0,32	0,12	0,12
1	El Limo	M0757	104	596765	9559295	1156	0,22	0,08	0,15
1	Mercadillo	M0762	71	612705	9555653	1142	0,25	-0,05	0,14
1	Sabanilla	M0765	78	597264	9535772	710	0,29	-0,01	0,12
1	El Paraiso – Las Lajas	M0741	109	608728	9583081	430	0,44	0,41	0,42
1	Quebrada Seca	M0746	58	591988	9594522	56	0,40	0,10	0,10
2	Granja Sta.Inés(UTM)	M0292	64	620506	9636145	5	0,30	0,07	0,12
2	Chacras	M0482	55	589069	9607722	60	0,40	0,22	0,07
2	Pasaje	M0040	77	636774	9632736	40	0,28	0,07	0,10
2	Ushcurrumi	M0481	58	657393	9632801	290	0,22	0,07	0,13
2	Rio Chico	M0747	63	624964	9615706	61	0,31	0,21	0,26
2	Arenillas	M0179	62	605084	9608573	26	0,35	0,34	0,22
2	Machala-UTM	M0185	85	635198	9657276	13	0,30	0,04	0,13
3	Saraguro	M0142	34	694501	9600548	2525	0,18	0,25	0,14
3	Chaguarpamba	M0754	72	650851	9571845	1334	0,46	0,42	0,34
3	San Lucas INAMHI	M0432	34	693086	9587311	2525	0,22	0,21	0,00
3	Catacocha	M0515	63	650478	9551575	1808	0,22	0,13	0,19
3	Buenavista	M0751	92	642611	9569800	1062	0,26	0,25	0,16
3	El Prado (Guayquichuma)	M0758	132	658356	9577300	882	0,44	0,43	0,35
3	Lauro Guerrero	M0760	85	637817	9561300	1945	0,20	0,02	0,20
3	Zaruma	M0180	68	654195	9591186	1100	0,11	0,04	0,14
3	Salati	M0748	87	662842	9584879	1173	0,17	0,01	0,15
3	Piñas	M0773	69	644066	9593508	1126	0,18	0,06	0,12
3	Moromoro	M0743	158	639589	9591702	879	0,56	0,69	0,43
3	El Salado-PREDESUR	M0239	62	650687	9585270	570	0,14	-0,09	0,22
4	Cariamanga	M0146	70	660414	9520874	1950	0,15	0,08	0,14
4	Amaluza INAMHI	M0150	44	674106	9493049	1672	0,29	0,03	0,07
4	El Lucero INAMHI	M0433	43	669587	9513515	1180	0,30	0,23	0,05
4	Sozoranga INAMHI	M0434	91	634395	9521872	1427	0,24	0,16	0,16
4	Jimtura	M0438	74	670274	9488266	2100	0,18	0,21	0,22
4	Sabiango INAMHI	M0439	86	632015	9517853	700	0,19	0,04	0,14
4	Colaisaca	M0544	58	645033	9522745	2410	0,29	0,28	0,27
4	Changaimina	M0756	58	663861	9533277	1988	0,34	0,11	0,02
5	La Argelia-Loja	M0033	42	699711	9553630	2160	0,14	0,09	0,09
5	Nambacola	M0763	59	673839	9542165	1822	0,18	0,11	0,15
5	Malacatos	M0143	45	691647	9533772	1453	0,21	0,12	0,17
5	Quinara INAMHI	M0145	55	694953	9522952	1559	0,19	0,35	0,42
5	Yangana	M0147	62	702519	9516944	1835	0,17	0,27	0,14
5	Quilanga	M0241	69	677378	9525122	1956	0,20	-0,01	0,14
5	Gonzanamá	M0149	76	675404	9532320	2042	0,27	0,09	0,21
5	Cajanuma	M0543	46	683307	9542330	2420	0,16	0,15	0,16
5	El Tambo	M0759	65	680546	9549585	1601	0,18	0,46	0,46

Fuente: (INAMHI, 2015).

Elaborado por: Autor

Nota: Abreviaturas, (P) Precipitación media; (τ_2) Coeficiente de variación; (τ_3) Coeficiente de asimetría; (τ_4) Coeficiente de curtosis.

Anexo 3. Caracterización de regiones homogéneas.

Región	Período de registro	Nombre de la estación	Código	Tipo	Coord. Este	Coord. Norte	Elevación m.s.n.m	% Faltante	Clima	No. DLLAA	CV
1	1990-2015	Arenillas	M0179	CO	605084	9608573	26	59,65	Cálido seco	80	3,56
		Chacras	M0482	CO	589069	9607722	60	10,64	Cálido húmedo	38	5,20
		Granja Sta. Inés (UTM)	M0292	AG	620506	9636145	5	26,59	Cálido seco	76	4,15
		Machala-UTM	M0185	CO	635198	9657276	13	34,61	Cálido seco	177	2,80
		Pasaje	M0040	PV	636774	9632736	40	9,16	Cálido seco	133	3,14
		Rio Chico	M0747	PV	624964	9615706	61	57,09	Cálido húmedo	123	3,07
		Ushcurrumi	M0481	PV	657393	9632801	290	0,09	Cálido húmedo	136	2,89
2	1991-2015	Nambacola	M0763	CO	673839	9542165	1822	5,79	Subtropical Andino	59	3,02
		Cajanuma	M0543	PV	683307	9542330	2420	55,02	Templado	156	2,12
		El Tambo	M0759	PV	680546	9549585	1601	28,82	Subtropical Andino	64	3,10
		La Argelia-Loja	M0033	AG	699711	9553630	2160	0,46	Templado	142	2,07
		Malacatos	M0143	CO	691647	9533772	1453	19,77	Subtropical Andino	75	2,86
		Quinara INAMHI	M0145	CO	694953	9522952	1559	11,99	Subtropical Andino	85	2,87
		San Lucas INAMHI	M0432	PV	693086	9587311	2525	3,54	Templado	182	1,46
		Saraguro	M0142	CO	694501	9600548	2525	26,50	Templado	130	2,01
Yangana	M0147	CO	702519	9516944	1835	7,89	Subtropical Andino	127	2,27		
3	1982-2014	Buenavista	M0751	PV	642611	9569800	1062	48,83	Cálido húmedo	143	2,75
		Catacocha	M0515	PV	650478	9551575	1808	19,03	Cálido húmedo	136	2,42
		Chaguarpamba	M0754	PV	650851	9571845	1334	48,27	Cálido húmedo	88	2,90
		El Prado (Guayquichuma)	M0758	PV	658356	9577300	882	57,01	Cálido húmedo	93	3,91
		El Salado-PREDESUR	M0239	CO	650687	9585270	570	45,20	Cálido húmedo	163	1,97
		Lauro Guerrero	M0760	PV	637817	9561300	1945	46,47	Subtropical Andino	75	4,20
		Moromoro	M0743	PV	639589	9591702	879	62,39	Cálido húmedo	126	4,42
Piñas	M0773	PV	644066	9593508	1126	4,67	Subtropical Andino	83	3,10		

		Salati	M0748	PV	662842	9584879	1173	44,19	Subtropical Andino	97	2,89
		Zaruma	M0180	CO	654195	9591186	1100	24,71	Cálido húmedo	127	2,32
4	1980-2015	Amaluza INAMHI	M0150	CO	674106	9493049	1672	714,88	Templado	101	2,74
		Cariamanga	M0146	CO	660414	9520874	1950	2259,49	Subtropical Andino	103	2,54
		Changaimina	M0756	PV	663861	9533277	1988	265,42	Subtropical Andino	117	2,94
		Colaisaca	M0544	PV	645033	9522745	2410	625,14	Cálido húmedo	101	3,06
		El Lucero INAMHI	M0433	PV	669587	9513515	1180	685,22	Subtropical Andino	80	2,81
		Gonzanamá	M0149	PV	675404	9532320	2042	5373,79	Subtropical Andino	91	2,69
		Jimbura	M0438	PV	670274	9488266	2100	715,64	Templado	101	2,60
		Quilanga	M0241	PV	677378	9525122	1956	4728,12	Templado	93	2,72
		Sabiango INAMHI	M0439	PV	632015	9517853	700	2763,71	Subtropical Andino	82	2,84
		Sozoranga INAMHI	M0434	PV	634395	9521872	1427	1721,04	Cálido húmedo	97	2,46
5	1979-2015	Alamor	M0435	PV	607925	9555751	1250	8,91	Cálido húmedo	94	3,08
		Cazaderos	M0752	PV	557533	9548305	238	45,09	Cálido húmedo	47	4,69
		Celica	M0148	CO	616440	9546255	1904	16,94	Subtropical Andino	121	2,83
		Chaguarhuayco	M0755	PV	576471	9555998	285	44,59	Cálido húmedo	72	3,80
		Ciano	M0753	PV	614259	9565386	1523	59,01	Subtropical Andino	91	3,31
		El Limo	M0757	PV	596765	9559295	1156	43,80	Cálido húmedo	114	2,76
		El Paraiso – Las Lajas	M0741	PV	604278	9580745	435	67,09	Cálido húmedo	90	4,05
		Mercadillo	M0762	PV	612705	9555653	1142	43,67	Cálido húmedo	119	2,89
		Quebrada Seca	M0746	PV	591988	9594522	56	45,69	Cálido húmedo	50	4,48
		Sabanilla	M0765	PV	597264	9535772	710	43,07	Cálido húmedo	67	4,22
Saucillo (Alamor)	M0437	PV	588930	9526784	328	6,57	Cálido húmedo	43	4,56		
Zapotillo	M0151	CO	585173	9524261	223	19,69	Cálido húmedo	50	4,49		

Fuente: (INAMHI, 2015)

Elaborado por: Autor.

Nota: Abreviaturas, (CV) Coeficiente de variación; (DLLAA) Días con lluvia apreciable al año, (AP) Agrometeorológica, (AR) Aeronáutica, (CO) Climatológica ordinaria, (CP) Climatológica principal, (CO) Climatológica ordinaria, (PG) Pluviográfica y (PV) Pluviométrica.

Anexo 4. Informe de entrega de información meteorológica solicitada al INAMHI.



PROCESO DESCONCENTRADO: REGIONAL JUBONES - PUYANGO

OFICIO No. INAMHI-RJP-2018-009
Loja, 21 de febrero de 2018

Asunto: Entrega de información meteorológica solicitada.

*Jandry
Ochoa
Serrano*

Sr. Ing.
José Antonio Serrano Ojeda
SUBSECRETARIO DE LA DEMARCAACION HIDROGRAFICA PUYANGO - CATAMAYO
Ciudad.-

De mi consideración:

Atento a su petición formulada mediante Of. No. **SENAGUA-SDHPC.20-2018-0196-O** de **20 de febrero de 2018**; receptado en nuestras oficinas el día **21 del mismo mes y año**, adjunto al presente me permito hacer la entrega de los datos meteorológicos diarios solicitados de las estaciones detalladas en el anexo a su comunicación.

Vale indicar que la información entregada sólo para el caso de la **Estación M0033 La Argelia contempla el periodo: 2011-2017**, el resto de los datos es conforme a nuestra disponibilidad, esto es por el periodo: 2011-2015, el particular obedece a que en los años 2016 y 2017 el Estado no asigno al INAMHI recursos para la compra de información; mientras tanto, la Estación la Argelia fue atendida por personal de la Regional.

Sin otro particular suscribo esta comunicación.

Atentamente,

Ing. Augusto Araque Arias
COORDINADOR REGIONAL JUBONES – PUYANGO

Adjunto: Archivo digital con la información solicitada



Calle Piedra Blanca 307 y Av. 9 de Octubre
Tlf: 593-4 2532 315 / Quito - Ecuador
website: www.inamhi.gob.ec